

DE L'INSTITUT TECHNIQUE DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS

REVUE MENSUELLE

SEPTEMBRE 1959

Douzième année, N° 141

SOMMAIRE

	Pages
P. LEBELLE, Stabilité élastique des poutres en béton précontraint à l'égard du déversement latéral . Série : Béton précontraint (32)	779
J. PRÉVOST, Développement des techniques des déplacements d'immeubles Série : Technique Générale de la construction (32)	833
Documentation technique réunie en avril 1959 Documentation technique (141)	855
G. VRAIN et J. GREZEL, Stabilité des constructions appliquée au bois. Troisième partie. Étude des systèmes constructifs Manuel de la charpente en bois (18)	867
JOURNÉES DE CHAUFFAGE, VENTILATION ET CONDITIONNEMENT DE L'AIR 25, 26, 27 et 28 mai 1959	
Chauffage et ventilation des établissements scolaires (I) Série : Équipement technique (64)	925

En supplément

ENQUÊTE SUR L'HABITAT EN ALGÉRIE

VI. — **Architecture et productivité**, par M. LATHUILLIÈRE
Variétés, actualités, informations (11)

NOTES TECHNIQUE ET D'INFORMATION

N.T. 43. **Reconnaissance des sols en place**.
N. I. 50. **Quoi de neuf ?**

ERRATA

Calcul rapide des réservoirs cylindriques
par MM. HANCAN et SCARÉ

CENTRE D'ÉTUDES SUPÉRIEURES
ET DE DOCUMENTATION TECHNIQUE
6, RUE PAUL-VALÉRY, PARIS (XVI^e)

LABORATOIRES DU BATIMENT
ET DES TRAVAUX PUBLICS
12, RUE BRANCION, PARIS, (XV^e)

BUREAU SECURITAS
4, 6, RUE DU COLONEL DRIANT, PARIS (I^{er})

CENTRE D'INFORMATION ET DE
DOCUMENTATION DU BATIMENT
100, RUE DU CHERCHE-MIDI, PARIS (VI^e)

Édité par **La Documentation Technique du Bâtiment et des Travaux Publics**
(Société à responsabilité limitée au capital de 3 000 000 F)

C. P. PARIS 8524-12

6, rue Paul-Valéry, PARIS-XVI^e

Tél. : KLÉber 48-20

TRAITÉ D'EXPERTISE ET D'ESSAIS DES MATÉRIAUX ET DES CONSTRUCTIONS

Méthodes générales d'essai et de contrôle en laboratoire

Livre I : Mesures géométriques et mécaniques

par

Robert L'HERMITE

Délégué général des Laboratoires du Bâtiment et des Travaux Publics
avec la collaboration des Ingénieurs des L. B. T. P. et de M. FICHELSON

L'ingénieur, l'expert, l'entrepreneur en bâtiment ou en travaux publics, et souvent même l'architecte, ont à se poser des questions professionnelles laissées un peu à l'écart en raison d'autres sujétions plus urgentes.

Quelles sont les qualités à exiger d'un matériau, et comment définir celles-ci? Comment les classer et les utiliser en fonction des essais auxquels ces matériaux sont soumis? Quels sont ces essais, et quels laboratoires les organisent systématiquement?

Le nouveau traité, que M. R. L'Hermite et son équipe de chercheurs présentent aujourd'hui, répond à ces questions. Il offre davantage encore, car il expose les appareils et instruments utilisés dans ces recherches, et les procédés d'étude et d'auscultation des ouvrages. Les analyses des incidents et accidents observés sur les constructions permettent d'en découvrir les causes, d'éviter leur retour, et de procéder à leur réparation. Les organisations des laboratoires spécialisés dans ces études sont examinées ici en France et à l'étranger. Elles permettent d'apporter la solution de la meilleure technique aux soucis posés par l'établissement ou l'exploitation des travaux.

L'ouvrage entrepris a fait appel à la documentation considérable réunie aux Laboratoires du Bâtiment et des Travaux Publics. Elle a été analysée, commentée. Ses éléments ont été confrontés et parfois critiqués; ce qui permet de dégager le « comment » et le « pourquoi »

En vente à la Documentation Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, 6, rue Paul-Valéry, Paris (16^e) et aux Éditions Eyrolles, 61, boulevard Saint-Germain, Paris (5^e).

des phénomènes étudiés. Les grands principes de la science des mesures ont été poussés à leurs limites extrêmes.

Cet ouvrage est un traité à caractère exhaustif conçu suivant les idées les plus modernes de la documentation. Il n'est pas l'œuvre d'un auteur unique, puisqu'il fait appel à la collaboration de différents ingénieurs, mais il est conduit, condensé, remis en forme par M. L'Hermite, qui assure d'ailleurs la plus grande part de la rédaction directe. Il a été voulu comme une œuvre d'équipe inspirée, composée et dirigée par un chef de file.

Le premier volume a trait aux généralités, aux prémisses indispensables : organisation, utilisation des statistiques, tables des unités, etc...

Il traite ensuite des mesures géométriques et mécaniques : longueur, surface, volume, masse, temps, force, déformation. Il comporte deux importants chapitres sur l'extensométrie et les machines d'essais, traités de manière approfondie. Le renseignement cherché peut être trouvé avec une rapidité extrême, grâce à un index des matières et un index d'auteurs rédigés avec soin.

Il constitue à lui seul un manuel précieux et d'un caractère nouveau, un instrument de travail qu'il deviendra indispensable de posséder à portée de la main.

Un volume 16 × 25, 742 p., 475 fig... Relié 9 700 F
(Franco recommandé : 9 985 F)

ANNONCES

RÉUNION DE LA COMMISSION INTERNATIONALE POUR LA RÉGLEMENTATION DES ASCENSEURS ET MONTE-CHARGE

La Commission Internationale pour la réglementation des ascenseurs et monte-charge (C. I. R. A.) s'est réunie à Paris, du 6 au 9 juillet 1959, dans les bureaux de la Société de Contrôle Technique et d'Expertise de la Construction (S. O. C. O. T. E. C.).

Nous rappelons que cette Commission a été créée à l'issue d'un Congrès qui s'est tenu à Milan, en mai 1957, et qui groupait les représentants de onze pays.

La session de 1959 avait pour objet l'examen des mesures de sécurité susceptibles de réduire les accidents d'ascenseurs ainsi que les accidents de monte-charge dont sont parfois victimes les travailleurs.

La session a été présidée par M. Spoon, Directeur du *Het Nederlandsche Instituut voor Lifttechniek* (Hollande); y participaient également :

M. P. E. Gherardi, Division de la Sécurité et de l'Hygiène du Travail, Bureau International du Travail (Suisse); M. Franzen, Vereinigung der Techn. Ueberwachung (Allemagne); M. Volpi, A. E. I., Presidente commissione ristretta aggiornamento norme ascensor (Italie); M. Hans Egli, Ingénieur Chef Bureau für Aufzuganlagen Baupolizei der Stadt Zürich (Suisse); M. Roche, Directeur aux Ascenseurs Edoux-Samain (France); M^{me} Legris,

Ingénieur à l'A. F. N. O. R. (France); M. Lautmann, Ingénieur à la S. O. C. O. T. E. C. (France); M. Grison, Ingénieur au Bureau Veritas (France).

Le Secrétariat de la Commission a été confié à la S. O. C. O. T. E. C.

LES CAHIERS DU CENTRE TECHNIQUE DU BOIS

Le Centre Technique du Bois vient de procéder à une réimpression de son Cahier n° 7 : « Tableaux des charges admissibles dans les poutres, solivages, travaux de charpente-madriers, bastings, chevrons en bois résineux ».

Ce Cahier, publié pour la première fois en 1954, avait déjà fait l'objet d'une première réimpression en 1956. Il comporte, en encart, une double page de tableaux permettant de déterminer les équarrissages des madriers, bastings et chevrons en fonction des charges temporaires et permanentes, et il donne des exemples de calculs pour le solivage d'une pièce habitée et pour les toitures (pannes et chevrons).

On peut se procurer ce Cahier au Centre Technique du Bois, 2, rue de la Michodière à Paris (2^e). Participation aux frais d'impression : 100 F. Envoi franco contre versement de 145 F au compte de chèques postaux du C. T. B. Paris 6670-29. (Prière de spécifier sur le talon du virement « Commande d'un Cahier n° 7 ».)

(Suite page 3 de la couverture)

SEPTEMBRE 1959

Douzième Année, N° 141

Série : BÉTON PRÉCONTRAIT (32)

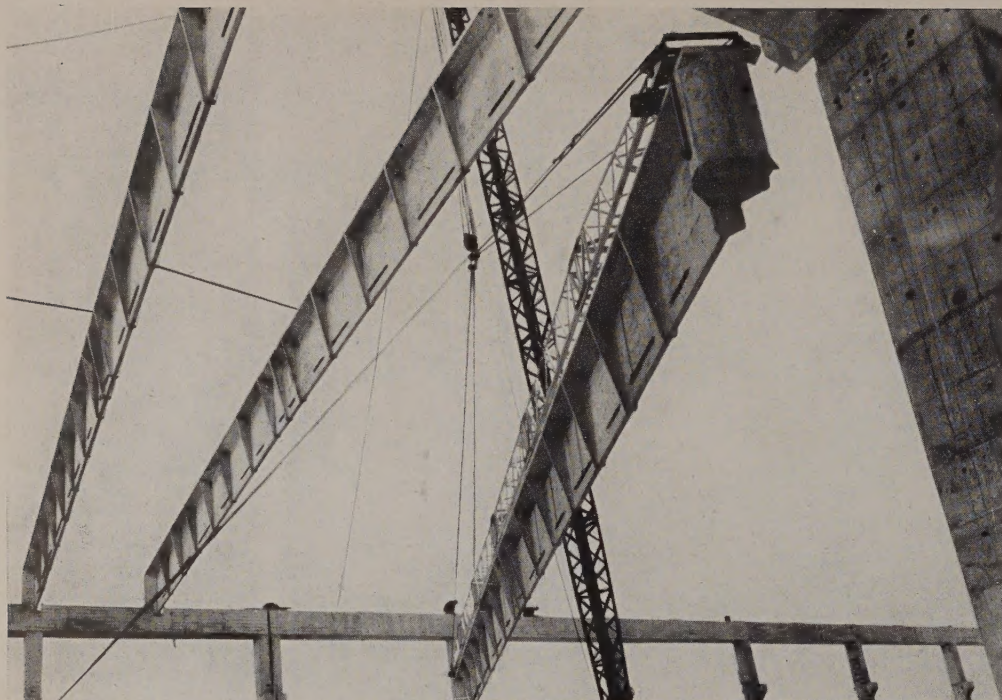


(Photo H. Baranger.)

Viaduc d'accès R. G. du pont de Tancarville. (Entreprise Campenon-Bernard). Voir légende page 780.

STABILITÉ ÉLASTIQUE DES POUTRES EN BÉTON PRÉCONTRAIT A L'ÉGARD DU DÉVERSEMENT LATÉRAL

par **Pierre LEBELLE**
Ingénieur E. P.



Aéroport de Londres.
Hangar.

RÉSUMÉ

Le mémoire étudie, pour les poutres en béton précontraint :

- La stabilité élastique de la poutre à section constante en double T dissymétrique, encastrée plus ou moins complètement à l'égard de la torsion.
- La flexion latérale des poutres.
- La stabilité des poutres suspendues.
- Les renforcements des poutres par haubannages horizontaux.
- Les effets des encastrement, à l'égard de la flexion latérale et la stabilité des poutres continues.

La comparaison du poids de la poutre à sa charge critique de déversement ne donne pas une idée claire de la sécurité d'une manœuvre. En effet, si le déversement risque de se produire au cours de celle-ci, ce ne sera pas par suite d'une augmentation de la charge appliquée mais parce que les conditions supposées pour l'évaluation de la charge critique ne sont pas exactement satisfaites.

Ainsi, les encastrement en torsion aux extrémités ne sont pas parfaits, la projection horizontale de l'axe longitudinal de la poutre n'est pas rigoureusement rectiligne, le plan moyen n'est pas exactement vertical, etc... Les résultats obtenus permettent de déterminer les flexions latérales résultant des différentes imperfections possibles et, en faisant des hypothèses plausibles quant aux degrés de celles-ci, de déterminer les contraintes susceptibles d'être atteintes pendant la manœuvre, ce qui permet d'apprécier convenablement les risques que cette dernière peut comporter.

SUMMARY

The transaction deals, in connection with prestressed concrete beams, with :

- The elastic stability of a beam having a constant cross-section in the form of an asymmetrical double T-shape, more or less fully restrained with respect to torsion.
- The lateral bending of the beams.
- The stability of suspended beams.
- The bracing of beams by horizontal guys.
- The effects of restraint with respect to lateral bending and the stability of continuous beams.

The comparison of the weight of the beam with its critical tilting load does not give a clear idea of the safety of an operation. In fact, if the tilting is likely to occur in the course of the operation, it will not be as a result of an increase in the applied load, but because the conditions assumed for the estimating of the critical load are not precisely met.

Thus the torsional restraints at the ends are not perfect, the horizontal projection of the longitudinal axis of the beam is not strictly rectilinear, the mean plane is not exactly vertical, etc... The results obtained make it possible to determine the lateral flexures resulting from the various possible imperfections and, by making plausible hypotheses as to their degrees, to determine the stresses likely to be reached during the operation, which enables the operator to appraise satisfactorily the risk that it involves.

La photographie de couverture représente le levage de poutres de 50 m de longueur, pesant 120 t : poutre isolée en position définitive et poutres d'une travée avec leurs contreventements provisoires.

INTRODUCTION

Lorsque la charge permanente que doit supporter en service une poutre en béton précontraint atteint ou dépasse la surcharge d'utilisation de cette poutre, sa section transversale doit logiquement avoir la forme d'un double té dissymétrique, avec membrure supérieure nettement plus importante que la membrure inférieure. Il en est ainsi pour les ponts-routes à poutres multiples sous chaussée dès que la portée dépasse une trentaine de mètres, et en général pour les couvertures des bâtiments industriels. Dans la grande majorité des cas les poutres sont préfabriquées puis placées dans leurs positions définitives, ce qui implique des manutentions au cours desquelles il peut y avoir risque de déversement latéral. Ce risque peut aussi exister lorsqu'en cours d'exécution, une poutre amenée à son emplacement définitif se trouve provisoirement isolée; c'est un cas fréquent. Enfin, les conditions de stabilité élastique doivent être soigneusement étudiées lorsque de grandes surfaces doivent être couvertes à l'aide de matériaux légers présentant de faibles résistances mécaniques, portés par des poutres en double té dissymétrique non reliées entre elles, en dehors des appuis, par des entretoises.

Or, peu d'ouvrages classiques en langue française traitent le problème du déversement latéral. Quelques indications le concernant se trouvent dans le traité de PIGEAUD et le cours de Ponts métalliques de GRELOT [1]. Le problème est traité de façon plus détaillée dans le *Cours de résistance des matériaux* [2] professé à l'École Nationale des Ponts et Chaussées par COURBON, dans la *Statique Appliquée et résistance des Matériaux* [3] de STÜSSI, le tome II de la *Résistance des Matériaux* [4] et la *Théorie de la Stabilité élastique* [5] de TIMOSHENKO. Enfin, un mémoire important de ce dernier auteur a été publié dans les *Annales des Ponts et Chaussées* [6] en 1913 (fascicules III, IV et V).

Dans tous ces ouvrages, on envisage uniquement les poutres en acier à section constante et doublement symétrique et on se borne à déterminer les charges critiques dans quelques cas particuliers. L'ingénieur qui veut étudier la stabilité élastique d'une poutre en béton précontraint au cours des manipulations auxquelles elle sera soumise ne trouve donc pas, dans ces ouvrages, les renseignements dont il a besoin.

En premier lieu, les dits ouvrages ne parlent pas des poutres à section transversale en forme de double té dissymétrique et ils se bornent, dans quelques cas, à déterminer

les charges critiques de poutres parfaitement encastrees à l'égard de la torsion à leurs extrémités (*).

En second lieu, l'effet d'une flexion latérale (due par exemple à l'action du vent ou à une inclinaison du plan moyen de la poutre) n'est pas traité.

Enfin, aucune indication n'est donnée en ce qui regarde les modules d'élasticité longitudinale et transversale à introduire dans les calculs relatifs à une poutre en béton.

A différentes reprises, nous avons eu à étudier des problèmes de stabilité élastique de poutres en béton précontraint exécutées par des licenciés de la *Société Technique pour l'Utilisation de la Précontrainte*. Le but du présent mémoire est d'exposer les résultats de nos recherches. Ces résultats sont malheureusement limités; tels quels, ils peuvent cependant rendre service et c'est pourquoi nous les publions.

* *

Nous donnerons d'abord un résumé de la théorie classique du déversement latéral et des résultats qu'elle permet d'obtenir. Nous étudierons ensuite la stabilité élastique de la poutre pesante isolée, encastree élastiquement à ses extrémités à l'égard de la torsion et soumise à une flexion latérale. Nous passerons ensuite à l'étude de la stabilité élastique de la poutre suspendue en deux points symétriques par rapport au milieu de sa longueur. Nous traiterons aussi quelques problèmes particuliers, tels que celui des poutres haubannées latéralement en cours de levage, ceux relatifs aux effets des encastrements, utiles pour l'étude de la stabilité de certaines poutres de couverture en situation définitive et nous donnerons quelques indications sur la stabilité élastique des poutres supportant à la fois une charge uniformément répartie et une charge concentrée.

Enfin, nous indiquerons quelles valeurs des modules d'élasticité longitudinale et transversale du béton il paraît convenable d'introduire dans les calculs.

(*) Le cas des poutres en double té dissymétrique est traité dans les ouvrages suivants :

F. BLEICH: *Buckling Strength of Metal Structures*, Mc Graw-Hill, 1952.

C. F. KOLLBRUNNER et M. MEISTER: *Knicken*, Springer-Verlag, 1955.

CHAPITRE PREMIER

RÉSUMÉ SUCCINCT

DE LA THÉORIE CLASSIQUE DU DÉVERSEMENT LATÉRAL

Notations et conventions de signes.

Les notations utilisées seront précisées au fur et à mesure des besoins de l'exposé; elles sont réunies dans un tableau placé à la fin du mémoire. Les conventions de signes sont celles généralement utilisées en France : les rotations sont comptées positivement dans le sens trigonométrique, tandis qu'un moment est positif lorsqu'il tend à faire tourner dans le sens des aiguilles d'une montre l'élément auquel il est appliqué.

Définition du déversement latéral.

Considérons une poutre à section rectangulaire haute et mince; pour fixer les idées, la hauteur de section h est égale à vingt-quatre fois la largeur b . La poutre est horizontale; elle repose par ses extrémités sur deux murs épais, indéformables, où sont ménagées des encoches dans lesquelles les extrémités de la poutre sont engagées (fig. 1).

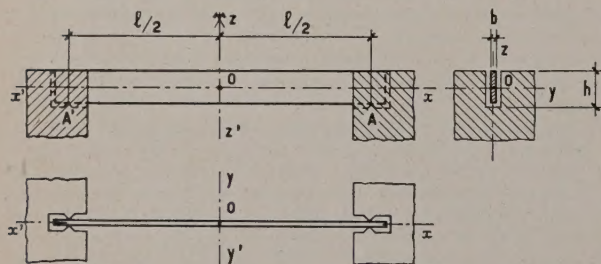


FIG. 1.

La poutre est en équilibre statique stable : vis-à-vis des flexions dans les plans xoz et xoy , c'est une poutre sur appuis simples. À l'égard de la torsion autour de ox , c'est une poutre encastrée à ses extrémités.

Chargeons la poutre en son milieu, par exemple en remplissant d'eau une benne suspendue à l'aide d'un étrier (fig. 2).

À partir d'une charge totale (benne + eau) P_c la poutre s'effondre en prenant brusquement la forme indiquée par

la figure 3, présentant une forte flèche latérale et la section médiane ayant fortement tourné par rapport aux sections extrêmes. Les déformations s'amplifient quasi instantanément jusqu'à la chute de tout le système, la poutre quittant ses appuis et ayant pris de grandes déformations permanentes : c'est le phénomène de déversement latéral. P_c est la charge critique de déversement latéral.

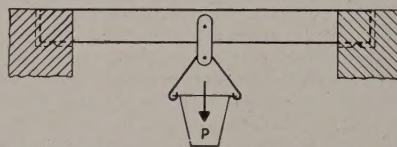


FIG. 2.

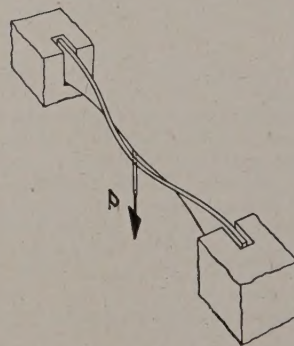


FIG. 3.

Pour préciser, supposons la poutre en tôle d'acier doux, avec $b = 1$ cm; $h = 24$ cm; $l = 4,00$ m.

Nous constaterons que P_c est de l'ordre de 500 kg. Le poids par ml de la poutre est :

$$1 \times 24 \times \frac{7,85}{1\,000} \times 100 = 24 \times 0,785 = 18,84 \text{ kg.}$$

De sorte qu'à l'instant du déversement, le moment fléchissant dans la section médiane de la poutre supposée non déformée aurait été :

$$\frac{500 \times 4,00}{4} + \frac{18,84 \times 4,00}{8} = 537,7 \text{ kgm.}$$

Le module de résistance pour la flexion dans le plan xz étant :

$$\frac{1 \times 24^2}{6} = 96 \text{ cm}^3,$$

la contrainte maximale dans la section aurait seulement été de :

$$\frac{537,7}{96} = 5,6 \text{ kg/mm}^2.$$

Le déversement latéral apparaît donc comme un phénomène d'instabilité élastique susceptible de se produire quand une poutre en acier peu résistante à la torsion et à la flexion latérale est fléchie dans le plan de sa plus grande raideur, alors que les contraintes dues à la seule flexion dans ce plan resteraient modérées et très nettement inférieures à la limite élastique. Ce phénomène résulte de ce que les conditions théoriques supposées ne sont jamais rigoureusement réalisées. Ainsi par exemple, dans l'expérience ci-dessus mentionnée, la poutre n'est pas rigoureusement un parallépipède rectangle et la ligne d'action de la charge appliquée n'est pas rigoureusement dans le plan vertical du centre de gravité de la poutre; à supposer que celle-ci soit rigoureusement parallépipédique, son axe moyen n'est pas exactement vertical.

C'est pourquoi on peut atteindre, en augmentant progressivement la sollicitation, une limite au-delà de laquelle la forme plane de flexion cesse d'être stable; alors la poutre fléchit dans le sens de la raideur minimale et ses différentes sections tournent les unes par rapport aux autres autour d'axes qui leur sont perpendiculaires. La flexion cesse d'être plane; il s'y substitue une flexion déviée accompagnée de torsion.

On peut dire aussi que les conditions théoriques étant supposées rigoureusement réalisées, il existe une charge critique P_c ainsi définie :

— Pour une charge appliquée P inférieure à P_c , sous l'action simultanée d'une force transversale F qui, agissant seule, ne produirait que des déformations élastiques, la déformation transversale disparaît quand F cesse de s'exercer.

— Pour une charge appliquée P supérieure à P_c , la déformation transversale subsiste alors même qu'on a cessé de faire agir F et cette déformation transversale peut même s'amplifier jusqu'à effondrement de la poutre.

Cette définition de la charge critique P_c suppose que la dite charge est inférieure à la charge P_e pour laquelle les contraintes dues à la flexion dans le plan de la plus grande raideur atteindraient la limite élastique.

L'étude du phénomène, comme celle du flambement, ne peut être faite qu'en tenant compte des déformations dans les calculs des moments fléchissants, moments de torsion, efforts normaux et efforts tranchants.

Équations différentielles du déversement latéral.

1. Poutre à section transversale constante, doublement symétrique, sans ailes.

Nous prenons comme origine des coordonnées le centre de gravité de la poutre non déformée, supposée géométriquement parfaite et rigoureusement horizontale. L'axe des x est son axe longitudinal; l'axe des z est vertical; l'axe des y est horizontal et dirigé comme l'indique la figure 4.

La poutre est fléchie par des forces verticales, appliquées au niveau de son centre de gravité. A l'égard de la flexion dans son plan vertical moyen et de la flexion latérale, la nature des liaisons sur appuis est quelconque (articulations ou encastremets élastiques ou parfaits). A l'égard de la

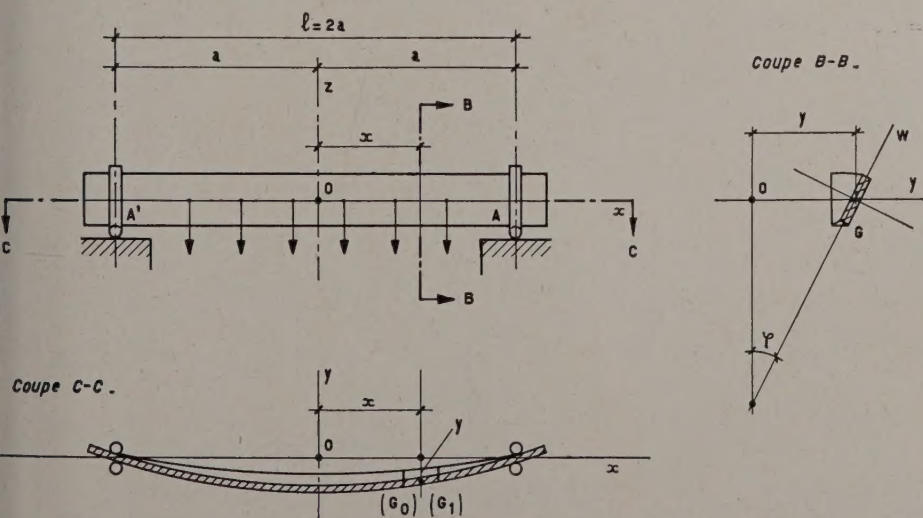


FIG. 4.

torsion autour de ox , la poutre est encastrée élastiquement ou complètement à ses extrémités.

Nous considérons le début du phénomène de déversement, au cours duquel la section transversale d'abscisse x tourne d'un petit angle φ autour de l'horizontale de son centre de gravité G lequel s'est déplacé latéralement de y . Nous supposons la raideur de la poutre dans son plan vertical moyen initial suffisamment élevée pour que le déplacement vertical z de G soit négligeable en regard de son déplacement latéral y .

Soit I le moment d'inertie de la section par rapport à Gx , E le module d'élasticité longitudinale du matériau dont est constituée la poutre. $B = EI$ est sa raideur à l'égard de la flexion latérale. Celle-ci se produit sous l'action de la composante $M \sin \varphi$ du moment dû aux charges verticales; les déformations étant supposées petites, $\sin \varphi$ peut être confondu avec φ et on peut écrire :

$$B \frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{d^2}{dx^2} (M\varphi).$$

D'où, K_0 et K_1 désignant deux constantes :

$$B \frac{d^3 y}{dx^3} = K_1 + \frac{d}{dx} (M\varphi),$$

$$B \frac{d^2 y}{dx^2} = K_0 + K_1 x + M\varphi.$$

Si la poutre considérée repose sur deux appuis ne développant aucun moment d'encastrement à l'égard de la flexion latérale, mais réalisant l'encastrement parfait à l'égard de la torsion, on aura :

$\frac{d^2 y}{dx^2} = \varphi = 0$ pour $x = \pm a$, d'où $K_0 = K_1 = 0$ et on pourra écrire directement :

$$By'' = M\varphi. \quad (1)$$

De même, pour une console encastrée à l'égard de la flexion verticale et de la torsion, on aura à l'extrémité libre (d'abscisse x_0) :

$$M = 0, \quad \frac{dM}{dx} = T = 0, \quad y'' = 0, \quad y''' = 0,$$

conditions qui entraînent également $K_0 = K_1 = 0$. L'équation (1) sera donc encore valable.

Quand, par la suite, nous écrirons directement cette équation, cela signifiera que les liaisons sur appui des poutres étudiées sont de l'un des deux types qu'on vient d'examiner.

Soit d'autre part K le module de torsion de la section transversale de la poutre, G le module d'élasticité transversale du matériau la constituant. La raideur à l'égard de la torsion autour de ox est $C = GK$.

Étudions l'équilibre de rotation d'un petit élément de poutre centré en G (fig. 5), sollicité par des couples de torsion M_x et $M_x + dM_x$ et les couples de flexion M et $M + dM$.

La résultante de ces derniers est :

$$M \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varepsilon}{2} \right) + (M + dM) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varepsilon}{2} \right)$$

soit, en négligeant les infiniments petits d'ordre supérieur au premier :

$$2 M \sin \frac{\varepsilon}{2} = M\varepsilon.$$

Mais on a : $\varepsilon = \frac{ds}{\rho'} \approx \frac{dx}{\rho'} \approx y'' dx$ (ρ' rayon de courbure de la déformation latérale).

L'équilibre exige donc que :

$$dM_x + My'' dx = 0.$$

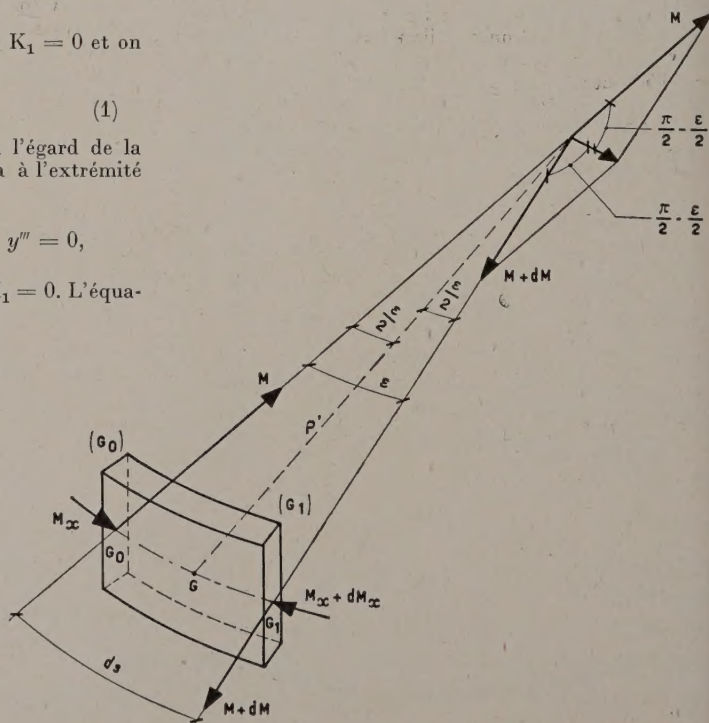


FIG. 5.

D'autre part, la théorie classique de la torsion fournit relation :

$$M_x = C \frac{d\varphi}{dx} = C\varphi' \quad (a)$$

L'équation d'équilibre ci-dessus s'écrit finalement :

$$C\varphi'' = -My'' \quad (2)$$

Éliminons y'' entre (1) et (2) nous obtenons l'équation différentielle de l'angle de torsion φ :

$$\varphi'' + \frac{M^2}{BC} \varphi = 0 \quad (3)$$

Elle a été établie par Ludwig PRANDTL en 1899 [7] et la même année, par A. G. MICHELL [8].

Poutre à section transversale constante, en forme de té symétrique.

On sait que l'équation (a) suppose que les sections transversales de la poutre sont libres de se gauchir. Or, dans les problèmes pratiques, certaines sections des poutres étudiées sont astreintes à conserver leurs formes initiales.

Tel est le cas des sections A' et A de la poutre représentée figure 4 par suite de la nature des liaisons d'appui qui réalisent des encastrement à l'égard de la torsion. Pour la même poutre, supposée chargée symétriquement par rapport à Oz, la section médiane reste également indéformée par raison de symétrie. De telles entraves au gauchissement de certaines sections des poutres ont pour effet de modifier les déformations par torsion et les contraintes qui en résultent.

Pour les poutres à sections pleines, les poutres en double té à ailes étroites telles que I. A. O. ou rails à double champignon, ces modifications restent négligeables dans tous les cas où la longueur de la pièce est assez grande pour qu'il y ait lieu de s'occuper de la stabilité élastique à l'égard du déversement.

Au contraire, pour les I. P. N., les poutrelles H et, en général, les poutres en double té à ailes larges, le fait que le gauchissement de certaines sections soit impossible détermine une flexion propre des ailes, qui se superpose à la flexion d'ensemble de la poutre due aux couples $M\varphi$ et *diminue la déformabilité par torsion et les contraintes de cisaillement dues à cette dernière.*

Soit, dans la section d'abscisse x de la poutre, φ l'angle de torsion (fig 6). φ étant faible, le déplacement latéral de l'aile supérieure de la poutre par rapport à la tangente en G à la fibre moyenne déformée sera :

$$y_1 = \frac{z}{2} \varphi.$$

Appelons J le moment d'inertie d'une aile par rapport à Gz et $D = EJ$ sa rigidité de flexion latérale.

L'effort tranchant dans l'aile supérieure, dû à sa flexion propre sera :

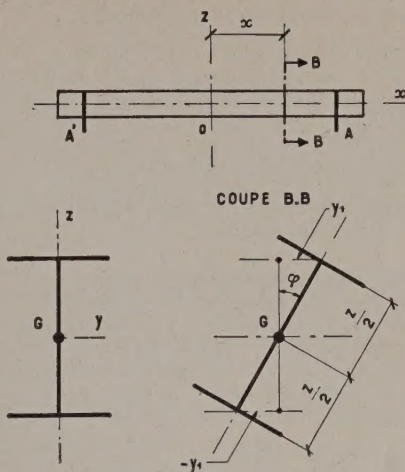


FIG. 6.

$$EJ \frac{d^3 y_1}{dx^3} = -D \frac{z}{2} \frac{d^3 \varphi}{dx^3}.$$

Dans l'aile inférieure on aura de même un effort tranchant :

$$+D \frac{z}{2} \frac{d^3 \varphi}{dx^3}.$$

L'ensemble des efforts tranchants dus à la flexion propre des ailes forme un couple de moment :

$$-D \frac{z^2}{2} \frac{d^3 \varphi}{dx^3}.$$

L'équation (a) du paragraphe ci-dessus doit donc être remplacée par la suivante :

$$M_x = -D \frac{z^2}{2} \frac{d^3 \varphi}{dx^3} + C \frac{d\varphi}{dx} \quad (b)$$

Cette équation a été établie par TIMOSHENKO en 1905.

L'équation (2) s'écrit donc dans le cas présent :

$$-D \frac{z^2}{2} \frac{d^4 \varphi}{dx^4} + C \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = -My'' \quad (2')$$

et l'équation différentielle de l'angle de torsion φ est :

$$-D \frac{z^2}{2} \frac{d^4 \varphi}{dx^4} + C \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{M^2}{B} \varphi = 0,$$

ou encore :

$$-\frac{D}{C} \frac{z^2}{2} \frac{d^4 \varphi}{dx^4} + \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{M^2}{BC} \varphi = 0 \quad (3')$$

En posant $\frac{1}{2} \frac{D}{C} \frac{z^2}{a^2} = \beta$ (a : demi portée de la poutre) elle s'écrit :

$$-\beta a^2 \frac{d^4 \varphi}{dx^4} + \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{M^2}{BC} \varphi = 0 \quad (3'')$$

3. Influence du mode d'application des charges.

Les équations (a) et (b) ci-dessus ont été écrites en supposant que les charges sont appliquées au niveau du centre de gravité de la poutre. Quand cette condition n'est pas remplie, l'équation :

$$dM_x + My''dx = 0$$

exprimant l'équilibre de rotation du petit élément représenté par la figure 5 doit être modifiée.

Si la poutre supporte une charge uniformément répartie d'intensité p par unité de longueur (fig. 7), appliquée à une distance $d = GC$ du centre de gravité G , considérée comme positive quand C est au dessus de G et comme négative dans le cas contraire, un couple de moment $p dx u$ tend à faire tourner l'élément. φ étant petit, on a $u = -\varphi d$ et l'équation exprimant l'équilibre de rotation de l'élément G_0G_1 de la figure 5 est :

$$dM_x + \varphi p d dx + My''dx = 0 \quad (c)$$

et la quantité $-My''$ figurant au second membre des équations (2) ou (2') doit être remplacée par $-My'' - \varphi p d$. L'équation (3''), dont l'équation (3) est le cas particulier correspondant à $\beta = 0$ est donc à remplacer par la suivante :

$$-\beta a^2 \frac{d^4 \varphi}{dx^4} + \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \left(\frac{M^2}{BC} + \frac{pd}{C} \right) \varphi = 0. \quad (4)$$

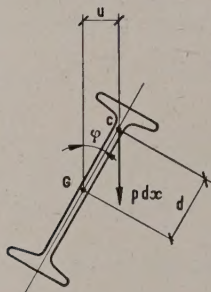


FIG. 7.

Le raisonnement qu'on vient de faire montre que cette équation reste valable même si la charge par unité de longueur p est fonction de l'abscisse.

Dans le cas où la poutre, supposée de poids négligeable, supporte uniquement en son milieu une charge concentrée P , appliquée à la distance d de la ligne moyenne, l'équation différentielle de φ est l'équation (3'') et d n'intervient que dans la condition aux limites relative à la section médiane. Immédiatement à droite de celle-ci, le couple de torsion est égal à $-\frac{P}{2} \varphi(0) d$ et on doit avoir :

$$-\frac{P}{2} \varphi(0) d = C \frac{d\varphi}{dx}(x=0).$$

L'influence de d peut aussi être déterminée en utilisant la méthode de l'énergie (par. 8.)

4. Influence de la flexion verticale.

L'équation générale (4) a été établie en supposant négligeables les déformations verticales de la poutre. Or, pour des poutres suffisamment longues, le déversement latéral peut se produire même si la rigidité de flexion A dans le plan moyen initial n'est pas très grande en regard de la rigidité latérale B . Alors, lorsque le déversement se produit, les flèches verticales peuvent être du même ordre de grandeur que les flèches latérales ou tout au moins, non négligeables par rapport à ces dernières. L'équation (4), dans de telles conditions, n'est plus valable. L'étude du déversement latéral, compte tenu des déformations verticales, a été effectuée notamment par H. REISSNER [9], A. N. DINNIK [10] et K. FEDEHOFFER [11]; elle sort du cadre que nous nous sommes fixé pour le présent mémoire.

Divers auteurs (par exemple SRÜSSI [3]) indiquent qu'on peut tenir compte de la flexion dans le plan vertical d'une manière approximative en remplaçant dans l'équation (4) la rigidité B par $B \frac{A}{A-B}$. Il n'en résulte, dans les cas que nous avons eu à examiner de poutres en béton précontraint, que de très faibles augmentations des charges critiques obtenues à partir des hypothèses ayant servi à établir l'équation (4).

D'autre part, BLEICH [12] fait observer qu'on n'a le droit de remplacer B par $B \frac{A}{A-B}$ que si l'on n'a pas donné de contreflèche à la poutre. Les poutres en béton précontraint dont nous nous occupons ici ayant toujours des contreflèches, nous admettrons dans ce qui suit que l'influence de la raideur A dans le plan vertical moyen initial peut toujours être négligée.

5. Poutres à sections transversales variables.

A , B , C et D sont alors des fonctions de l'abscisse x . Nous supposons toujours que l'influence de A peut être négligée.

Les équations (1) et (b) restent inchangées, l'équation (c) s'écrit :

$$\frac{dM_x}{dx} + M \frac{d^2 y}{dx^2} + \varphi p d = 0. \quad (c')$$

En éliminant $\frac{dM_x}{dx}$ et $\frac{d^2 y}{dx^2}$ à l'aide de (1) et (b) on obtient donc comme équation différentielle de φ :

$$\frac{d}{dx} \left(-D \frac{h^2}{2} \frac{d^3 \varphi}{dx^3} + C \frac{d\varphi}{dx} \right) + \left(\frac{M^2}{B} + p d \right) \varphi = 0. \quad (5)$$

6. Poutres sollicitées par un effort normal.

BLEICH a établi les équations rigoureuses relatives au déversement de la poutre de section constante, fléchi dans le plan de sa plus grande raideur et, simultanément comprimée longitudinalement par une force N (*).

(*) *Buckling Strength of Metal Structures*. pp. 149-153.

En conservant les notations déjà utilisées dans le présent mémoire et en appelant :

- d la distance du centre de torsion à l'horizontale le long de laquelle sont appliquées les charges par unité de longueur p ;
- f l'excentricité de N (f positive quand le point d'application de N est au-dessus du centre de gravité);
- f_0 la distance du centre de gravité au centre de torsion (*);
- \mathcal{M} le moment des forces extérieures par rapport au centre de torsion [on a $\mathcal{M} = M + N(f_0 + f)$];
- S l'aire de la section transversale;
- I_p son moment d'inertie polaire par rapport au centre de torsion;
- I son moment d'inertie par rapport à l'horizontale de son centre de gravité;

en posant enfin :

$$E\Gamma = C \frac{l^2}{4} \beta,$$

$$H = 2 \int \int_S (y^2 + z^2) y dy dz.$$

H est nulle si la section est doublement symétrique), les équations de Bleich s'écrivent :

$$B \frac{d^2 y}{dx^2} + Ny = \mathcal{M} \varphi \quad (6)$$

$$-E\Gamma \frac{d^4 \varphi}{dx^4} + \left[C - N \left(\frac{I_p}{S} + f \frac{H}{I} \right) \right] \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \mathcal{M} y'' + pd = 0. \quad (7)$$

Ces équations, comme il a été dit, s'appliquent à des poutres présentant un plan moyen vertical; l'effort normal N est supposé situé dans ce plan. La section transversale est en outre supposée ouverte et constituée de parois minces assemblées entre elles (fig. 8).



FIG. 8.

L'équation (6) a été écrite en supposant que la poutre repose par ses extrémités sur des appuis simples réalisant un encastrement parfait à l'égard de la torsion et la liberté de rotation complète à l'égard de la flexion latérale, c'est-à-dire en supposant qu'à chaque extrémité, on a :

$$y = y'' = \varphi = 0.$$

Si ces conditions ne sont pas remplies, l'équation (6) doit être remplacée par

(*) $f_0 > 0$ quand le centre de torsion est au-dessous du centre de gravité.

$$B \frac{d^4 y}{dx^4} + N \frac{d^2 y}{dx^2} = + \frac{d^2}{dx^2} (\mathcal{M} \varphi). \quad (6')$$

Dans les équations (6), (6') et (7), y est la déformation latérale au niveau du centre de torsion. p est le poids de la poutre par unité de longueur, supposé constant. La poutre est supposée ne supporter que son poids, ou celui-ci et des charges uniformément réparties appliquées au niveau du centre de gravité. Le terme pd peut, le cas échéant, être remplacé par Σpd .

7. Calcul des charges critiques par intégration de l'équation différentielle de φ .

Les solutions de cette équation sont généralement des fonctions transcendentes qui n'ont pas fait l'objet d'études spéciales, hormis le cas de certains problèmes solubles grâce aux fonctions de Bessel.

Habituellement, on recherche des développements en séries entières des fonctions qui satisfont à l'équation différentielle, soit par la méthode des coefficients indéterminés, soit en utilisant la formule de Maclaurin. On procède aussi par approximations successives à partir d'une loi plausible pour φ , qu'on fixe à l'avance et qui satisfait aux conditions aux limites.

Nous nous bornerons ici à appliquer les deux méthodes à un exemple simple. On trouvera dans le cours du présent mémoire les résultats classiques utiles pour l'objet que nous avons en vue.

Nous voulons chercher la charge uniformément répartie sur une poutre de section rectangulaire constante qui provoque le déversement. La portée est $l = 2a$ (fig. 9); la poutre repose librement sur ses appuis et y est encastree en torsion.

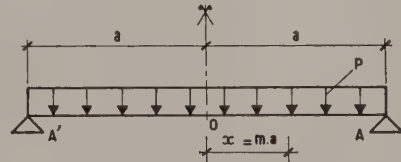


FIG. 9.

Au point d'abscisse $x = ma$, le moment fléchissant est :

$$M = \frac{1}{2} p (a^2 - x^2) = \frac{pa^2}{2} (1 - m^2).$$

Si nous prenons m comme variable, nous aurons $\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \frac{1}{a^2} \frac{d^2 \varphi}{dm^2}$ et en convenant que les accentuations indiquent des dérivations par rapport à m , l'équation (3) deviendra, en posant :

$$\frac{p^2 a^6}{4 BC} = \alpha :$$

$$\varphi'' + \alpha (1 - m^2)^2 \varphi = 0. \quad (8)$$

a) Recherchons par la méthode des coefficients indéterminés, la solution générale sous forme de série entière de cette équation.

Nous posons : $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1$

$$\begin{aligned} \text{et : } \varphi_0 &= A_0 + A_2 m^2 + A_4 m^4 + A_6 m^6 + \dots \\ \varphi_1 &= A_1 m + A_3 m^3 + A_5 m^5 + A_7 m^7 + \dots \end{aligned}$$

On trouve aisément que les coefficients $A_0 A_2 \dots A_1 A_3 \dots$ sont donnés par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \alpha A_0 + 2 A_2 &= 0, \\ \alpha (-2 A_0 + A_2) + 12 A_4 &= 0, \\ \alpha (A_0 - 2 A_2 + A_4) + 30 A_6 &= 0, \\ \alpha (A_2 - 2 A_4 + A_6) + 56 A_8 &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha A_1 + 6 A_3 &= 0, \\ \alpha (-2 A_1 + A_3) + 20 A_5 &= 0, \\ \alpha (A_1 - 2 A_3 + A_5) + 42 A_7 &= 0, \\ \alpha (A_3 - 2 A_5 + A_7) + 72 A_9 &= 0 \end{aligned}$$

D'où on déduit :

$$\begin{aligned} A_2 &= -\frac{\alpha}{2} A_0, \\ A_4 &= \left(\frac{\alpha}{6} + \frac{\alpha^2}{24} \right) A_0, \\ A_6 &= -\left(\frac{\alpha}{30} + \frac{7\alpha^2}{180} + \frac{\alpha^3}{720} \right) A_0, \\ A_8 &= \left(\frac{13\alpha^2}{840} + \frac{11\alpha^3}{5040} + \frac{\alpha^4}{40320} \right) A_0, \\ A_{10} &= -\left(\frac{7\alpha^2}{2700} + \frac{17\alpha^3}{11340} + \frac{5\alpha^4}{90720} + \frac{\alpha^5}{3628800} \right) A_0, \\ A_{12} &= \left(\frac{\alpha^2}{3960} + \dots \right) A_0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 &= -\frac{\alpha}{6} A_1, \\ A_5 &= \left(\frac{\alpha}{10} + \frac{\alpha^2}{120} \right) A_1, \\ A_7 &= -\left(\frac{\alpha}{42} + \frac{13\alpha^2}{1260} + \frac{\alpha^3}{5040} \right) A_1, \\ A_9 &= \left(\frac{41\alpha^2}{7560} + \frac{17\alpha^3}{45360} + \frac{\alpha^4}{362880} \right) A_1, \\ A_{11} &= -\left(\frac{31\alpha^2}{23100} + \dots \right) A_1, \\ A_{13} &= \left(\frac{\alpha^2}{6552} + \dots \right) A_1. \end{aligned}$$

Les coefficients de rang supérieur à 13 ne contiennent pas de puissances de α inférieures à 3.

La solution générale de l'équation différentielle de φ est ainsi obtenue. Écrivons maintenant les conditions aux limites. Si nous supposons que la poutre se déverse comme l'indique la figure 3, en une seule onde, φ doit être une fonction paire par raison de symétrie.

De plus, en raison des encastrements en torsion aux appuis, on devra avoir $\varphi = 0$ pour $m = \pm 1$.

On a donc :

$$\varphi = A_0 \left[1 - \frac{\alpha}{2} m^2 + \left(\frac{\alpha}{6} + \frac{\alpha^2}{24} \right) m^4 + \dots \right]$$

et la valeur de α est déterminée par l'équation $\varphi(1) = 0$ qui s'écrit en négligeant les termes contenant α à des puissances supérieures à 2 :

$$1 - \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{6} + \frac{\alpha^2}{24} - \frac{\alpha}{30} \frac{7\alpha^2}{180} + \frac{13\alpha^2}{840} - \frac{7\alpha^2}{2700} + \frac{\alpha^2}{3960} = 0$$

ou :

$$1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6617\alpha^2}{415800} = 0. \quad (9)$$

La plus petite racine de cette équation est $\alpha = 3,16 = \alpha_{cr}$. La charge de déversement p_{cr} est donc donnée par :

$$\frac{p_{cr}^2 \alpha^6}{4BC} = \alpha_{cr}.$$

D'où :

$$\begin{aligned} p_{cr} &= \frac{2\sqrt{\alpha_{cr}}\sqrt{BC}}{\alpha^3} = \frac{16\sqrt{\alpha_{cr}}\sqrt{BC}}{\beta^3} = k \frac{\sqrt{BC}}{\beta^3}, \\ p_{cr} &= \frac{3,55\sqrt{BC}}{\alpha^3} = \frac{28,4\sqrt{BC}}{\beta^3}. \end{aligned}$$

Les traités classiques donnent $k = 28,3$; ce chiffre a été obtenu en conservant le terme en α^3 dans l'équation $\varphi(1) = 0$, qui s'écrit alors :

$$1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6617\alpha^2}{415800} - \frac{5008723\alpha^3}{19297278000} = 0.$$

Nous remarquons qu'en conservant seulement les termes en α , on aurait trouvé :

$$\alpha_{cr} = \frac{30}{11} = 2,727 \quad k = 16\sqrt{\alpha_{cr}} = 26,45,$$

valeur trop faible de 8 % environ.

On voit que le résultat du calcul est analogue à celui que l'on trouve quand on fait l'étude du flambement d'une pièce articulée à ses extrémités en admettant que $\frac{1}{y''}$ est une approximation suffisante de la valeur du rayon de courbure : Pour $p < p_{cr}$, l'équilibre élastique de la poutre est stable et elle fléchit seulement dans son plan vertical moyen. Pour $p \geq p_{cr}$, la forme plane n'est plus stable, la poutre se déverse, l'angle φ et la flèche latérale en O ayant des valeurs indéterminées.

Comme dans le cas du flambement, cette indétermination est due à ce qu'on a admis $R = \frac{1}{y''}$ au lieu de la valeur exacte

$$R = \frac{(1 + y''/2)^{3/2}}{y''}.$$

En fait, de même que la flèche latérale d'une pièce longue et mince comprimée au-delà de la charge critique d'Euler est une fonction bien déterminée de la charge appliquée, très rapidement croissante en fonction de celle-ci, la flèche latérale d'une poutre longue à section transversale rectangulaire mince et haute fléchée par des poids dépassant une valeur critique est aussi une fonction de la charge appliquée, fonction qui augmente très rapidement.

b) Appliquons une méthode d'approximations successives.

L'équation différentielle de φ a été obtenue en éliminant entre les équations :

$$By'' = M\varphi \quad (1)$$

$$C\varphi'' = My'' \quad (2)$$

Eu égard aux conditions de liaison de la poutre à ses appuis qui sont supposés laisser tourner ses extrémités autour des verticales de A' et A , pour $x = \pm a$ (ou $m = \pm 1$) on doit avoir $y'' = 0$ donc, en vertu de (2), $\varphi'' = 0$ condition qui subsisterait même si $M(\pm a)$ était différent de 0. Par conséquent si nous choisissons arbitrairement une loi paire $\varphi = \varphi(m)$ de variation de l'angle de torsion (déversement en une seule onde), la fonction $\varphi(m)$ devra satisfaire aux conditions $\varphi(\pm 1) = 0$ et $\varphi''(\pm 1) = 0$. Si on prend pour φ un polynôme ayant la valeur φ_0 pour $m = 0$, il devra donc être du 4^e degré au moins.

Soit : $\varphi_1 = \varphi_0 (1 + \delta m^2 + \varepsilon m^4)$

ce polynôme; les conditions sus énoncées donnent :

$$1 + \delta + \varepsilon = 0, \quad 2\delta + 12\varepsilon = 0$$

$$\text{d'où } \delta = -\frac{6}{5}, \quad \varepsilon = +\frac{1}{5},$$

$$\text{t : } \varphi_1 = \frac{\varphi_0}{5} (5 - 6m^2 + m^4).$$

Si nous écrivons que les conditions d'équilibre exprimées par l'équation (8) sont satisfaites au milieu de la poutre par cette fonction, nous trouvons que α doit avoir une valeur α_1 telle que :

$$\frac{\varphi_0}{5} (-12) + \alpha_1 \varphi_0 = 0.$$

D'où : $\alpha_1 = \frac{12}{5} = 2,4$. Nous savons par le calcul du paragraphe a) que ce résultat est erroné par défaut; il conduirait à la valeur $k_1 = 24,787$ soit 88 % environ de la valeur exacte.

Pour obtenir une approximation meilleure φ_2 , nous écrivons :

$$\varphi_2'' + \alpha (1 - m^2)^2 \frac{\varphi_0}{5} (5 - 6m^2 + m^4) = 0,$$

$$\text{u : } -\frac{5}{\alpha} \varphi_2'' = 5 - 16m^2 + 18m^4 - 8m^6 + m^8.$$

D'où on déduit, C_0 et C_1 étant des constantes :

$$\begin{aligned} -\frac{5}{\alpha} \varphi_2' &= C_1 + 5m - \frac{16}{3} m^3 + \frac{18}{5} m^5 - \frac{8}{7} m^7 + \frac{1}{9} m^9, \\ -\frac{5}{\alpha} \varphi_2 &= C_0 + C_1 m + \frac{5}{2} m^2 - \frac{16}{12} m^4 + \frac{18}{30} m^6 - \\ &\quad - \frac{8}{56} m^8 + \frac{1}{90} m^{10}. \end{aligned}$$

La nouvelle valeur φ_2 ainsi obtenue doit satisfaire aux conditions aux limites et, pour $m = 0$, on doit avoir

$$\varphi_2 = \varphi_0.$$

La fonction φ_2 devant être paire, C_1 est nul. De plus, on doit avoir $\varphi_2 = \varphi_0$ pour $m = 0$. Il en résulte que :

$$-\frac{5}{\alpha} = C_0,$$

et la nouvelle valeur approchée de φ est ainsi :

$$\varphi_2 = -\frac{\alpha \varphi_0}{5} \left(-\frac{5}{\alpha} + \frac{5}{2} m^2 + \dots + \frac{1}{90} m^{10} \right),$$

ou :

$$\varphi_2 = \varphi_0 \left[1 - \alpha \left(\frac{1}{2} m^2 - \frac{4}{15} m^4 + \frac{3}{25} m^6 - \frac{1}{35} m^8 + \frac{1}{450} m^{10} \right) \right],$$

et la condition $\varphi = 0$ pour $m = \pm 1$ est satisfaite pour une valeur α_2 de α telle que :

$$1 - \alpha_2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{15} + \frac{3}{25} - \frac{1}{35} + \frac{1}{450} \right) = 0,$$

ou :

$$1 - \alpha_2 \frac{103}{315} = 0,$$

ce qui donne :

$$\alpha_2 = \frac{315}{103} = 3,0583 \quad \text{et} \quad k_2 = 16 \times 1,7488 = 27,9808,$$

valeur que nous savons être approchée par défaut à 1 % près environ.

Pour obtenir une nouvelle approximation φ_3 , nous écrivons :

$$-\frac{\varphi_3''}{\alpha} = (1 - m^2)^2 \left[1 - \alpha \left(\frac{1}{2} m^2 - \frac{4}{15} m^4 + \frac{3}{25} m^6 - \frac{1}{35} m^8 + \frac{1}{450} m^{10} \right) \right],$$

ou, en développant :

$$\begin{aligned} -\frac{\varphi_3''}{\alpha} &= 1 - 2m^2 + m^4 - \alpha \left(\frac{1}{2} m^2 - \frac{19}{15} m^4 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{173}{150} m^6 - \frac{281}{525} m^8 + \frac{313}{3150} m^{10} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{52}{1575} m^{12} + \frac{1}{450} m^{14} \right). \end{aligned}$$

D'où en intégrant deux fois et compte tenu de ce que φ_3 est paire :

$$\begin{aligned}
 -\frac{\varphi'_3}{\alpha\varphi_0} &= m - \frac{2}{3}m^3 + \frac{1}{5}m^5 - \alpha\left(\frac{1}{6}m^3 - \frac{19}{75}m^5 + \frac{173}{1050}m^7 - \frac{281}{4725}m^9 + \frac{313}{36450}m^{11} - \frac{52}{20475}m^{13} + \frac{m^{15}}{6750}\right), \\
 -\frac{\varphi_3}{\alpha\varphi_0} &= C_0 + \frac{1}{2}m^2 - \frac{1}{6}m^4 + \frac{1}{30}m^6 - \alpha\left(\frac{1}{24}m^4 - \frac{19}{450}m^6 + \frac{173}{8400}m^8 - \frac{281}{47250}m^{10} + \frac{313}{438400}m^{12} - \frac{52}{286750}m^{14} + \frac{m^{16}}{108000}\right).
 \end{aligned}$$

On doit avoir $\varphi_3 = \varphi_0$ pour $m = 0$, ce qui donne $-\frac{1}{\alpha} = C_0$ et la condition $\varphi_3 = 0$ pour $m = \pm 1$ est satisfaite pour une valeur α_3 de α donnée par l'équation :

$$0 = -\frac{1}{\alpha_3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{30} - \alpha_3\left(\frac{1}{24} - \frac{19}{450} + \frac{173}{8400} - \frac{281}{47250} + \frac{313}{438400} - \frac{52}{286750} + \frac{1}{108000}\right),$$

$$\text{ou bien : } 1 - \frac{11}{30}\alpha_3 + 0,02014\alpha_3^2 = 0, \quad (10)$$

$$\text{ou encore : } \alpha_3^2 - 18,205\alpha_3 + 49,6524 = 0.$$

$$\text{D'où on tire : } \alpha_3 = 3,3397 \quad k_3 = 29,24,$$

valeur que nous savons être approchée par excès à 3,5 % près environ.

On remarque que l'équation (10) ne diffère de l'équation (9) obtenue à partir du développement de φ en série entière que par le coefficient du terme du second degré.

Si l'on cherchait la valeur α_4 correspondant à l'approximation φ_4 de φ , on trouverait l'équation :

$$1 - \frac{11}{30}\alpha_4 + \frac{6617}{415800}\alpha_4^2 - \varepsilon_3\alpha_4^3 = 0,$$

dont les trois premiers termes reproduisent exactement le premier membre de l'équation (9).

On peut démontrer que les valeurs de α_{cr} et k_{cr} sont toujours comprises entre celles correspondant à deux approximations consécutives, le rang de la première de celles-ci étant au moins 2.

Il va de soi qu'il n'est pas obligatoire de prendre pour φ_1 un polynôme en m . Comme l'a montré TIMOSHENKO, il est souvent avantageux de choisir un développement en série de Fourier limité.

c) Supposons que la poutre considérée en a) et b) ait une section transversale constante en forme de double té symétrique et que la charge p soit appliquée à d au-dessus du centre de gravité. L'équation différentielle de φ sera l'équation (4) qui, en prenant m pour variable, et en posant :

$$1 + \frac{4Bd}{pa^4} = \lambda,$$

devient :

$$-\beta\varphi^{IV} + \varphi'' + \alpha(\lambda - 2m^2 + m^4)\varphi = 0. \quad (11)$$

Appliquons à nouveau la méthode des approximations successives. Nous supposons, comme précédemment que les liaisons avec les appuis réalisent l'encastrement à l'égard de la torsion et l'appui simple à l'égard de la flexion verticale et de la flexion latérale, aussi bien en ce qui concerne cette dernière, pour la déformation d'ensemble de la poutre que pour celle propre à ses ailes. Nous considérons toujours le déversement en une seule onde. Nous devons donc avoir $\varphi(\pm 1) = 0, y(\pm 1) = 0, y''(\pm 1) = 0$ et enfin, h désignant la hauteur de section de la poutre, $\pm \frac{h}{2}\varphi''(1) = 0$.

Cette dernière condition exprime que, sur appuis, les moments fléchissants dans les ailes dus à leur flexion propre sont nuls.

Les conditions $\varphi(\pm 1) = 0, \varphi''(\pm 1) = 0$ entraînent, en vertu de l'équation (11), $\varphi^{IV}(\pm 1) = 0$.

Si nous choisissons un polynôme comme première approximation de φ , il devra être pair et ses dérivées seconde et quatrième devront donc s'annuler pour $m = \pm 1$; ce polynôme devra donc être du sixième degré au moins.

Soit : $\varphi_1 = \varphi_0(1 + \gamma m^2 + \delta m^4 + \varepsilon m^6)$ ce polynôme; les conditions auxquelles il doit satisfaire donnent :

$$\begin{aligned}
 1 + \gamma + \delta + \varepsilon &= 0 & 2\gamma + 12\delta + 30\varepsilon &= 0 \\
 24\delta + 240\varepsilon &= 0.
 \end{aligned}$$

Il en résulte que :

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_0}{36}(36 - 45m^2 + 10m^4 - m^6).$$

Si nous écrivons que φ_1 satisfait, pour $m = 0$, l'équation (11), nous trouvons pour déterminer la première approximation α_1 de α l'équation :

$$-\beta\frac{\varphi_0}{36}240 + \frac{\varphi_0}{36}(-90) + \alpha_1\lambda\varphi_0 = 0,$$

ou :

$$\alpha_1\lambda = \frac{5}{2} + \frac{20}{3}\beta.$$

Remplaçons λ par sa valeur :

$$\lambda = 1 + \frac{4Bd}{pa^4} = 1 + \frac{4Bd}{2a\sqrt{\alpha_1}\sqrt{BC}} = 1 + \frac{2}{\sqrt{\alpha_1}}\frac{d}{a}\sqrt{\frac{B}{C}}.$$

Il vient :

$$\alpha_1 + 2\frac{d}{a}\sqrt{\frac{B}{C}}\sqrt{\alpha_1} = \frac{5}{2} + \frac{20}{3}\beta.$$

D'où on tire :

$$\sqrt{\alpha_1} = \sqrt{\frac{5}{2}}\left(\sqrt{1 + \frac{8}{3}\beta + \frac{2d^2B}{5a^2C}} - \sqrt{\frac{2}{5}}\frac{d}{a}\sqrt{\frac{B}{C}}\right),$$

et en posant :

$$\frac{d}{a}\sqrt{\frac{B}{C}} = \delta,$$

$$k_1 = 16\sqrt{\alpha} = 25,298(\sqrt{1 + 2,667\beta + 0,4\delta^2} - 0,633\delta).$$

Déterminons la deuxième approximation φ_2 de φ , en procédant comme en b). On a ainsi :

$$\frac{\beta \varphi_2^{IV}}{\varphi_0} = -90 + 120 m^2 - 30 m^4 + \alpha (\lambda - 2 m^2 + m^4) \\ \times (36 - 45 m^2 + 10 m^4 - m^6)$$

en posant, compte tenu de ce que φ_2 est une fonction paire :

$$U = C_0 + C_2 m^2 - \frac{15}{4} m^4 + \frac{1}{3} m^6 - \frac{1}{56} m^8,$$

et :

$$= \frac{3}{2} \lambda m^4 - \frac{8 + 5 \lambda}{40} m^6 - \frac{63 + 5 \lambda}{840} m^8 - \\ - \frac{65 + 5 \lambda}{5040} m^{10} + \frac{1}{990} m^{12} - \frac{1}{24024} m^{14},$$

on trouve :

$$\frac{36 \beta \varphi_2}{\varphi_0} = U + \alpha_2 \bar{V}.$$

Les conditions aux limites et la condition $\varphi_2(0) = \varphi_0$ écrivent :

$$\varphi_2(\pm 1) = 0 : C_0 + C_2 - 3,43543 + \alpha_2 \times \\ (1,38075 \lambda - 0,13692) = 0,$$

$$\varphi_2'(\pm 1) = 0 : 2 C_2 - 36 + \alpha_2 (14,56552 \lambda - 2,83495) = 0,$$

$$\varphi_2(0) = \varphi_0 : C_0 = 36 \beta.$$

En éliminant C_0 et C_2 et en remplaçant λ par sa valeur en fonction de α_2 on aboutit à l'équation :

$$4,62146 \alpha_2 + 11,8042 \frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} \sqrt{\alpha_2} = 3,1517 + 7,7896 \beta,$$

qui donne, en posant comme précédemment :

$$\frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} = \delta,$$

$$\sqrt{\alpha_2} = 1,7751 (\sqrt{1 + 2,716 \beta + 0,518 \delta^2} - 0,720 \delta),$$

$$k_2 = 28,401 (\sqrt{1 + 2,716 \beta + 0,518 \delta^2} - 0,720 \delta).$$

Pour $\beta = 0$ et $d = 0$ (ce qui correspond au cas étudié a) et b)) on a :

$$\sqrt{\alpha_2} = 1,7751 \text{ et } k_2 = 16 \sqrt{\alpha_2} = 28,401.$$

Pour $d = 0$ on a $\sqrt{\alpha_2} = 1,7751 \sqrt{1 + 2,716 \beta}$.

On peut remarquer que lorsque la poutre, au lieu de supporter une charge uniformément répartie, est sollicitée par un moment fléchissant M constant sur toute sa longueur, la valeur critique de ce moment est :

$$M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{BC}}{l} \text{ pour la poutre à section rectangulaire, et :}$$

$$M = \frac{\pi \sqrt{BC}}{l} \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4} \beta} = \frac{\pi \sqrt{BC}}{l} \sqrt{1 + 2,467 \beta} \text{ pour}$$

poutre à section en double té symétrique. On voit que le facteur correctif représentant l'influence de la flexion des ailes a sensiblement la même valeur que dans le cas de la poutre uniformément chargée. Pour cette raison on admet généralement que le facteur correctif représentant l'in-

fluence de la flexion propre des ailes peut être pris égal à $\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4} \beta}$ quel que soit le mode de chargement de la poutre. Cela est admissible pour les valeurs de β qui correspondent aux proportions habituelles des poutres en béton précontraint.

Pour $\beta = 0$, et pour les faibles valeurs de $\frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}}$, on a :

$$\sqrt{\alpha_2} = 1,7751 \left(1 - 0,72 \frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}}\right).$$

Le facteur correctif représentant l'influence du niveau d'application de la charge :

$$1 - 0,72 \frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}},$$

que nous trouvons ainsi diffère peu de celui admis par TIMOSHENKO, qui est :

$$1 - 0,77 \frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}}.$$

8. Calcul des charges critiques par la méthode de l'énergie de déformation.

Cette méthode a été imaginée par TIMOSHENKO en 1907(*) elle a pour base les considérations suivantes.

Quand une poutre commence à se déverser, son énergie de déformation augmente jusqu'à la flexion dans son plan vertical moyen viennent se superposer une flexion latérale et une torsion.

Supposons que la poutre soit de section rectangulaire constante et qu'elle repose par ses extrémités sur des appuis réalisant l'encastrement parfait en torsion et la liberté de rotation en flexion latérale. Soit M le moment fléchissant dû aux charges verticales et M_x le moment de torsion.

L'augmentation de l'énergie de déformation est, en désignant par A' et A les extrémités de la poutre :

$$\Delta W = \int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2}{2B} dx + \int_{A'}^A \frac{M_x^2 dx}{2C}. \quad (12)$$

Mais, par suite du déversement, les points d'application des charges s'abaissent et les charges effectuent un travail $\Delta \mathcal{G}$.

Quand les charges appliquées sont telles que : $\Delta W > \Delta \mathcal{G}$ l'énergie de déformation que peut emmagasiner la poutre est suffisante pour que la forme plane de flexion soit stable. Autrement dit, si, ayant imposé à la poutre une petite flexion latérale, on supprime cette dernière, la poutre reprend sa forme initiale. En augmentant les charges appliquées, on pourra faire en sorte que $\Delta W < \Delta \mathcal{G}$: alors, la forme plane cesse d'être stable.

(*) Une méthode analogue à celle de TIMOSHENKO dérive directement des travaux de W. RITZ.

La condition $\Delta W = \Delta \mathcal{G}$ (13) permet donc de déterminer les valeurs des charges à partir desquelles s'amorce le déversement.

Pour calculer exactement ΔW et $\Delta \mathcal{G}$, il faudrait connaître l'expression de φ en fonction de l'abscisse, c'est-à-dire connaître la solution du problème étudié.

TIMOSHENKO a proposé de prendre pour φ une expression satisfaisant aux conditions aux limites et de la porter dans l'équation (13) et fait observer qu'on obtiendra généralement ainsi des valeurs approchées par excès des charges critiques. C'est qu'en effet, en se fixant arbitrairement φ , on introduit en fait, dans le système, les liaisons complémentaires qui sont nécessaires pour que la déformation affecte la forme résultant de cette valeur de φ . Or pour le système fictif, constitué par le système réel et ces liaisons complémentaires, toutes les déformations naturelles (c'est-à-dire susceptibles de se produire dans le système réel) ne sont plus possibles. Ce n'est qu'exceptionnellement que la déformation correspondant aux charges critiques minimales sera possible pour le système fictif.

Pour calculer le travail $\Delta \mathcal{G}$ dû à l'abaissement des charges, il y a intérêt à utiliser le procédé suivant, dû à VENET (*). Dans le déversement, la torsion φ crée un moment M_φ situé dans le plan moyen, qui provoque des flèches y perpendiculaires à celui-ci et résultant des rotations instantanées $\frac{M_\varphi}{B} dx$. Les flèches verticales z résultent donc des rotations $\frac{M_\varphi}{B} dx$ (les flèches considérées ici, tant latérales que verticales, sont celles prises par la ligne moyenne de la poutre).

Les flèches verticales w sont donc identiques à celles que prendrait la ligne moyenne d'une poutre fictive de raideur $\frac{B}{\varphi^2}$ fléchie sans torsion par les charges appliquées à la poutre réelle. Comme, dans la flexion latérale, les charges ne fournissent pas de travail, celui effectué par les forces extérieures pendant le déversement de la poutre réelle est égal à celui des charges appliquées à la poutre fictive pendant sa flexion. En supposant les charges appliquées sur la ligne moyenne, et en désignant par p la densité de charge on a donc :

$$\Delta \mathcal{G} = \int_{A'}^A p w dx$$

On remarque que l'énergie de déformation W_f de la poutre fictive peut s'exprimer d'une part, à l'aide de la formule de Clapeyron :

$$W_f = \frac{1}{2} \int_{A'}^A p w dx,$$

et, d'autre part, en fonction du moment fléchissant :

$$W_f = \int_{A'}^A \frac{M^2 dx}{2 \frac{B}{\varphi^2}} = \int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2 dx}{2 B}.$$

(*) VENET, Ingénieur des Ponts et Chaussées, Ingénieur Principal des Travaux Maritimes.

On a donc :

$$\Delta \mathcal{G} = \int_{A'}^A p w dx = \int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2 dx}{B}. \quad (14)$$

Compte tenu de (12) l'équation (13) s'écrit donc :

$$\int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2}{2 B} dx + \int_{A'}^A \frac{M_x^2 dx}{2 C} = \int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2 dx}{B}, \quad (15)$$

ou encore :

$$\int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2 dx}{B} = \int_{A'}^A \frac{M_x^2 dx}{C}. \quad (16)$$

Ainsi, dans le déversement, sous l'action de charges appliquées sur la ligne moyenne et quand il n'y a pas d'énergie dissipée sur les appuis, il y a équipartition de l'énergie de torsion et de l'énergie de flexion latérale.

En observant que dans le cas présentement considéré, on a $M_x = C \varphi'$, l'énergie de déformation due à la torsion a pour expression :

$$\int_{A'}^A \frac{(C \varphi')^2 dx}{2 C} = \frac{C}{2} \int_{A'}^A \varphi'^2 dx,$$

de sorte que l'équation (16) peut s'écrire :

$$\int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2 dx}{B} = C \int_{A'}^A \varphi'^2 dx. \quad (16')$$

Les conditions d'appui restant inchangées, supposons maintenant que la poutre soit à section constante en double té symétrique. Évaluons ΔW . L'énergie de déformation due à la flexion latérale d'ensemble aura encore pour expression $\int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2 dx}{2 B}$; l'énergie de déformation due aux cisaillements résultant de la torsion sera encore $\frac{C}{2} \int_{A'}^A \varphi'^2 dx$. Mais il conviendra d'ajouter à la somme de ces deux termes l'énergie de déformation due aux contraintes normales résultant de la flexion latérale propre aux ailes. En désignant par D la rigidité de flexion latérale d'une de celles-ci, le moment fléchissant qu'elle supporte, du fait exclusif de cette flexion propre, est $D \frac{z}{2} \varphi''$. Pour l'ensemble des deux ailes, l'énergie complémentaire est :

$$2 \int_{A'}^A \frac{\left(D \frac{z}{2} \varphi''\right)^2}{2 D} dx = D \frac{z^2}{4} \int_{A'}^A \varphi''^2 dx.$$

On aura, comme ci-dessus

$$\Delta \mathcal{G} = \int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2}{B} dx,$$

et l'équation $\Delta W = \Delta \mathcal{G}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2}{2 B} dx + D \frac{z^2}{4} \int_{A'}^A \varphi''^2 dx + \frac{C}{2} \int_{A'}^A \varphi'^2 dx = \\ = \int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2}{B} dx. \end{aligned}$$

L'équation (16) deviendra :

$$\int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2}{B} dx = D \frac{z^2}{2} \int_{A'}^A \varphi'^2 dx + C \int_{A'}^A \varphi'^2 dx. \quad (16')$$

Supposons enfin que les liaisons sur appuis produisent des encastrements parfaits en flexion latérale. Si les appuis sont identiques et si M_0 est la valeur absolue commune aux moments d'encastrement en flexion latérale, $M^2 \varphi^2$ devra être remplacé, dans les équations (16) ou (16') par :

$$(M\varphi - M_0)^2.$$

Si les charges p sont appliquées à la distance d de la ligne moyenne (d positif quand le point d'application de p est au-dessus de la ligne moyenne), l'abaissement supplémentaire de la charge $p dx$ sera :

$F'_0 = d(1 - \cos \varphi) \neq d \frac{\varphi^2}{2}$ et il en résultera un travail supplémentaire :

$$\Delta \mathcal{C}_1 = \int_{A'}^A \frac{\varphi^2 p d}{2} dx,$$

qui devra être introduit dans le second membre de l'équation (15). Du second membre de l'équation (16) il faudra retrancher $2 \Delta \mathcal{C}_1$ (*).

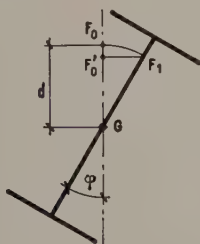


FIG. 10

De même, il conviendra éventuellement d'ajouter au second membre de l'équation (15) le travail $\Delta \mathcal{C}_2$ des liaisons sur appuis. Ce sera le cas par exemple quand, les rotations autour des verticales de A' et A étant libres, ainsi que celles autour des perpendiculaires au plan moyen en ces points, l'encastrement à l'égard de la torsion est imparfait. Si par exemple la poutre est symétrique par rapport au milieu de la portée et si les raideurs de torsion R_x des deux appuis sont identiques, on aura, en désignant par φ_1 la valeur de φ en A' et A :

$$\Delta \mathcal{C}_2 = 2 \frac{R_x \varphi_1^2}{2} = R_x \varphi_1^2.$$

Il faudra alors ajouter $2 \Delta \mathcal{C}_2 = 2 R_x \varphi_1^2$ au second membre de l'équation (16) ou à celui de l'équation (16').

De même, s'il y a des encastrements partiels en flexion latérale on devra tenir compte du travail des liaisons qui sont produits. Si R_x désigne la raideur de chacun des appuis à l'égard de cette flexion et y_A la rotation de l'extrémité droite (supposée de même valeur absolue que celle

(*) Si la poutre supporte, au lieu de la charge uniformément répartie p une charge concentrée P appliquée en son milieu pour lequel $\varphi = \varphi_0$, on a $\Delta \mathcal{C}_1 = \frac{P}{2} \varphi_0^2 d$.

de l'extrémité gauche), il faudra ajouter au second membre de (16) [ou de (16')] le travail

$$2 R_x y_A'^2.$$

Appliquons la méthode de l'énergie aux exemples traités au paragraphe 7 relatifs à une poutre à section constante supportant une charge uniformément répartie, reposant librement sur ses appuis, lesquels sont supposés réaliser des encastrements parfaits à l'égard de la torsion.

a) Pour la poutre à section transversale rectangulaire, avec des charges appliquées sur la ligne moyenne, on aura :

$$M_x = C \frac{d\varphi}{dx},$$

et l'équation (16) s'écrira :

$$\int_0^a \frac{p^2}{4B} (a^2 - x^2)^2 \varphi^2 dx = \int_0^a C \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 dx.$$

D'où on tire :

$$\frac{p^2}{4BC} = \frac{\int_0^a \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 dx}{\int_0^a (a^2 - x^2)^2 \varphi^2 dx},$$

ou bien, en prenant m comme variable :

$$\frac{p^2 a^6}{4BC} = \alpha = \frac{\int_0^1 \varphi'^2 dm}{\int_0^1 (1 - m^2)^2 \varphi^2 dm} = \frac{N}{D}.$$

La fonction φ qui correspond à la charge critique minimale est donc une extrémale qui rend stationnaire le second membre de l'équation.

Varions φ ; l'expression $\frac{N}{D}$ sera stationnaire si :

$$N \delta D - D \delta N = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\delta N}{\delta D} = \frac{N}{D}.$$

On peut donc écrire :

$$\alpha = \frac{\delta N}{\delta D} = \frac{\int_0^1 2 \varphi' \delta \varphi' dm}{\int_0^1 2 (1 - m^2)^2 \varphi \delta \varphi dm}.$$

En intégrant par parties le numérateur δN , on trouve :

$$\int_0^1 \frac{d\varphi}{dm} \delta \varphi' dm = \left(\frac{d\varphi}{dm} \delta \varphi \right)_0^1 - \int_0^1 \frac{d^2 \varphi}{dm^2} \delta \varphi dm.$$

Le terme intégré est nul eu égard aux conditions aux limites ($\frac{dm}{d\varphi} = 0$ pour $m = 0$ par raison de symétrie, $\delta \varphi = 0$ pour $m = 1$ en raison des encastrements de torsion).

On a donc :

$$\alpha = - \frac{\int_0^1 \frac{d^2 \varphi}{dm^2} \delta \varphi dm}{\int_0^1 (1 - m^2)^2 \varphi \delta \varphi dm},$$

ou :

$$\int_0^1 [\varphi'' + \alpha (1 - m^2)^2 \varphi] \delta \varphi dm = 0.$$

Cette égalité doit être vérifiée quel que soit $\delta \varphi$ si φ est une extrémale, ce qui exige que :

$$\varphi'' + \alpha (1 - m^2)^2 \varphi = 0.$$

Nous retrouvons ainsi l'équation différentielle de φ .

L'expression $\frac{N}{D}$ étant stationnaire, est peu sensible aux erreurs commises en prenant pour φ une expression différente de la valeur réelle mais satisfaisant aux conditions aux limites. On peut même constater qu'une approximation satisfaisante peut être quelquefois obtenue si la fonction φ arbitrairement choisie ne satisfait pas à toutes les conditions aux limites(*). Ainsi, prenons $\varphi = \varphi_0 \left(1 - \frac{\alpha}{2} m^2\right)$, ce qui correspond aux deux premiers termes du développement de φ en série entière.

Cette expression satisfait à la condition $\varphi = 0$ pour $m = 1$ si $\alpha_1 = 2$, valeur très éloignée de $\alpha_{cr} = 3,1556$. Mais elle ne satisfait pour aucune valeur de α à la condition $\varphi'' = 0$ pour $m = 1$.

Prenons donc : $\varphi_1 = \varphi_0 (1 - m^2)$.

Nous avons :

$$\begin{aligned} N &= \int_0^1 \varphi_0^2 4 m^2 dm = \frac{4}{3} \varphi_0^2, \\ D &= \int_0^1 \varphi_0^2 (1 - m^2)^4 dm = \varphi_0^2 \left(1 - \frac{4}{3} + \frac{6}{5} - \frac{4}{7} + \frac{1}{9}\right) = \\ &= \varphi_0^2 \frac{128}{315}. \end{aligned}$$

Par suite, nous trouvons comme seconde approximation de α :

$$\alpha_2 = \frac{4}{3} \times \frac{315}{128} = \frac{105}{32} = 3,28125,$$

et comme valeur de k :

$$k_2 = 16 \sqrt{\frac{105}{32}} = 2 \sqrt{210} = 28,9828.$$

b) En prenant comme nous l'avons fait précédemment

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_0}{5} (5 - 6 m^2 + m^4),$$

toutes les conditions aux limites sont satisfaites. On a alors :

$$\begin{aligned} N &= \int_0^1 \frac{\varphi_0^2}{25} (-12 m + 4 m^3)^2 dm = \\ &= \frac{16 \varphi_0^2}{25} \left(\frac{9}{3} - \frac{6}{5} + \frac{1}{7}\right) = \frac{\varphi_0^2}{25} \frac{16 \times 68}{35}, \end{aligned}$$

$$D = \int_0^1 \frac{\varphi_0^2}{25} (25 - 110 m^2 + 191 m^4 - 164 m^6 + 71 m^8 - 14 m^{10} + m^{12}) dm$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{\varphi_0^2}{25} \left(25 - \frac{110}{3} + \frac{191}{5} - \frac{164}{7} + \frac{71}{9} - \frac{14}{11} + \frac{1}{13}\right) = \\ &= \frac{\varphi_0^2}{25} \frac{16 \times 27584}{35 \times 1287} \end{aligned}$$

Par suite :

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \frac{16 \times 68}{35} \times \frac{35 \times 1287}{16 \times 4 \times 6896} = \frac{17 \times 1287}{6896} = 3,1727 \\ k_2 &= 16 \times 1,7812 = 28,4992. \end{aligned}$$

c) Reprenons l'étude de la poutre considérée en c) du paragraphe 7.

Prenons encore $\varphi_1 = \frac{\varphi_0}{5} (5 - 6 m^2 + m^4)$ bien que cette fonction ne satisfasse pas à la condition $\varphi^{IV}(\pm 1) = 0$.

Nous utilisons l'équation (16') et posons comme précédemment $\frac{1}{2} \frac{D}{C} \frac{z^2}{a^2} = \beta$. En prenant encore $m = \frac{x}{a}$ comme variable, on a :

$$\begin{aligned} \int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2}{B} dx &= 2 \frac{p^2 a^5}{4 B} \int_0^1 (1 - m^2)^2 \varphi^2 dm, \\ \frac{D z^2}{2} \int_{A'}^A \varphi''^2 dx &= 2 \frac{C \beta}{a} \int_0^1 \varphi''^2 dm, \\ C \int_{A'}^A \varphi'^2 dx &= 2 \frac{C}{a} \int_0^1 \varphi'^2 dm, \\ 2 \int_{A'}^A \frac{\varphi^2 p d}{2} dx &= p a d \int_{A'}^A \varphi^2 dm. \end{aligned}$$

Les intégrales contenues dans le premier, le troisième et le quatrième termes ont déjà été calculées. Celle figurant au second terme est :

$$\int_0^1 \frac{\varphi_0^2}{25} (-12 + 12 m^2)^2 dm = \frac{\varphi_0^2}{25} \frac{384}{5}.$$

L'équation (16') s'écrit donc, en supprimant le facteur commun $2 \frac{\varphi_0^2}{25}$:

$$\frac{p^2 a^5}{4 B} \frac{16 \times 27584}{35 \times 1267} = \frac{C}{a} \left(\frac{16 \times 68}{35} + \beta \frac{384}{5}\right) + p a d \frac{3968}{315}$$

D'où, en remplaçant dans le second membre $p a d$ par

$$2 \sqrt{\alpha} \frac{\sqrt{BC}}{a^3} a d = \frac{2C}{a} \cdot \frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} \sqrt{\alpha} :$$

$$\frac{p^2 a^6}{4 BC} = \alpha = 3,1727 \left(1 + \frac{42}{17} \beta - \frac{124 d}{153 a} \sqrt{\frac{B}{C}} \sqrt{\alpha}\right).$$

(*) TIMOSHENKO [6] page 12.

Remplaçons au second membre α par la valeur 3,1727 ne prend cette quantité quand $\beta = 0$ et $d = 0$, nous trouvons :

$$\alpha = 3,1727 \left(1 + 2,470 \beta - 1,450 \frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} \right).$$

β et $\frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} = \delta$ étant toujours petits en regard de l'unité, nous pouvons aussi écrire :

$$\sqrt{\alpha} = 1,7812 (1 + 1,235 \beta - 0,725 \delta),$$

$$k = 16 \sqrt{\alpha} \approx 28,5 (1 + 1,235 \beta - 0,725 \delta).$$

Le facteur correctif tenant compte de la flexion des ailes et de la position en hauteur de la charge diffère peu de celui trouvé précédemment.

CHAPITRE II

DÉVERSEMENT DES POUTRES EN DOUBLE TÉ DISSYMMÉTRIQUE ET DES POUTRES PARTIELLEMENT ENCASTRÉES A L'ÉGARD DE LA TORSION OU SUSPENDUES

Équation différentielle de l'angle de torsion pour une poutre à section transversale constante, en forme de double té dissymétrique.

Nous allons montrer que l'équation (3'') établie en 2) chapitre I) est valable pour la poutre à section transversale constante, en forme de double té dissymétrique à condition de choisir convenablement le coefficient β et de prendre pour axe des x la parallèle à la ligne moyenne passant par le centre de torsion, que l'on désignera dans ce qui suit sous le nom d'axe de torsion.

En reprenant le raisonnement que nous avons fait en 2) nous voyons (fig. 11) que les efforts tranchants dans les ailes, dus à leurs flexions propres, sont :

— Pour l'aile supérieure :

$$EI_1 \frac{d^3 y_1}{dx^3} = -EI_1 t_1 \frac{d^3 \varphi}{dx^3}.$$

— Pour l'aile inférieure :

$$EI_2 \frac{d^3 y_2}{dx^3} = +EI_2 t_2 \frac{d^3 \varphi}{dx^3}.$$

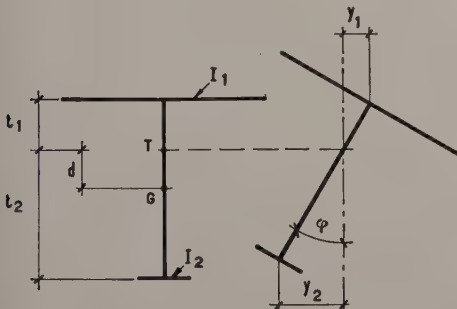


FIG. 11.

Les valeurs absolues de ces deux efforts tranchants sont égales puisque T étant le centre de torsion de la section, on a : $I_1 t_1 = I_2 t_2$. Les efforts tranchants dans les ailes forment donc un couple de moment :

$$-(EI_1 t_1^2 + EI_2 t_2^2) \frac{d^3 \varphi}{dx^3}.$$

Comme on a :

$$t_1 = z \frac{I_2}{I_1 + I_2} \quad \text{et} \quad t_2 = z \frac{I_1}{I_1 + I_2},$$

la quantité entre parenthèses s'écrit :

$$EI_1 \frac{I_2^2}{(I_1 + I_2)^2} z^2 + EI_2 \frac{I_1^2}{(I_1 + I_2)^2} z^2 = \frac{Ez^2}{\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}}.$$

$$\text{Posons} \quad \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} = \frac{2}{J}, \quad EJ = D.$$

Le moment cherché a alors pour expression :

— $D \frac{z^2}{2} \frac{d^3 \varphi}{dx^3}$ et, posant comme précédemment $\beta = \frac{1}{2} D \frac{z^2}{a^2}$, on voit que l'équation différentielle de φ est encore, dans le cas présent :

$$-\beta a^2 \varphi^{IV} + \left(\frac{M^2}{BC} + \frac{pd}{C} \right) \varphi = 0. \quad (17)$$

Mais d est dans cette équation la distance de l'axe de torsion à la droite le long de laquelle sont appliquées les charges p . L'équation (17) est identique à celle qu'on obtient en éliminant y entre les équations de Bleich écrites pour $N = 0$.

L'énergie de déformation due aux contraintes normales résultant de la flexion latérale propre aux ailes a pour expression :

$$\frac{1}{2} \int_{A'}^A (EI_1 \varphi''^2 t_1^2 + EI_2 \varphi''^2 t_2^2) dx,$$

de sorte que l'équation $\Delta W = \Delta \mathcal{C}$ est équivalente à :

$$\int_{A'}^A \frac{M^2 \varphi^2}{B} dx = D \frac{z^2}{2} \int_{A'}^A \varphi''^2 dx + C \int_{A'}^A \varphi'^2 dx,$$

c'est-à-dire identique à l'équation (16').

2. Poutres partiellement encastrees.

Nous avons supposé jusqu'ici que les poutres considérées étaient parfaitement encastrees à leurs extrémités A' et A à l'égard de la torsion. Envisageons maintenant une poutre dont chacune des extrémités est liée à un dispositif opposant à une torsion φ un couple de réaction — $R_x \varphi$.

Au lieu de la condition $\varphi_A = 0$ relative à la poutre encastree, nous devons écrire :

$$C \frac{d\varphi}{dx} (x = a) = -R_x \varphi (x = a).$$

Considérons par exemple, le cas de la poutre à section rectangulaire étudiée en 7a). Nous envisageons encore le déversement en une seule onde. Nous aurons, en négligeant les termes du développement de φ contenant des puissances de α supérieures à 2 :

$$\varphi = \varphi_0 \left[1 - \alpha \left(\frac{m^2}{2} - \frac{m^4}{6} + \frac{m^6}{30} \right) + \alpha^2 \left(\frac{m^4}{24} - \frac{7m^6}{180} + \frac{13m^8}{840} - \frac{7m^{10}}{2700} + \frac{m^{12}}{3960} \right) \right],$$

$$\varphi' = \varphi_0 \left[-\alpha \left(m - \frac{2}{3} m^3 + \frac{m^5}{5} \right) + \alpha^2 \left(\frac{m^3}{6} - \frac{7m^5}{30} + \frac{13m^7}{405} - \frac{7m^9}{270} + \frac{m^{11}}{330} \right) \right],$$

$$\varphi(1) = \varphi_0 \left(1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6617\alpha^2}{415800} \right),$$

$$\varphi'(1) = \varphi_0 \left(-\frac{8\alpha}{15} + \frac{356\alpha^2}{10395} \right),$$

$$\text{et nous écrirons : } \frac{C}{a} \varphi'(1) = -R_x \varphi(1),$$

soit :

$$\frac{C\varphi_0}{a} \left(-\frac{8\alpha}{15} + \frac{356\alpha^2}{10395} \right) = -R_x \varphi_0 \left(1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6617\alpha^2}{415800} \right),$$

$$\text{d'où : } \frac{aR_x}{C} = \frac{\frac{8\alpha}{15} - \frac{356\alpha^2}{10395}}{1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6617\alpha^2}{415800}} = f(\alpha).$$

La courbe $\frac{aR_x}{C} = f(\alpha)$, permettant de déterminer α connaissant R_x est donnée en annexe.

(*) Voir en annexe le calcul permettant de déterminer la position de E.

3. Poutres suspendues.

a) Poutre à section rectangulaire constante suspendue par ses extrémités (fig. 12).



FIG. 12.

Supposons que la poutre soit suspendue par ses extrémités et puisse pivoter autour de l'axe E situé à e au-dessus de son centre de gravité. Si la poutre est levée à l'aide de câbles, E se trouve, par suite de leur déformabilité, au-dessous de leur point de suspension (*). Pour un écart angulaire φ , le couple de rappel est — $pa e \varphi$ et nous devons écrire :

$$\frac{C}{a} \varphi'(1) = -pa e \varphi(1),$$

soit, compte tenu de ce que $p = \frac{2\sqrt{\alpha}\sqrt{BC}}{a^3}$,

$$\frac{C}{a} \left(\frac{8\alpha}{15} - \frac{356\alpha^2}{10395} \right) = 2\sqrt{\alpha}\sqrt{BC} \frac{e}{a^2} \left(1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6617\alpha^2}{415800} \right).$$

D'où on tire :

$$2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{C}{B}} = \frac{\frac{8\sqrt{\alpha}}{15} - \frac{356\alpha\sqrt{\alpha}}{10395}}{1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6617\alpha^2}{415800}} = g(\alpha).$$

La courbe $2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{C}{B}} = g(\alpha)$ est donnée en annexe (p. 826).

b) Poutre à section rectangulaire constante suspendue en deux points quelconques, équidistants du milieu.

Soit C et C' les points de suspension. Chacun d'eux est à la distance pa de la section médiane de la poutre, de longueur totale $2a$ (fig. 13).

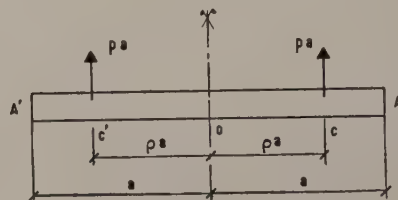


FIG. 13.

Entre C' et C, le moment fléchissant dans la section constante de ma de O a pour expression :

$$M = pa (\rho a + ma) - p (a + ma) \frac{a + ma}{2},$$

et, en posant $2\rho - 1 = \gamma^2$:

$$M = \frac{pa^2}{2} (\gamma^2 - m^2).$$

Soit φ l'angle de torsion; il satisfait l'équation différentielle :

$$\frac{1}{a^2} \frac{d^2\varphi}{dn^2} + \frac{p^2 a^4}{4 BC} (\gamma^2 - m^2)^2 \varphi = 0,$$

ou :

$$\varphi'' + \alpha (\gamma^2 - m^2)^2 \varphi = 0.$$

Posons $m = \gamma n$; comme $\frac{d^2\varphi}{dm^2} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{d^2\varphi}{dn^2}$, l'équation devient :

$$\frac{d^2\varphi}{dn^2} + \alpha \gamma^6 (1 - n^2)^2 \varphi = 0,$$

ou encore, en posant : $\alpha \gamma^6 = \alpha'$,

$$\frac{d^2\varphi}{dn^2} + \alpha' (1 - n^2)^2 \varphi = 0.$$

Cette dernière équation est identique à l'équation (8); la solution paire est donc :

$$\varphi = \varphi_0 \left(1 + a_2 \frac{m^2}{\gamma^2} + a_4 \frac{m^4}{\gamma^4} + \dots \right) = \varphi_0 f(m),$$

avec

$$a_2 = -\frac{\alpha'}{2} = -\frac{\alpha \gamma^6}{2},$$

$$a_4 = \frac{\alpha'}{6} + \frac{\alpha'^2}{24} = \frac{\alpha \gamma^6}{6} + \frac{\alpha^2 \gamma^{12}}{24}, \text{ etc...}$$

Entre A' et C' et entre A et C, le moment fléchissant dans la section d'abscisse ma par rapport à O est :

$$M = -\frac{pa^2}{2} (1 - m)^2,$$

et l'équation différentielle de l'angle de torsion θ est :

$$\frac{1}{a^2} \theta'' + \frac{p^2 a^4}{4 BC} (1 - m)^4 \theta = 0,$$

ou :

$$\theta'' + \alpha (1 - m)^4 \theta = 0.$$

Par la méthode des coefficients indéterminés, on trouve aisément que la solution générale de cette équation est :

$$\theta = \theta_0 [1 + b_6 (1 - m)^6 + b_{12} (1 - m)^{12} + \dots]$$

$$+ \theta_1 [1 - m + b_7 (1 - m)^7 + b_{13} (1 - m)^{13} \dots]$$

avec :

$$b_6 = -\frac{\alpha}{5 \cdot 6}, \quad b_7 = -\frac{\alpha}{6 \cdot 7},$$

$$b_{12} = \frac{\alpha^2}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12}, \quad b_{13} = \frac{\alpha^2}{6 \cdot 7 \cdot 12 \cdot 13},$$

$$b_{18} = -\frac{\alpha^3}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 17 \cdot 18}, \quad b_{19} = -\frac{\alpha^3}{6 \cdot 7 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 18 \cdot 19}.$$

A chacune des extrémités libres A' et A, le couple de torsion est nul; on doit donc avoir $\varphi' = 0$ pour $m = 1$

ce qui entraîne $\theta_1 = 0$ et, pour la console C A, l'angle de torsion θ a pour expression :

$$\theta = \theta_0 [1 + b_6 (1 - m)^6 + b_{12} (1 - m)^{12} + \dots] = \theta_0 g(m).$$

En C, pour $m = \rho$, on doit évidemment avoir, d'une part :

$$\varphi_0 f(\rho) = \theta_0 g(\rho),$$

et, d'autre part :

$$C \left(\frac{d\theta}{dx} - \frac{d\varphi}{dx} \right) = pae \varphi(x) = pae \theta(x),$$

e désignant, comme précédemment, la distance du centre instantané de rotation à la ligne moyenne de la poutre.

Ces dernières équations s'écrivent aussi :

$$\frac{C}{a} [\theta_0 g'(\rho) - \varphi_0 f'(\rho)] = pae \varphi_0 f(\rho) = pae \theta_0 g(\rho).$$

En éliminant φ_0 et θ_0 , on trouve aisément, en remplaçant p par sa valeur en fonction de α :

$$2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} \sqrt{\alpha} = \frac{g'(\rho)}{g(\rho)} - \frac{f'(\rho)}{f(\rho)}.$$

En négligeant dans les développements de f , f' , g et g' les termes contenant α à une puissance supérieure à 2, on trouve :

$$f = 1 - A_1 \alpha + A_2 \alpha^2, \quad g = 1 - B_1 \alpha + B_2 \alpha^2,$$

$$f' = -A_1' \alpha + A_2' \alpha^2, \quad g' = -B_1' \alpha + B_2' \alpha^2,$$

$$A_1 = \frac{\gamma^4 m^2}{2} - \frac{\gamma^2 m^4}{6} + \frac{m^6}{30}, \quad A_1' = \gamma^4 m - \frac{2\gamma^2 m^3}{3} + \frac{m^5}{5},$$

$$A_2 = \frac{\gamma^8 m^4}{24} - \frac{7\gamma^6 m^6}{180} + \frac{13\gamma^4 m^8}{840} - \frac{7\gamma^2 m^{10}}{2700} + \frac{m^{12}}{3960},$$

$$A_2' = \frac{\gamma^8}{6} m^3 - \frac{7}{30} \gamma^6 m^5 + \frac{13}{105} \gamma^4 m^7 - \frac{7}{270} \gamma^2 m^9 + \frac{1}{330} m^{11},$$

$$B_1 = \frac{(1 - m)^6}{30}, \quad B_2 = \frac{(1 - m)^{12}}{3960}$$

$$B_1' = -\frac{(1 - m)^5}{5}, \quad B_2' = -\frac{(1 - m)^{11}}{330},$$

et l'équation donnant la valeur de α correspondant au déversement est :

$$2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} = \frac{-B_1'(\rho) \sqrt{\alpha} + B_2'(\rho) \alpha \sqrt{\alpha}}{1 - B_1(\rho) \alpha + B_2(\rho) \alpha^2} + \frac{A_1'(\rho) \sqrt{\alpha} - A_2'(\rho) \alpha \sqrt{\alpha}}{1 - A_1(\rho) \alpha + A_2(\rho) \alpha^2} = j(\alpha). \quad (18)$$

En annexe (p. 827) figure le faisceau des courbes

$$2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} = j(\alpha)$$

correspondant à différentes valeurs de ρ .

L'équation (18) appelle quelques remarques :

— On voit en premier lieu que les raisonnements qui ont permis de l'établir resteraient valables si les caractéristiques B_0 et C_0 des parties en consoles A'C' et AC, ainsi que les charges P_0 qu'elles supportent, étaient différentes

respectivement des caractéristiques B_1 et C_1 de la partie centrale C'C et de la charge p_1 qui lui est appliquée à condition, bien entendu, que B_0 , C_0 , p_0 , B_1 , C_1 , p_1 , soient des constantes.

— Si l'on écrit l'équation (18) sous la forme :

$$2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} = U(\alpha) + V(\alpha), \quad (19)$$

on voit que, lorsque les caractéristiques des consoles seront différentes de celles de la partie centrale, en posant :

$$\alpha_0 = \frac{p_0^2 a^6}{4 B_0 C_0} \quad \alpha_1 = \frac{p_1^2 a_1^6}{4 B_1 C_1} \quad \text{et} \quad \alpha_0 = \nu \alpha_1.$$

l'équation de déversement sera :

$$2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} = U(\nu \alpha_1) + V(\alpha_1), \quad (19 \text{ bis})$$

ou :
$$2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} = U(\alpha_0) + V\left(\frac{\alpha_0}{\nu}\right). \quad (19 \text{ ter})$$

Supposons que la partie centrale C'C soit indéformable.

On aura alors $\alpha_1 = 0$, $V(\alpha_1) = 0$ et l'équation (19 ter) se réduira à :

$$2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} = U(\alpha_0). \quad (20)$$

C'est aussi l'équation de déversement de la poutre de longueur A'C' + CA suspendue dans la section médiane, puisque, si la partie centrale est indéformable, la charge critique p_{ocr} est indépendante de la longueur de cette partie centrale. Si e tend vers l'infini, l'équation se réduit à :

$$1 - B_1(\rho)\alpha + B_2(\rho)\alpha^2 = 0,$$

qui est l'équation de déversement de la console uniformément chargée. Si on fait $m = 0$, la longueur de la console est a , et l'équation précédente devient :

$$1 - \frac{\alpha}{30} + \frac{\alpha^2}{3960} = 0$$

dont la plus petite racine est $\alpha = 6,79$, ce qui correspond à :

$$p_{ocr} = \frac{2\sqrt{\alpha}\sqrt{BC}}{a^3} = \frac{13,58\sqrt{BC}}{a^3}.$$

On sait que la valeur exacte de p_{cr} est $\frac{12,85\sqrt{BC}}{a^3}$ (*) et on voit que l'approximation obtenue en négligeant dans le développement de θ les termes contenant α à une puissance supérieure à 2 est pratiquement satisfaisante.

Si les parties en console A'C' et CA sont indéformables, $\alpha_0 = 0$, $U(\alpha_0) = 0$ et l'équation de déversement est :

$$2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} = V(\alpha_1),$$

dont la résolution fournit la charge critique p_{1cr} de la partie centrale. Pour $e \rightarrow \infty$, elle se réduit à :

$$1 - A_1(\rho)\alpha + A_2(\rho)\alpha^2 = 0. \quad (21)$$

Pour $\rho = 1$, on retrouve l'équation (7) du § 7a). Pour $\rho < 1$, (21) est l'équation de déversement de la poutre encastree en torsion à ses extrémités et prolongée symétriquement en porte-à-faux au-delà de celles-ci.

Le moment sur appuis dû à la flexion dans le plan vertical est :

$$\frac{pa^2}{2} (2\rho - 1 - \rho^2) = -\frac{pa^2}{2} (1 - \rho)^2.$$

La portée entre appuis étant $2\rho a$, l'encastrement parfait sur appuis correspond à :

$$-\frac{pa^2}{2} (1 - \rho)^2 = -\frac{p(2\rho a)^2}{12},$$

d'où : $\rho = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \approx 0,550 \quad \gamma^2 = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \approx 0,104$

En poursuivant le calcul numérique, on trouve $\alpha \approx 1360$ et, en posant $2\rho a = 1$, on trouve que la charge critique de la poutre encastree en torsion et en flexion principale aux extrémités est égale à environ $\frac{98,4\sqrt{BC}}{\beta^3}$ soit à peu près 3,5 fois celle de la poutre encastree en torsion seulement.

Les courbes représentatives des fonctions $U(\alpha)$, $V(\alpha)$, $U(\alpha) + V(\alpha)$ sont tangentes à l'origine à l'axe des ordonnées et affectent les formes représentées par la figure 14. Pour certaines valeurs de ρ , la courbe U a toutes ses ordonnées supérieures à celles de la courbe V ; pour d'autres valeurs de ρ , c'est l'inverse qui a lieu. Quel que soit ρ , les ordonnées de la courbe $U + V$ sont toutes supérieures à celles des courbes U et V . Il en résulte que p_{ocr} est toujours inférieure à la fois à p_{ocr} (afférente aux consoles supposées mises bout à bout) et à p_{1cr} (relative à la partie centrale, quand les consoles sont indéformables).

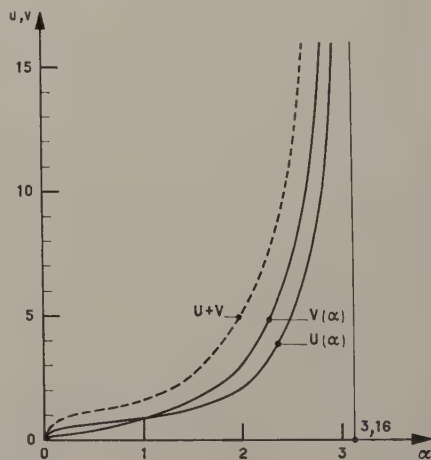


FIG. 14.

(*) Cette valeur est obtenue en conservant le terme en α^3 dans le développement de θ .

b) Poutre à section constante en forme de double té dissymétrique, suspendue en deux points quelconques équidistants du milieu.

Les équations différentielles de φ et de θ s'écrivent :

$$-\beta\varphi^{IV} + \varphi'' + \left[\alpha(\gamma^2 - m^2)^2 + \frac{pa^2d}{C} \right] \varphi = 0,$$

$$-\beta\theta^{IV} + \theta'' + \left[\alpha(1 - m)^4 + \frac{pa^2d}{C} \right] \theta = 0,$$

et comme : $\frac{pa^2d}{C} = 2 \frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} \sqrt{\alpha} = 2\delta\sqrt{\alpha},$

$$-\beta\varphi^{IV} + \varphi'' + \alpha \left[(\gamma^2 - m^2)^2 + \frac{2\delta}{\sqrt{\alpha}} \right] \varphi = 0,$$

$$-\beta\theta^{IV} + \theta'' + \alpha \left[(1 - m)^4 + \frac{2\delta}{\sqrt{\alpha}} \right] \theta = 0.$$

Si l'on cherche à développer φ et θ en séries entières, on trouve, pour les coefficients des développements, des expressions peu maniables et on se rend compte qu'il faut pousser assez loin ces développements pour obtenir une précision

satisfaisante. Les calculs algébriques deviennent pratiquement inextricables.

Le plus souvent, on se contente, pour cette raison, d'utiliser les résultats obtenus en *b)* pour la poutre à section rectangulaire constante. Soit B et C les raideurs de la poutre réelle en double té.

En utilisant ces valeurs, on calcule le coefficient :

$$k_1 = \sqrt{1 + 2,716\beta + 0,518\delta^2} - 0,72\delta.$$

L'équation : $2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} = j(\alpha)$ fournit une valeur α_{cr} ; on admet que la charge critique p_{cr} est :

$$p_{cr} = k_1 \frac{2\sqrt{BC}}{a^3} \sqrt{\alpha_{cr}} = 16 k_1 \sqrt{\alpha_{cr}} \frac{\sqrt{BC}}{l^3}.$$

La charge p_{cr} ainsi obtenue est d'autant plus voisine de la charge critique réelle que les points d'attache sont plus près des extrémités. La méthode approximative habituelle paraît satisfaisante pour les poutres en béton précontraint, pour lesquelles les paramètres β et δ ont le plus souvent de faibles valeurs n'atteignant pour ainsi dire jamais 0,05.

CHAPITRE III

FLEXION LATÉRALE

DES POUTRES EXPOSÉES AU DÉVERSEMENT

1. Équations générales de la flexion latérale.

On sait que lorsqu'une pièce prismatique d'axe rectiligne est simultanément comprimée dans la direction de cet axe et fléchiée dans un plan le contenant, l'existence de l'effort normal N a pour effet, notamment, de déterminer dans cette pièce des moments fléchissants supérieurs à ceux qu'elle supporterait si elle n'était pas comprimée.

De même, lorsqu'une poutre est fléchiée à la fois dans le plan de sa plus grande raideur et dans un plan perpendiculaire à ce dernier, la tendance au déversement de la poutre pour effet de majorer les moments fléchissants latéraux. C'est ainsi que, lorsqu'une poutre de pont, par exemple, se trouve provisoirement isolée et soumise à l'action du vent, la flexion latérale résultant de celle-ci dépend en particulier de la raideur latérale B et de la raideur de torsion C de la poutre.

D'autre part, si la section transversale de la poutre est en forme de double té dissymétrique, le centre de torsion T , le centre de gravité G et le point d'application V de la résultante des pressions exercées par le vent sont trois points distincts.

Si la membrure supérieure est plus importante que la membrure inférieure, ces trois points sont disposés comme l'indique la figure 15. Si par exemple, le vent souffle vers la gauche, l'ensemble de la section sera déplacé vers la gauche, en tendant à tourner autour de T . Du fait de la déformabilité de la poutre résultera une rotation dans le sens trigonométrique. Par contre, la résultante des pressions

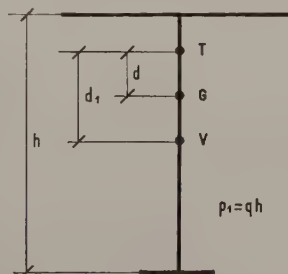


FIG. 15.

exercées par le vent étant appliquée au-dessous de T tend à faire tourner la section autour de ce point dans le sens des aiguilles d'une montre. Le sens de la rotation résultant de ces deux effets opposés dépend des caractéristiques de la section transversale et influe sur l'intensité de la flexion latérale.

Comme précédemment, nous supposons les flèches verticales négligeables en regard des flèches latérales. Nous désignons par M_1 le moment fléchissant produit par les forces latérales, que nous supposons uniformément réparties avec la densité $p_1 = q h$, q désignant le pression du vent et h la hauteur de la poutre. Nous supposons que p_1 est faible en regard du poids p de la poutre par unité de longueur; en conséquence, nous négligeons la composante de p_1 (dont la direction est supposée invariable) dans le plan moyen de la poutre, et nous admettons que sa composante perpendiculaire à celui-ci est égale à p_1 .

Dans ces conditions, l'équation (1) (page 784) doit être remplacée par l'équation :

$$By'' = M\varphi + M_1. \quad (22)$$

L'équation $dM_x + \varphi p dx + My'' dx = 0$ écrite page 786 et exprimant l'équilibre de rotation autour de l'axe de torsion d'un élément de poutre de longueur dx devra être remplacée par l'équation :

$$dM_x + My'' dx + \varphi p dx + p_1 d_1 dx = 0. \quad (23)$$

d et d_1 , distances de T à G et V respectivement, sont positives quand G et V sont au-dessus de T. Elles sont négatives dans le cas de la figure 15 et le seront pratiquement toujours dans les applications que nous avons en vue.

S'il existait plusieurs charges p ou p_1 appliquées à différents niveaux d ou d_1 , le deuxième terme de (23) devrait être remplacé par $\Sigma p d dx$ et le troisième par $\Sigma p_1 d_1 dx$.

Nous allons utiliser les équations générales qui viennent d'être établies à la solution de quelques problèmes particuliers.

2. Poutre pesante, à section transversale rectangulaire constante, soumise à l'action du vent.

Nous avons dans ce cas $d = d_1 = 0$ et $\beta = 0$. Il en résulte que :

$$By'' = M\varphi + M_1, \\ C\varphi'' = -My''.$$

D'où en éliminant y'' , l'équation différentielle de φ :

$$\varphi'' + \frac{M^2}{BC} \varphi + \frac{MM_1}{BC} = 0.$$

En prenant comme précédemment $x = ma$, elle devient :

$$\varphi'' + \frac{p^2 a^6}{4 BC} (1 - m^2)^2 \varphi + \frac{p p_1 a^6}{4 BC} (1 - m^2)^2 = 0,$$

ou encore :

$$\varphi'' + \alpha (1 - m^2)^2 \varphi + \alpha \frac{p_1}{p} (1 - m^2)^2 = 0.$$

Nous avons trouvé (page 788) la solution de l'équation sans second membre. D'autre part, on voit immédiatement

que $\varphi = -\frac{p_1}{p}$ est une solution particulière de l'équation complète.

La solution générale de cette dernière est donc, en négligeant les termes contenant α à une puissance supérieure à 2 :

$$\varphi = \varphi_0 \left[1 + \alpha \left(-\frac{m^2}{2} + \frac{m^4}{6} - \frac{m^6}{30} \right) + \alpha^2 \left(\frac{m^4}{24} - \frac{7m^6}{180} + \frac{13m^8}{840} - \frac{7m^{10}}{2700} + \frac{m^{12}}{3960} \right) \right] - \frac{p_1}{p}.$$

a) Encastrement parfaits en torsion.

On doit avoir $\varphi(1) = 0$, d'où :

$$\varphi_0 \left(1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6617\alpha^2}{415800} \right) - \frac{p_1}{p} = 0,$$

ce qui détermine φ_0 ; φ_0 étant connue, il est possible de calculer les sollicitations dans toutes les sections de la poutre.

Le moment fléchissant latéral au milieu est :

$$\mathcal{M}_1(0) = M(0) \varphi(0) + M_1(0) = \frac{pl^2}{8} \varphi(0) + \frac{p_1 l^2}{8},$$

$$\mathcal{M}_1(0) = \frac{pl^2}{8} \left(\varphi_0 - \frac{p_1}{p} \right) + \frac{p_1 l^2}{8} = \varphi_0 \frac{pl^2}{8},$$

$$\text{ou, en posant : } \mu_1 = \frac{1}{1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6617\alpha^2}{415800}},$$

$$\mathcal{M}_1(0) = \mu_1 \frac{p_1 l^2}{8}.$$

Le moment de torsion à chacune des extrémités est :

$$M_x(x=a) = C \frac{d\varphi}{dx}(x=a) = \frac{C}{a} \frac{d\varphi}{dm}(m=1) = \\ = \frac{C}{a} \varphi_0 \left(-\frac{8\alpha}{15} + \frac{356\alpha^2}{10395} \right) = -\tau_1 \frac{C}{a} \frac{p_1}{p},$$

avec

$$\tau_1 = \left(\frac{8\alpha}{15} - \frac{356\alpha^2}{10395} \right) \mu_1.$$

La flèche latérale au milieu est :

$$y(0) = -\frac{p_1 a^4}{2B} \frac{5}{1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6617\alpha^2}{415800}} - \frac{107\alpha}{4725} + \frac{115\alpha^2}{226112},$$

ou encore :

$$y(0) = -\frac{5p_1 l^4}{384 Ei} \frac{1 - \frac{428\alpha}{7875} + \frac{345\alpha^2}{282640}}{1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6617\alpha^2}{415800}} = -\frac{5p_1 l^4}{384 Ei} \mu_2$$

les valeurs de μ_1 et μ_2 en fonction de α sont données en annexe (*).

(*) Pour le calcul de $y(0)$, voir page 807.

Soit par exemple, une poutre dont le poids par unité de longueur p est le quart de la charge critique

$$p_{cr} = 28,3 \sqrt{\frac{BC}{l^3}}.$$

On a :

$$p = \frac{7,4 \sqrt{BC}}{l^3} = \frac{7,4 \sqrt{BC}}{8 a^3},$$

Où :

$$\alpha = \frac{p^2 a^6}{4 BC} = \frac{7,4^2}{4 \times 8^2} = \frac{50}{256}.$$

D'où on tire : $\mu_1 = 1,076 \quad \tau_1 = 0,110.$

Supposons que pour la poutre ci-dessus envisagée on ait :

$$p = \frac{p_{cr}}{2,5}.$$

On aura :

$$\alpha = \left(\frac{28,3}{2,5} \right)^2 = 0,5,$$

et :

$$\mu_1 = 1,219 \quad \tau_1 = 0,314.$$

μ_1 et τ_1 augmentent rapidement quand $\frac{p}{p_{cr}}$ augmente.

b) Encastresments élastiques en torsion.

En appelant R_x la raideur de torsion des appuis (supposée la même pour les deux), on devra avoir :

$$C \frac{d\varphi}{dx} (x = a) = -R_x \varphi (a),$$

soit :

$$\varphi_0 \frac{C}{a} \left[-\frac{8\alpha}{15} + \frac{356\alpha^2}{10 \cdot 395} \right] + R_x \varphi_0 \left(1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6 \cdot 617\alpha^2}{415 \cdot 800} \right) - \frac{p_1}{p} = 0,$$

d'où on tire :

$$\varphi_0 = \frac{p_1}{p} \frac{\mu_1}{1 - \frac{C}{a R_x} \tau_1}.$$

On en déduit :

$$\mathcal{M}_1(0) = \frac{p_1 l^2}{8} \cdot \frac{\mu_1}{1 - \frac{C}{a R_x} \tau_1}.$$

Le coefficient amplificateur $\frac{\mu_1}{1 - \frac{C}{a R_x} \tau_1}$ croît très rapidement quand R_x décroît à partir de $+\infty$, valeur correspondant à l'encastrement parfait.

c) Poutres « inclinées ».

Si, au cours d'une manœuvre, le plan moyen d'une poutre prend une obliquité β_1 par rapport à la verticale, et en l'absence de tout soutien latéral en dehors des appuis, la poutre est fléchi latéralement par la composante $p \sin \beta_1$ de son poids. Pour les faibles valeurs de β_1 à envisager en pratique, la flexion dans le plan moyen sous l'action de la composante $p \cos \beta_1$ est sensiblement la même que

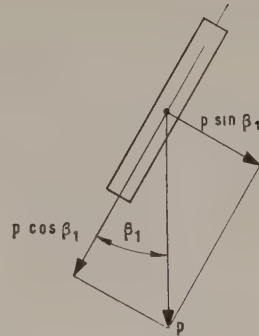


FIG. 16.

lorsque le plan moyen est vertical. On pourra donc, si la poutre est appuyée par ses extrémités, appliquer les résultats ci-dessus obtenus, en posant : $p_1 = p \sin \beta_1$.

d) Poutres suspendues.

Sous l'action du vent, le plan moyen prend une obliquité β_1 par rapport à la verticale. Celle-ci étant faible on admet que la pression du vent est la même que si la surface frappée était verticale. Les câbles de suspension restent dans le plan moyen, ainsi que les réactions des appuis, qui sont dirigées suivant ces câbles.

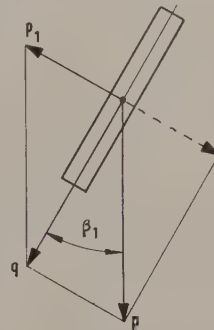


FIG. 17.

Il ne se produit pas de flexion latérale. La poutre est fléchi dans son plan moyen par la composante $q = p \cos \beta_1$.

Or $\sin \beta_1 = \frac{p_1}{p}$.

On a donc : $q = p \cos \beta_1 = p \sqrt{1 - \frac{p_1^2}{p^2}} = \sqrt{p^2 - p_1^2},$

ce qui prouve que la poutre légèrement inclinée par l'action du vent est plus stable que lorsque son plan moyen est vertical. Il est cependant préférable de faire les manœuvres par temps calme, car les oscillations d'une poutre sous l'effet du vent sont très gênantes en fin de manœuvre, au moment où la poutre doit être posée sur des appuis définitifs.

3. Poutre en double té dissymétrique fléchie dans son plan principal de plus grande raideur par un couple constant et, latéralement, par deux forces égales appliquées en deux points symétriques par rapport au milieu de la portée.

Les appuis de la poutre sont simples en flexion principale et latérale. Ils réalisent des encastrement parfaits en torsion. Soit ox l'axe de torsion; oy , horizontal, lui est perpendiculaire.

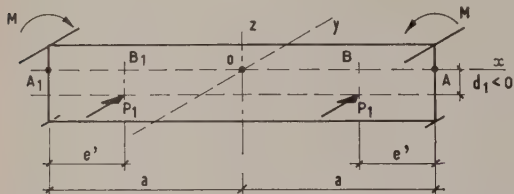


FIG. 18.

Les forces latérales P_1 sont dans un plan horizontal distant de d_1 de xoy ($d_1 > 0$ quand ce plan se trouve au-dessus de xoy , $d_1 < 0$ dans le cas contraire). Nous envisageons le déversement en une seule onde; la déformation étant alors symétrique par rapport à yoz , on peut se borner à étudier la moitié droite OA de la poutre. On suppose que l'influence de la flexion propre des ailes peut être prise en compte en remplaçant BC par $BC \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \beta\right)$.

Pour $0 < x < a - e'$, on a, pour la flèche latérale y_1 et la torsion φ_1 :

$$By_1'' = M\varphi_1 + P_1 e'.$$

$$C\varphi_1'' = -My_1''.$$

$$\text{D'où : } \varphi_1'' + \frac{M^2}{BC} \varphi_1 + \frac{MP_1 e'}{BC} = 0.$$

$$\text{Par suite, en posant } \gamma'^2 = \frac{M^2}{BC} :$$

$$\varphi_1 = A_1 \cos \gamma' x + B_1 \sin \gamma' x - \frac{P_1 e'}{M}.$$

Pour $a - e' < x < a$, on a, en désignant par y_2 et φ_2 la flèche latérale et la torsion :

$$By_2'' = M\varphi_2 + P_1 (a - x).$$

$$C\varphi_2'' = -My_2''.$$

$$\text{D'où : } \varphi_2'' + \frac{M^2}{BC} \varphi_2 + \frac{MP_1}{BC} (a - x) = 0.$$

$$\varphi_2 = A_2 \cos \gamma' x + B_2 \sin \gamma' x - \frac{P_1}{M} (a - x).$$

Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\text{Pour } x = 0 : \quad \varphi_1' = 0 \text{ par raison de symétrie.}$$

$$x = a : \quad \varphi_2 = 0 \text{ par suite de l'encastrement parfait en torsion.}$$

$$x = a - e' : \quad \varphi_1 = \varphi_2$$

$$C\varphi_1' - P_1 d_1 = C\varphi_2'.$$

Cette dernière relation exprime que quand x varie de $a - e' - \varepsilon$ à $a - e' + \varepsilon$ (ε longueur très petite) le couple de torsion augmente de $-P_1 d_1$.

Ces conditions s'écrivent, en posant

$$\gamma' a = u, \quad \gamma' (a - e') = u_1 :$$

$$B_1 = 0, \quad A_1 \cos u_1 - \frac{P_1 e'}{M} = A_2 \cos u_1 + B_2 \sin u_1 - \frac{P_1 e'}{M}$$

$$A_2 \cos u + B_2 \sin u = 0$$

$$-C\gamma' A_1 \sin u_1 - P_1 d_1 = C\gamma' (-A_2 \sin u_1 + B_2 \cos u_1) + \frac{P_1 C}{M}.$$

D'où on tire :

$$B_2 = -\frac{P_1 \cos u_1}{\gamma'} \frac{C + Md_1}{CM},$$

$$A_2 = -B_2 \tan u,$$

$$A_1 = \frac{P_1}{\gamma'} \frac{\sin (u - u_1)}{\cos u} \frac{C + Md_1}{CM}.$$

Le moment de flexion latérale au milieu est :

$$\mathcal{M}_1(0) = M\varphi_1(0) + P_1 e' = M \left(A_1 - \frac{P_1 e'}{M} \right) + P_1 e' = MA_1,$$

$$\mathcal{M}_1(0) = \frac{MP_1 \sin \gamma' e'}{\gamma' \cos \gamma' a} \frac{C + Md_1}{CM}.$$

Supposons que, e' tendant vers 0, $P_1 e'$ ait une limite finie M_1 : la poutre sera fléchie latéralement par les couples d'extrémité M_1 .

On a alors :

$$\mathcal{M}_1(0) = \frac{MM_1}{\cos \gamma' a} \frac{C + Md_1}{CM} = \frac{M_1}{\cos u} \frac{C + Md_1}{C}.$$

Pour $d_1 = 0$:

$$\mathcal{M}_1(0) = \frac{M_1}{\cos u}.$$

En l'absence de flexion transversale $\varphi_2 = \varphi_1 = \varphi$, les conditions aux limites $\varphi' = 0$ pour $x = 0$ et $\varphi = 0$ pour $x = a$

donnent : $B_1 = 0$ et $\cos u = 0$, d'où $u = \frac{\pi}{2}$; le moment critique M_{cr} est donc alors :

$$M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{BC}}{2a} \quad \text{et on a} \quad u = \frac{M_{cr}}{\sqrt{BC}} = \frac{\pi}{2} \frac{M}{M_{cr}}.$$

On peut donc écrire :

$$\mathcal{M}_1(0) = \frac{M_1}{\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{M}{M_{cr}} \right)} \frac{C + Md_1}{C}.$$

Le facteur d'amplification du moment transversal que nous venons de trouver, soit :

$$\mu_1 = \frac{1}{\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{M}{M_{cr}} \right)} \left(1 + \frac{Md_1}{C} \right),$$

ou $\mu_1 = \frac{1}{\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{\pi M}{M_{cr}} \right)} \cdot \frac{C + Md_1}{C}, \quad (23)$

On pourra le plus souvent être adopté en pratique en prenant pour M et M_1 les valeurs maximales des moments de flexion principale et latérale, bien que ces flexions soient généralement produites par des charges uniformément réparties et non par des couples constants. En prenant ce facteur au lieu du facteur exact, très difficile à déterminer, on commettra généralement une erreur au profit de la sécurité, et même ordre de grandeur que celle qu'on accepte, lorsque la flexion composée, on admet le coefficient de majoration $\frac{N_{cr}}{\sqrt{N_{cr} - N}}$ pour les moments fléchissants.

On pourra aussi, dans le cas où la poutre est fléchie par des charges uniformément réparties verticales p et latérales p_1 prendre :

$$\mu_1 = \frac{1}{1 - \frac{11 \alpha}{30} + \frac{6 \, 617 \alpha^2}{415 \, 800}} \cdot \frac{C + Md_1}{C},$$

ou, plus généralement, prendre le coefficient amplificateur de la poutre chargée latéralement au niveau de l'axe de torsion et le multiplier par $\frac{C + Md_1}{C}$.

L'expression de μ_1 met en lumière l'influence de d_1 . Pour les poutres de ponts en béton précontraint, d_1 est toujours négatif.

Influence d'une flèche latérale et d'une inclinaison initiale.

L'effort total de précontrainte exercé sur une poutre présentant un plan moyen vertical avant mise en tension des câbles n'est jamais rigoureusement dans ce plan en raison des imperfections d'exécution inévitables.

Il en résulte qu'une fois précontraintes, les poutres présentent une flèche latérale, d'autant plus faible que l'exécution a été plus soignée. Elles peuvent aussi présenter de légères inclinaisons d'ensemble. Il est utile de pouvoir se rendre compte de l'influence de ces imperfections.

L'effet de l'inclinaison d'ensemble a été traité ci-dessus. Celui de la flèche initiale peut aisément être mis en compte.

Soit $y_0(x)$ cette flèche initiale. L'équation de flexion latérale utilisée jusqu'ici sera remplacée par :

$$B (y'' - y_0'') = M\varphi,$$

ou :

$$By'' = M\varphi + By_0''.$$

et il apparaît que l'effet de la flèche latérale est le même que celui d'une flexion latérale déterminant les moments $By_0''(x)$. On pourra prendre :

$$By_0''(x) = \frac{p_2}{2} (a^2 - x^2), \quad \text{avec} \quad p_2 = \frac{2 By_0''(0)}{a^2}.$$

On déterminera le moment à mi-portée dû à p_2 et à l'inclinaison d'ensemble, compte tenu du coefficient d'amplification et on s'assurera que sous l'action de ce moment majoré, les contraintes ne sont pas excessives.

CHAPITRE IV

PROBLÈMES PARTICULIERS

Nous donnons dans ce chapitre les solutions de divers problèmes qui se posent dans la pratique des études. Certaines de ces solutions sont classiques et sont seulement mentionnées pour que l'on trouve dans le présent mémoire l'ensemble des résultats dont on peut avoir besoin pour l'étude de la stabilité élastique des poutres en béton précontraint.

D'autre part, le présent chapitre contient les solutions de quelques problèmes pratiques qui, ou bien ne paraissent pas avoir été abordés jusqu'ici, ou bien, n'ont pas fait l'objet de publications.

1. Poutres raidies par câbles latéraux et butons.

On peut augmenter la rigidité latérale d'une poutre en la raidissant par un système de câbles tendus associés à des butons comme l'indique la figure 19.

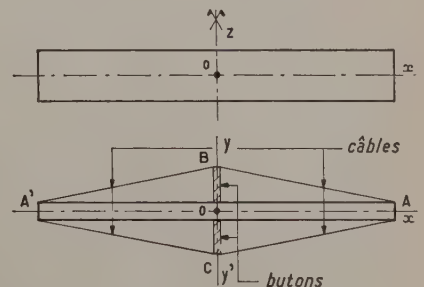


FIG. 19.

1° Théorie sommaire des poutres haubannées.

Nous supposons d'abord que le plan moyen du système de haubannage coïncide avec le plan principal horizontal

de la poutre. Si le point 0 de celle-ci se déplace latéralement de y_0 dans la direction oy' , le câble A'CA est surtendu tandis que le câble A'BA est détendu.

Nous supposons la tension initiale des deux câbles suffisante pour que A'BA reste tendu une fois que le déplacement latéral y_0 s'est produit, mais cependant assez faible pour que l'effort normal de compression qu'elle détermine dans la poutre puisse être négligé.

Les butons étant supposés indéformables, l'allongement de A'CA est (fig. 20) :

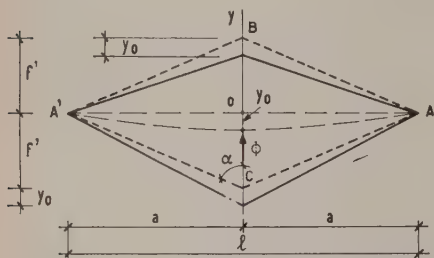


FIG. 20.

$$\Delta L = \sqrt{a^2 + (f' + y_0)^2} - \sqrt{a^2 + f'^2} \approx \frac{f' y_0}{\sqrt{a^2 + f'^2}}.$$

L'allongement proportionnel est donc :

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{f' y_0}{a^2 + f'^2}.$$

La surtension du câble, de section ω_c et de module d'élasticité E_c est :

$$\Delta F = E_c \omega_c \frac{\Delta L}{L} = \frac{E_c \omega_c f' y_0}{a^2 + f'^2}.$$

La diminution de tension du câble A'BA a la même valeur.

L'effort Φ , dirigé de 0 vers y et qui s'oppose à la flexion latérale a pour intensité :

$$4 \Delta F \cos \alpha = \frac{4 E_c \omega_c f' y_0}{a^2 + f'^2} \frac{f'}{\sqrt{a^2 + f'^2}}.$$

En posant :

$$\frac{4 E_c \omega_c f'^2}{(a^2 + f'^2)^{3/2}} = K_0$$

et en convenant de compter Φ positivement quand y_0 est négatif :

$$\Phi = -K_0 y_0.$$

a) Poutre à section rectangulaire encastrée en torsion aux extrémités et soumise à une flexion circulaire.

Traisons le cas simple où la poutre, de section rectangulaire, est parfaitement encastrée à l'égard de la torsion à ses extrémités et fléchie, dans le plan principal correspondant à sa plus grande raideur, par un moment constant M .

Le moment fléchissant latéral dû à la surtension des câbles étant de signe contraire de celui déterminé par le déversement de la poutre aura pour expression :

$$-\frac{\Phi}{2} (a - x) = \frac{K_0 y_0}{2} (a - x)$$

et on aura :

$$By'' = M\varphi + \frac{K_0 y_0}{2} (a - x),$$

$$C\varphi'' = -My''.$$

D'où l'équation différentielle de φ :

$$\varphi'' + \frac{M^2}{BC} \varphi + \frac{MK_0 y_0}{2BC} (a - x) = 0.$$

Posons : $\frac{M^2}{BC} = \gamma'^2.$

La solution générale est :

$$\varphi = A_1 \cos \gamma' x + A_2 \sin \gamma' x - \frac{K_0 y_0 (a - x)}{2M},$$

A_1 et A_2 étant deux constantes.

Les conditions aux limites sont :

Pour $x = a$ $\varphi = 0$,

$x = 0$ $\varphi' = 0$,

et s'écrivent, en posant $\gamma'a = u$:

$$A_1 \cos u + A_2 \sin u = 0, \quad \gamma' A_2 + \frac{K_0 y_0}{2M} = 0.$$

D'où on tire :

$$A_1 = \frac{K_0 y_0}{2\gamma'M} \operatorname{tg} u, \quad A_2 = -\frac{K_0 y_0}{2\gamma'M},$$

et finalement :

$$\varphi = \frac{K_0 y_0}{2\gamma'M} (\cos \gamma' x \operatorname{tg} u - \sin \gamma' x) - \frac{K_0 y_0 (a - x)}{2M}.$$

Calculons la flèche latérale de la poutre. Nous avons :

$$By'' = \left[\frac{K_0 y_0}{2\gamma'M} (\cos \gamma' x \operatorname{tg} u - \sin \gamma' x) - \frac{K_0 y_0 (a - x)}{2M} \right] M + \frac{K_0 y_0 (a - x)}{2}$$

soit :

$$By'' = \frac{K_0 y_0}{2\gamma'} (\cos \gamma' x \operatorname{tg} u - \sin \gamma' x).$$

Par suite, C_0 et C_1 étant deux constantes :

$$By' = C_1 + \frac{K_0 y_0}{2\gamma'} \left(\frac{\sin \gamma' x}{\gamma'} \operatorname{tg} u + \frac{\cos \gamma' x}{\gamma'} \right),$$

$$By = C_0 + C_1 x + \frac{K_0 y_0}{2\gamma'} \left(-\frac{\cos \gamma' x}{\gamma'^2} \operatorname{tg} u + \frac{\sin \gamma' x}{\gamma'^2} \right).$$

Pour $x = 0$, on doit avoir $y' = 0$, d'où $C_1 = -\frac{K_0 y_0}{2\gamma'^2}$.

Pour $x = a$, on doit avoir $y = 0$, d'où :

$$C_0 - \frac{K_0 a y_0}{2\gamma'^2} + \frac{K_0 y_0}{2\gamma'} \left(-\frac{\cos u}{\gamma'^2} \operatorname{tg} u + \frac{\sin u}{\gamma'^2} \right) = 0.$$

ait :

$$C_0 = \frac{K_0 a y_0}{2 \gamma'^2}.$$

D'où finalement :

$$y = \frac{K_0 a y_0}{2 \gamma'^2} - \frac{K_0 y_0 x}{2 \gamma'^2} + \frac{K_0 y_0}{2 \gamma'} \left(\frac{\sin \gamma' x}{\gamma'^2} - \frac{\cos \gamma' x}{\gamma'^2} \operatorname{tg} u \right).$$

Écrivons que la flèche de la section médiane est égale à 0 :

$$B y_0 = \frac{K_0 a y_0}{2 \gamma'^2} - \frac{K_0 y_0}{2 \gamma'^3} \operatorname{tg} u.$$

En divisant membre à membre par y_0 , nous obtenons l'équation :

$$B = \frac{K_0 a}{2 \gamma'^2} - \frac{K_0}{2 \gamma'^3} \operatorname{tg} u$$

qui, compte tenu de ce que nous avons posé : $u = \gamma' a$ peut aussi s'écrire :

$$B = \frac{K_0 a^3}{2 u^2} - \frac{K_0 a^3}{2 u^3} \operatorname{tg} u,$$

ou encore :

$$\operatorname{tg} u = u - \frac{2 B}{K_0 a^3} u^3$$

Cette équation donne la valeur de u correspondant au déversement. Traçons sur une même figure les courbes

$$V_1 = \operatorname{tg} u \text{ et } V_2 = u - \frac{2 B}{K_0 a^3} u^3 \quad (\text{fig. 21}).$$

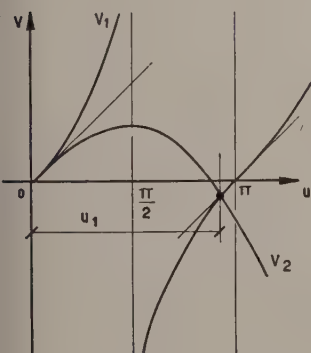


FIG. 21.

Elles passent toutes deux par l'origine, où elles sont toutes deux tangentes à la première bissectrice.

La courbe V_2 coupe ou pour $u^2 = \frac{K_0 a^3}{2 B}$ et l'on voit qu'elle coupera la courbe V_1 pour une valeur u_1 de u inférieure à π si :

$$\frac{K_0 a^3}{2 B} < \pi^2 \quad \text{ou} \quad K_0 < \frac{2 \pi^2 B}{a^3}.$$

Donc, si u_1 désigne la plus petite racine de l'équation $V_1 = V_2$, le moment fléchissant critique M_{cr} sera :

$$M_{cr} = \gamma' \sqrt{BC} = \frac{u_1 \sqrt{BC}}{a}.$$

Si K tend vers 0 (absence de haubannage), le moment critique est $M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{BC}}{1} = \frac{\pi \sqrt{BC}}{2 a}$, résultat classique que l'équation $V_1 = V_2$ permet de retrouver, puisque pour $K_0 = 0$, V_2 tend vers $-\infty$ quel que soit u et la plus petite racine de l'équation est : $u_1 = \frac{\pi}{2}$. Si $K_0 = \frac{2 \pi^2 B}{a^3}$, on a $u_1 = \pi$ et $M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{BC}}{a} = \frac{2 \pi \sqrt{BC}}{1}$. Cette dernière valeur est évidemment celle qui correspond au déversement en deux ondes (fig. 22), durant lequel le point 0 reste fixe. Il en résulte que pour $K_0 > \frac{2 \pi^2 B}{a^3}$, c'est à ce mode de déversement que correspond le plus faible moment critique. Nous voyons ainsi que, dans le cas envisagé, le haubannage caractérisé par $K_0 = \frac{2 B \pi^2}{a^3}$ permet de doubler la valeur du moment critique.

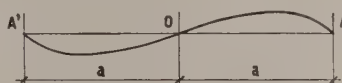


FIG. 22.

D'une manière générale, on peut dire qu'un haubannage du type considéré (en forme de losange) pourra au plus augmenter la charge critique (ou le moment critique) jusqu'à la valeur correspondant au déversement en deux ondes. On voit donc que, contrairement à une opinion parfois exprimée, un haubannage extrêmement faible ne suffit pas pour rendre impossible le déversement.

Dans ce qui précède, nous avons supposé la poutre rectangulaire et le haubannage placé dans le plan horizontal contenant la ligne moyenne de la poutre.

Envisageons maintenant une poutre en double té dissymétrique présentant des proportions telles que l'influence de la flexion propre des ailes soit négligeable, avec haubannage dans un plan horizontal distant de d_0 du plan horizontal contenant l'axe de torsion. d_0 est comptée positivement quand le plan moyen du haubannage est au-dessus de ce dernier plan.

L'équation différentielle de l'angle de torsion φ sera encore celle écrite ci-dessus, mais la condition $\varphi' = 0$ pour $x = 0$ devra être remplacée par la suivante :

$$C \varphi' (0) = - \frac{K_0 y_0 d_0}{2}.$$

qui exprime que dans la section médiane, l'excentrement en hauteur des butons par rapport à l'axe de torsion crée un couple de torsion.

En opérant comme précédemment, on trouve aisément :

$$A_1 = -A_2 \operatorname{tg} u,$$

$$A_2 = - \frac{K_0 y_0}{2 \gamma' M} - \frac{K_0 y_0 d_0}{2 \gamma' C} = - \frac{K_0 y_0}{2 \gamma' M} \left(1 + u \frac{d_0}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} \right),$$

et :

$$B y'' = A_2 M (-\cos \gamma' x \operatorname{tg} u + \sin \gamma' x),$$

$$By' = C_1 + A_2 M \left(-\frac{\sin \gamma' x}{\gamma'} \operatorname{tg} u - \frac{\cos \gamma' x}{\gamma'} \right),$$

$$By = C_0 + C_1 x + A_2 M \left(\frac{\cos \gamma' x}{\gamma'^2} \operatorname{tg} u - \frac{\sin \gamma' x}{\gamma'^2} \right).$$

La condition $y' = 0$ pour $x = 0$ entraîne $C_1 = \frac{A_2 M}{\gamma'}$ et

la condition $y = 0$ pour $x = a$ donne alors :

$$C_0 + \frac{A_2 M a}{\gamma'} + A_2 M \left(\frac{\cos u}{\gamma'^2} \operatorname{tg} u - \frac{\sin u}{\gamma'^2} \right) = 0,$$

d'où :

$$C_0 = -\frac{A_2 M a}{\gamma'}.$$

On en déduit l'équation fournissant la valeur de u correspondant au déversement qui s'écrit :

$$By_0 = -\frac{A_2 M a}{\gamma'} - \frac{A_1 M}{\gamma'^2} = -\frac{A_2 M}{\gamma'} \left(a - \frac{\operatorname{tg} u}{\gamma'} \right).$$

En remplaçant A_2 par sa valeur, on trouve, toutes réductions faites :

$$\operatorname{tg} u = u - \frac{2B}{K_0 a^3} \frac{u^3}{1 + u \frac{d_0}{a} \sqrt{B/C}}.$$

En désignant par V_3 le second membre de cette équation, on a $V_3 > V_2$ quel que soit $u > 0$.

La plus petite racine u_1 de l'équation $\operatorname{tg} u = V_3$ est inférieure à π pour :

$$K_0 < \frac{2 \pi^2 B}{a^3 \left(1 + \pi \frac{d_0}{a} \sqrt{B/C} \right)} = K_1,$$

et pour $0 < K_0 < K_1$ le moment critique est compris entre $\frac{\pi \sqrt{BC}}{2a}$ et $\frac{\pi \sqrt{BC}}{a}$, valeur qui ne peut être dépassée quel que soit K_0 . Comme cela semble évident a priori, la valeur de K_0 caractérisant le haubannage et permettant une majoration déterminée (mais au plus égale à 2) du moment critique est d'autant plus faible que d_0 est plus grand. Au contraire, pour des valeurs négatives de d_0 l'efficacité du haubannage diminue.

Il est clair qu'en opérant comme on vient de le faire, il est possible de déterminer la charge critique d'une poutre haubannée pesante suspendue. Il suffira de remplacer M par $\frac{pa^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)$ dans les équations d'équilibre et d'écrire les conditions aux limites correspondant au mode de suspension réalisé. Mais les calculs deviennent longs et fastidieux; de plus, quand on les a effectués, on constate souvent que pour obtenir une augmentation substantielle de la charge critique, il faudrait mettre en œuvre des haubannages trop encombrants ou trop onéreux, auxquels on préfère souvent d'autres dispositifs de renforcement, tels par exemple, que l'utilisation pour le levage d'une poutre, d'une suspension à trois brins (fig. 23), la tension du brin central

étant réglée, soit initialement à l'aide d'un vérin, soit en utilisant un ressort fixé au milieu de la poutre et sur lequel est attelé le brin central.

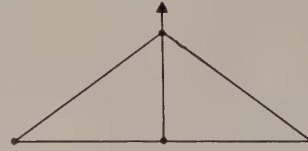


FIG. 23.

b) Poutre à section rectangulaire pesante avec haubannage parabolique.

Une disposition préférable aux haubans en losange a été proposée par CHAUDESAIGUES. Elle consiste à donner aux haubans des formes polygonales (fig. 24), assimilables au point de vue du calcul à des tracés paraboliques. Pour les poutres des ponts type Freyssinet, les butons peuvent aisément être fixés aux poutres grâce aux trous ménagés dans les membrures supérieures pour le passage des câbles destinés à créer les précontraintes transversales.

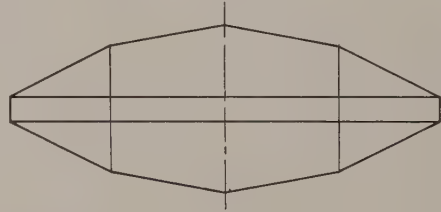


FIG. 24.

Les équations relatives à la poutre à section rectangulaire haubannée par câbles paraboliques sont :

$$By'' = \frac{pa^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) \varphi + \frac{k_0 y_0 a^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right),$$

$$C \varphi'' = -\frac{pa^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) y'',$$

k_0 désignant le coefficient caractéristique du haubannage, qui sera calculé ci-après.

L'équation différentielle de φ est :

$$\varphi'' + \frac{p^2 a^4}{4BC} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^2 \left(\varphi + \frac{k_0 y_0}{p} \right) = 0.$$

La solution générale de cette équation est, A_1 et A_2 désignant deux constantes :

$$\varphi = A_1 \left[\frac{x}{a} + \alpha \left(-\frac{x^3}{6a^3} + \frac{x^5}{10a^5} - \frac{x^7}{42a^7} \right) + \dots \right] + A_2 \left[1 + \alpha \left(-\frac{x^2}{2a^2} + \frac{x^4}{6a^4} - \frac{x^6}{30a^6} \right) + \dots \right] - \frac{k_0 y_0}{p}.$$

Les conditions aux limites ($\varphi' = 0$ pour $x = 0$ et $\varphi = 0$ pour $x = a$) entraînent :

$$A_1 = 0, \quad A_2 = + \frac{k_0 y_0}{p \left(1 - \frac{11\alpha}{30} + \dots \right)}.$$

On a donc :

$$= \frac{k_0 y_0}{P} \left[-1 + \frac{1 + \alpha \left(-\frac{x^2}{2a^2} + \frac{x^4}{6a^4} - \frac{x^6}{30a^6} \right) \dots}{1 - \frac{11\alpha}{30} + \dots} \right]$$

Portant cette valeur dans l'équation :

$$By'' = + \frac{Pa^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) \varphi + \frac{k_0 y_0 a^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right),$$

elle-ci s'écrit :

$$y'' = + \frac{k_0 y_0 a^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) \times \frac{1 + \alpha \left[-\frac{x^2}{2a^2} + \frac{x^4}{6a^4} - \frac{x^6}{30a^6} \right] + \dots}{1 - \frac{11\alpha}{30} + \dots}$$

En intégrant deux fois et en écrivant que pour $x = 0$, $y' = 0$ et pour $x = a$, $y = 0$, on trouve pour expression de la flèche latérale à mi-portée :

$$(0) = - \frac{k_0 y_0 a^4}{2B} \left[\frac{5}{12} - \frac{107\alpha}{4725} + \frac{115\alpha^2}{226112} \dots \right] \frac{1}{1 - \frac{11\alpha}{30} + \dots}$$

En exprimant qu'elle est égale à y_0 , on obtient l'équation :

$$\frac{k_0 a^4}{2B} + \frac{1 - \frac{11\alpha}{30} + \frac{6617\alpha^2}{415800} - \dots}{\frac{5}{12} - \frac{107\alpha}{4725} + \frac{115\alpha^2}{226112} \dots} = 0,$$

laquelle détermine, pour k_0 donné, la valeur de α correspondant au déversement.

Comme dans le cas précédemment étudié (poutre sous moment constant, haubannage en losange), la valeur maximale de α à considérer est celle qui correspond au déversement de la poutre en deux ondes, puisque, pour ce mode de déversement, les câbles formant haubans ne seraient pas surtendus.

Les résultats obtenus en 7° a) montrent que, pour le déversement en deux ondes, comme on doit avoir $\varphi = 0$ pour $x = 0$, l'expression de φ est, avec $\eta = \frac{x}{a}$ et A_1 désignant une constante :

$$\varphi = A_1 \left[m + \alpha \left(-\frac{m^3}{6} + \frac{m^5}{10} - \frac{m^7}{42} \right) + \alpha^2 \left(\frac{m^5}{120} - \frac{13m^7}{1260} + \frac{41m^9}{7560} + \frac{31m^{11}}{23100} + \frac{m^{13}}{6652} \right) \dots \right]$$

La condition de déversement $\varphi(1) = 0$ s'écrit donc, en négligeant les termes contenant α à une puissance supérieure à 2.

$$1 + \alpha \left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{10} - \frac{1}{42} \right) + \alpha^2 \left(\frac{1}{120} - \frac{13}{1260} + \frac{41}{7560} - \frac{31}{23100} + \frac{1}{6652} \right) = 0,$$

$$\text{ou : } 1 - \frac{19\alpha}{210} + \frac{12161\alpha^2}{5405400} = 0.$$

On reconnaît que cette équation n'a pas de racine réelle, ce qui signifie qu'on ne peut se contenter du développement de $\varphi(1)$ limité au terme du second degré en α .

En prenant le terme suivant (*), on trouve :

$$1 - \frac{19\alpha}{210} + \frac{12161\alpha^2}{5405400} - \frac{11861\alpha^3}{378378000} = 0.$$

La plus petite racine de cette équation est $\alpha = 15,9983$ soit pratiquement $\alpha = 16$.

La charge critique pour le déversement en deux ondes est donc :

$$p_{cr} = \frac{16\sqrt{\alpha}\sqrt{BC}}{l^3} = \frac{64\sqrt{BC}}{l^3},$$

soit $\frac{64}{28,3} = 2,26$ fois celle correspondant au déversement en une seule onde.

La valeur maximale utile de la caractéristique k_0 du haubannage correspond donc $\alpha = 16$; elle est déterminée par l'équation :

$$0 = \frac{k_0 a^4}{2B} + \frac{1 - \frac{11 \times 16}{30} + \frac{6617 \times 256}{415800}}{\frac{5}{12} - \frac{107 \times 16}{4725} + \frac{115 \times 256}{226112}} \neq \frac{k_0 a^4}{2B} - 10,056.$$

$$\text{D'où on tire : } \max k_0 \text{ utile } \neq \frac{20B}{a^4}.$$

Il est possible d'étudier l'influence de la position en hauteur du plan moyen du haubannage par rapport au plan horizontal contenant l'axe de torsion.

Nous nous contenterons de faire le calcul en supposant la poutre soumise à un moment fléchissant constant M . Les équations différentielles du problème sont alors :

$$By'' = M\varphi + \frac{k_0 y_0 a^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right),$$

$$C\varphi'' = -My'' - k_0 y_0 d_0,$$

d_0 désignant la distance du plan du haubannage au plan horizontal contenant l'axe de torsion.

En éliminant y'' , il vient :

$$\varphi'' + \frac{M^2}{BC}\varphi + \frac{Mk_0 y_0 a^2}{2BC} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) + \frac{k_0 y_0 d_0}{C} = 0.$$

(*). Le calcul a été fait par Jacques MULLER.

On pose : $\gamma'^2 = \frac{M^2}{BC}$, $\gamma'a = u$.

La solution générale de l'équation précédente est, C_1 et D_1 désignant deux constantes :

$$\varphi = C_1 \cos \gamma'x + D_1 \sin \gamma'x - \frac{k_0 y_0 a^2}{2M} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) - k_0 y_0 \left(\frac{BC}{M^3} + \frac{Bd_0}{M^2}\right).$$

Des conditions aux limites $\varphi = 0$ pour $x = a$ et $\varphi' = 0$ pour $x = 0$, on déduit les valeurs des constantes C_1 et D_1 . En posant :

$$\frac{BC}{M^3} + \frac{Bd_0}{M^2} = U,$$

on trouve ainsi :

$$D_1 = 0 \quad C_1 = \frac{k_0 y_0 U}{\cos u}.$$

On a donc finalement :

$$\varphi = k_0 y_0 \left[U \left(\frac{\cos \gamma'x}{\cos u} - 1 \right) - \frac{a^2}{2M} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) \right].$$

Portant cette valeur dans l'équation de flexion latérale, on trouve :

$$By'' = k_0 y_0 MU \left(\frac{\cos \gamma'x}{\cos u} - 1 \right).$$

Compte tenu des conditions $y = 0$ pour $x = a$ et $y' = 0$ pour $x = 0$, on trouve :

$$By(0) = By_0 = k_0 My_0 U \left(\frac{1}{\gamma'^2} + \frac{a^2}{2} - \frac{1}{\gamma'^2 \cos u} \right).$$

D'où on tire, en remplaçant $\gamma'a$ par u et M par $\frac{u}{a} \sqrt{BC}$:

$$\frac{1}{2} - \frac{1 - \cos u}{u^2 \cos u} = \frac{B}{k_0 a^4} \frac{u^2}{1 + u \frac{d_0}{a} \sqrt{\frac{B}{C}}},$$

équation dont la plus petite racine u_1 définit le moment critique :

$$M_{cr} = \frac{u_1 \sqrt{BC}}{a}.$$

On ne doit considérer que les valeurs de u_1 inférieures à π (pour les valeurs de u_1 supérieures à π , M_{cr} dépasserait la valeur $\frac{\pi \sqrt{BC}}{a}$ correspondant au déversement en deux ondes).

La valeur maximale utile de la caractéristique k_0 du haubannage est donc donnée par :

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi^2} = \frac{B}{k_0 a^4} \frac{\pi^2}{1 + \pi \frac{d_0}{a} \sqrt{\frac{B}{C}}}.$$

D'où : $\max k_0 \text{ utile} \neq \frac{14 B}{a^4 \left(1 + \pi \frac{d_0}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} \right)}$

et pour

$$d_0 = 0$$

$$\max k_0 \text{ utile} \neq \frac{14 B}{a^4}.$$

Cette valeur est un peu plus faible que celle déjà trouvée par le calcul effectué pour la poutre pesante, ce à quoi il fallait s'attendre. Le résultat intéressant du calcul actuel est qu'il fournit la valeur du coefficient caractérisant l'effet de d_0 . Ce coefficient est, lorsque la caractéristique du haubannage a une valeur suffisante pour que le déversement ne puisse se produire qu'en deux ondes :

$$1 + \pi \frac{d_0}{a} \sqrt{\frac{B}{C}}.$$

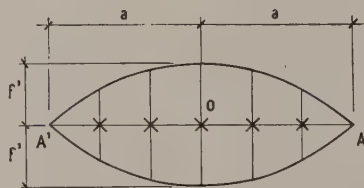


FIG. 25.

On pourra admettre qu'il est applicable dans le cas de la poutre pesante et que, dans ce cas, on a :

$$\max k_0 \text{ utile} = \frac{20 B}{a^4} \frac{1}{1 + \pi \frac{d_0}{a} \sqrt{\frac{B}{C}}}.$$

La caractéristique k_0 du haubannage se calcule comme suit :

La longueur L d'un câble a pour expression :

$$L = 2a \left(1 + \frac{2}{3} \frac{f'^2}{a^2} - \frac{2}{5} \frac{f'^4}{a^4} \right).$$

Soit y_0 la flèche latérale de la poutre; elle détermine une variation de longueur dL du câble donnée par :

$$dL = 2a \left(\frac{4}{3} \frac{f'}{a^2} - \frac{8}{5} \frac{f'^3}{a^4} \right) y_0.$$

Il en résulte une variation dF de la tension F du câble de section ω_c et de module élastique E_c égale à :

$$dF = E_c \omega_c \frac{\Delta L}{L} = E_c \omega_c \frac{y y_0}{a},$$

avec : $y = \frac{\frac{4}{3} \frac{f'}{a} - \frac{8}{5} \frac{f'^3}{a^3}}{1 + \frac{2}{3} \frac{f'^2}{a^2} - \frac{2}{5} \frac{f'^4}{a^4}}.$

Sous l'effet de la tension initiale F , les butons exercent sur la poutre des forces qui se font équilibre que nous assimilons à des charges uniformément réparties dont l'intensité par unité de longueur est :

$$P_1 = \frac{8 F f'}{(2a)^2} = \frac{2 F f'}{a^2}.$$

Quand le déversement s'amorce f' et F varient et on a :

$$|dp_1| = 2 \frac{f'}{a^2} dF + \frac{2F}{a^2} y_0,$$

on compte tenu de l'expression de dF :

$$|dp_1| = 2 \left(\frac{f'}{a^2} \frac{\nu E_c \omega_c}{a} + \frac{F}{a^2} \right) y_0.$$

Si la tension initiale F est supérieure à $\frac{\nu E_c \omega_c}{a} y_0$, les deux câbles restent tendus et la réaction qu'ils opposent par l'intermédiaire des butons à la flexion latérale de la poutre est : $p_1 + dp_1 - (p_1 - dp_1) = 2dp_1 = -k_0 y_0$ avec :

$$k_0 = 4 \left(\frac{f'}{a^2} \frac{\nu E_c \omega_c}{a} + \frac{F}{a^2} \right),$$

qui est l'expression cherchée de la caractéristique mécanique du haubannage.

2. Estimation pratique de l'efficacité des haubannages.

Les calculs qui précèdent permettent de se rendre compte, dans deux cas simples, du mécanisme de l'augmentation de résistance au déversement qui peut être obtenue par haubannage d'une poutre.

Ils montrent également que la solution du problème de levage qui se pose le plus souvent en pratique, celui de l'équilibre élastique d'une poutre en double té dissymétrique suspendue en deux points équidistants de son milieu et haubannée, ne pourrait être obtenue que par des calculs qui, bien que ne présentant aucune difficulté du point de vue théorique (*), sont longs et compliqués. Le nombre des paramètres variables qui interviennent est par ailleurs tel qu'il ne permet pas d'exprimer commodément les résultats à l'aide d'abaques. Aussi en est-on réduit à se contenter d'estimations en procédant comme suit :

1° On détermine d'abord la valeur p_0 de la charge critique pour la poutre non haubannée supposée encastree en torsion à ses deux extrémités en l'assimilant à une poutre à section rectangulaire dont les caractéristiques B et C seraient celles de la poutre réelle.

2° On détermine la valeur p_1 de la charge critique de la poutre rectangulaire de caractéristiques B et C supposée encastree en torsion à ses extrémités et haubannée.

Si on utilise un haubannage en losange, on supposera la poutre soumise à la flexion circulaire, on déterminera la valeur M_{cr} du moment critique et on admettra que

$$p_1 = \frac{8 M_{cr}}{l^2}.$$

En cas échéant, on fera intervenir d_0 dans ce calcul.

En cas de haubannage parabolique, on déterminera la valeur de α correspondant au déversement et on en déduira celle de p_1 . S'il y a lieu de faire intervenir d_0 dans le calcul,

(*) Tout au moins si le dispositif de levage est tel que la poutre n'est pas comprimée longitudinalement.

on utilisera les formules relatives à la poutre en flexion principale circulaire. On obtiendra ainsi un moment M_{cr} et on admettra encore que $p_1 = \frac{8 M_{cr}}{l^2}$.

3° On déterminera la valeur p_2 de la charge critique de la poutre suspendue non haubannée.

4° On admettra que la charge critique p_{cr} de la poutre suspendue et haubannée est :

$$p_{cr} = p_2 \times \frac{p_1}{p_0}.$$

5° Si le haubannage s'étend seulement entre les points de suspension, distants de l' , p_0 et p_1 seront calculés en introduisant l' au lieu de l dans les formules.

On a vu que les calculs relatifs aux haubannages supposent que chacun des deux câbles placés de part et d'autre du plan vertical contenant la ligne moyenne de la poutre restent tendus. Cela implique une mise en tension initiale de ces câbles et pose la question de la valeur à donner à la tension initiale.

Il est clair que si celle-ci était nulle, la valeur de K_0 (ou de k_0) à prendre en considération serait la moitié de celle qui a été indiquée. Le haubannage serait alors très mal utilisé.

Théoriquement, la tension initiale des haubans peut être très faible. Au point de vue pratique, nous suggérons de lui donner une valeur telle que les haubans restent tous deux tendus, si la flèche latérale y_0 à mi-portée atteint cinq millièmes de la portée l' entre points de suspension. Il y a intérêt à utiliser comme haubans des câbles à fils parallèles en acier dur, mis en tension par les procédés utilisés pour précontraindre la poutre; plutôt que des câbles toronnés dont le module d'élasticité est plus faible, et moins bien connu.

Toutes précautions utiles seront prises pour assurer correctement la transmission des efforts des haubans à la poutre. On devra s'assurer que les haubans ne risquent pas de se détendre en cours de manœuvre. Il est conseillé d'utiliser des cônes mâles en acier pour les tendre et les maintenir tendus.

2. Effets des encastresments à l'égard de la flexion verticale et de la flexion latérale.

Dans le mémoire publié en 1913 par les *Annales des Ponts et Chaussées* [6], TIMOSHENKO donne quelques calculs faisant intervenir l'encastrement parfait à l'égard de la flexion latérale (aux deux extrémités de la poutre).

Les traités et mémoires que nous avons pu consulter n'envisagent que les poutres sur appuis simples à l'égard de la flexion principale et de la flexion latérale.

Cependant, les effets d'encastresments plus ou moins complets à l'égard de ces deux flexions sont très importants; de tels encastresments peuvent se rencontrer dans l'étude, en situation définitive, des poutres des couvertures horizontales ou à faible pente. C'est pourquoi, nous en faisons une étude succincte. Dans celle-ci, nous supposons toujours les poutres parfaitement encastrees à l'égard de la torsion aux deux extrémités.

1° Théorie sommaire des poutres encastrées élastiquement à l'égard de la flexion latérale.

a) Nous considérons d'abord le cas simple de la poutre à section rectangulaire, de portée $l = 2a$, fléchie dans son plan principal de plus grande raideur par un moment constant M . Nous supposons que les conditions d'encastrement à l'égard de la flexion latérale, supposée se produire dans le plan horizontal contenant l'axe longitudinal de la poutre, sont les mêmes aux deux extrémités de celle-ci.

Soit M_0 la valeur inconnue commune aux deux moments d'encastrement.

L'équation de la flexion latérale sera :

$$By'' = M\varphi + M_0.$$

L'équation de torsion reste, comme précédemment :

$$C\varphi'' = -My''.$$

D'où, en éliminant y'' :

$$\varphi'' + \frac{M^2}{BC}\varphi + \frac{MM_0}{BC} = 0.$$

Posons $\gamma'^2 = \frac{M^2}{BC}$. La solution générale de l'équation ci-dessus est :

$$\varphi = C_1 \cos \gamma'x + D_1 \sin \gamma'x - \frac{M_0}{M}.$$

Les constantes C_1 et D_1 sont déterminées par les conditions aux limites : $\varphi = 0$ pour $x = a$ et $\varphi' = 0$ pour $x = 0$. On trouve aisément, en posant $\gamma'a = u$:

$$\varphi = \frac{M_0}{M} \left(\frac{\cos \gamma'x}{\cos u} - 1 \right),$$

on en déduit :

$$By'' = M_0 \left(\frac{\cos \gamma'x}{\cos u} - 1 \right) + M_0 = \frac{M_0}{\cos u} \cos \gamma'x.$$

En intégrant deux fois membre à membre et en écrivant que pour $x = a$ $y = 0$ et pour $x = 0$ $y' = 0$, on trouve :

$$By = \frac{M_0 a^2}{u^2} \left(1 - \frac{\cos \gamma'x}{\cos u} \right) \quad By' = \frac{M_0 a^2}{u^2} \frac{\gamma' \sin \gamma'x}{\cos u}.$$

Si on suppose parfaits les encastrements à l'égard de la flexion latérale, on doit avoir $y'(a) = 0$, ce qui donne :

$$\sin \gamma'a = 0 \quad \gamma'a = \pi,$$

et
$$M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{BC}}{a}.$$

Le moment critique est deux fois plus grand que lorsque la poutre est simplement posée à l'égard de la flexion latérale.

Supposons maintenant partiels les encastrements d'extrémités, et admettons que la raideur de chacun des appuis à l'égard de la flexion latérale soit R_z . Nous devons écrire :

$$M_0 = -R_z y'(a),$$

c'est-à-dire :
$$M_0 B = -R_z \frac{M_0 a^2}{u^2} \frac{\sin u}{\cos u},$$

ou bien :
$$\frac{\tan u}{u} = -\frac{B}{a R_z}.$$

Comme le montre la figure 26, la plus petite racine u_1 de cette équation est inférieure à π ; le moment critique est :

$$M_{cr} = u_1 \frac{\sqrt{BC}}{a}.$$

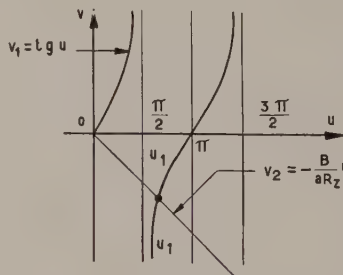


FIG. 26.

Pour $R_z = 0$ (appuis simples à l'égard de la flexion latérale) $u_1 = \frac{\pi}{2}$ et on retrouve le résultat connu :

$$M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{BC}}{2a}.$$

Pour $R_z = \infty$ (encastrement complet) $u_1 = \pi$ comme on l'a trouvé ci-dessus.

b) On peut s'attendre à ce que les encastrements à l'égard de la flexion latérale soient plus efficaces pour les poutres en té que pour les poutres rectangulaires. On peut le vérifier en étudiant le cas simple de la poutre en flexion circulaire pour laquelle on aura les équations :

$$By'' = M\varphi + M_0,$$

$$C(-\beta a^2 \varphi^{IV} + \varphi'') = -My''.$$

D'où on tire, en utilisant la variable $m = \frac{x}{a}$:

$$-\beta \frac{d^4 \varphi}{dm^4} + \frac{d^2 \varphi}{dm^2} + \frac{M^2 a^2}{BC} \varphi + \frac{MM_0 a^2}{BC} = 0, \quad (a)$$

r_1 et r_2 étant les racines positives des équations :

$$-\beta r_1^4 - r_1^2 + \frac{M^2 a^2}{BC} = 0 \quad (b)$$

$$\text{et } -\beta r_2^4 + r_2^2 + \frac{M^2 a^2}{BC} = 0. \quad (c)$$

la solution générale de l'équation (a) est :

$$\varphi = C_1 \cos r_1 m + D_1 r_1 m + C_2 \operatorname{ch} r_2 m + D_2 r_2 m - \frac{M_0}{M}.$$

Nous avons supposé identiques les conditions d'encastrement aux deux extrémités de la poutre. Dans le déversement en une seule onde, le couple de torsion est donc nul au milieu de la poutre et on a $y' = 0$ en ce point. On doit donc avoir aussi :

$$y'(0) + \nu \varphi'(0) = 0 \quad \text{donc} \quad \varphi'(0) = 0, \\ -\beta \varphi'''(0) + \varphi'(0) = 0 \quad \text{»} \quad \varphi'''(0) = 0.$$

Il en résulte que $D_1 = D_2 = 0$.

Supposons parfaits les encastrement en flexion latérale. On aura :

$$\varphi(1) = 0 \quad y'(1) + \nu \varphi'(1) = 0 \quad \text{d'où} \quad \varphi'(1) = 0 \quad (d)$$

$$\text{et, en raison des encastrement en torsion : } \varphi(1) = 0 \quad (e)$$

Les équations (d) et (e) s'écrivent :

$$-r_1 C_1 \sin r_1 + r_2 C_2 \operatorname{sh} r_2 = 0,$$

$$C_1 \cos r_1 + C_2 \operatorname{ch} r_2 - \frac{M_0}{M} = 0.$$

D'où on tire :

$$C_1 = \frac{M_0}{M} \frac{r_2 \operatorname{sh} r_2}{r_1 \sin r_1 \operatorname{ch} r_2 + r_2 \cos r_1 \operatorname{sh} r_2} = \frac{M_0}{M \Delta} r_2 \operatorname{sh} r_2,$$

$$C_2 = \frac{M_0}{M} \frac{r_1 \sin r_1}{r_1 \sin r_1 \operatorname{ch} r_2 + r_2 \cos r_1 \operatorname{sh} r_2} = \frac{M_0}{M \Delta} r_1 \sin r_1.$$

Poursuivant le calcul comme on l'a fait en (a), on trouve :

$$B y'' = M (C_1 \cos r_1 m + C_2 \operatorname{ch} r_2 m),$$

$$B y' = M \left(\frac{C_1}{r_1} \sin r_1 m + \frac{C_2}{r_2} \operatorname{sh} r_2 m \right) + K_1.$$

On doit avoir $y'(0) = 0$, d'où $K_1 = 0$,

$$\text{et} \quad y'(1) = 0, \text{ d'où } \frac{C_1}{r_1} \sin r_1 + \frac{C_2}{r_2} \operatorname{sh} r_2 = 0.$$

Compte tenu des valeurs trouvées pour C_1 et C_2 , cette dernière condition s'écrit :

$$\frac{(r_1^2 + r_2^2) \sin r_1 \operatorname{sh} r_2}{r_1 r_2 \Delta} = 0.$$

Elle ne peut être satisfaite que pour $\sin r_1 = 0$ puisque

$$r_1^2 + r_2^2 = 2 \sqrt{\frac{1}{4 \beta^2} + \frac{M_0^2 a^2}{\beta BC}} > 0$$

et que r_2 ne peut être nul. On a donc pour le déversement en une seule onde $r_1 = \pi$ et, en vertu de (b)

$$\frac{M_{cr}^2 a^2}{BC} = \pi^2 (1 + \pi^2 \beta) \quad \text{et} \quad M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{BC}}{a} \sqrt{1 + \pi^2 \beta}.$$

Le calcul classique relatif au cas où les liaisons d'extrémités constituent des appuis simples à l'égard de la flexion latérale conduit à écrire

$$M_0 = 0, \quad y''(1) = 0, \quad y'''(1) + \nu y''(1) = 0 \quad \text{d'où} \quad \varphi'(1) = 0$$

les conditions $\varphi'(0) = \varphi'''(0) = 0$ étant conservées.

On trouve ainsi :

$$C_1 \cos r_1 + C_2 \operatorname{ch} r_2 = 0,$$

$$-r_1^2 C_1 \cos r_1 + r_2^2 C_2 \operatorname{ch} r_2 = 0.$$

$$\text{D'où :} \quad (r_1^2 + r_2^2) \cos r_1 \operatorname{ch} r_2 = 0,$$

condition qui ne peut être satisfaite que pour $\cos r_1 = 0$,

d'où, pour le déversement en une seule onde, $r_1 = \frac{\pi}{2}$ et

$$\frac{M_{cr}^2 a^2}{BC} = \frac{\pi^2}{4} \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \beta \right), \quad M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{BC}}{2a} \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4} \beta}.$$

Ainsi, pour la poutre rectangulaire, l'encastrement des extrémités double la valeur du moment critique et, pour la poutre en té ou en double té, le coefficient de majoration du moment critique est $\sqrt{1 + \pi^2 \beta}$, alors qu'il vaut seule-

ment $\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4} \beta}$ si cet encastrement n'existe pas.

Considérons maintenant une poutre de section rectangulaire partiellement encastree à l'égard de la flexion principale, supportant une charge uniformément répartie. Le degré d'encastrement est supposé le même aux deux extrémités, où est réalisé l'encastrement parfait à l'égard de la torsion.

On peut écrire $M = \frac{p a^2}{2} (\gamma^2 - m^2)$ en sorte que les moments maximaux sont :

$$\text{— au milieu} \quad M(0) = \frac{p a^2}{2} \gamma^2 = \frac{p l^2}{8} \gamma^2,$$

$$\text{— sur appuis} \quad M(\pm 1) = \frac{p a^2}{2} (\gamma^2 - 1) = -\frac{p l^2}{8} (1 - \gamma^2).$$

En l'absence d'encastrement à l'égard de la flexion latérale, et la charge étant appliquée au niveau du centre de gravité, la méthode de l'énergie fournit l'équation :

$$\int_0^1 \frac{p^2 a^5}{4 B} (\gamma^2 - m^2)^2 \varphi^2 dm = \int_0^1 \frac{C}{a} \varphi'^2 dm. \quad (a)$$

Prenons pour φ un développement en série de Fourier limité aux deux premiers termes, satisfaisant aux conditions aux limites $\varphi = 0$ pour $m = \pm 1$ et $\varphi' = 0$ pour $m = 0$:

$$\varphi = \varphi_1 \cos \frac{\pi m}{2} + \varphi_3 \cos \frac{3 \pi m}{2}.$$

En posant :

$$c_1 = \frac{\gamma^4}{2} - \gamma^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{\pi^2} \right) + \frac{1}{10} - \frac{2}{\pi^2} + \frac{12}{\pi^4},$$

$$b_1 = \frac{3}{\pi^2} \gamma^2 - \frac{3}{\pi^2} + \frac{45}{2 \pi^4},$$

$$a_1 = \frac{\gamma^4}{2} - \gamma^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9 \pi^2} \right) + \frac{1}{10} - \frac{2}{9 \pi^2} + \frac{4}{27 \pi^4},$$

$$\varphi_3 = \lambda \varphi_1,$$

on trouve que l'équation (a) s'écrit :

$$\frac{p^2 a^5}{4 B} \varphi_1^2 (c_1 + b_1 \lambda + a_1 \lambda^2) = \frac{C \pi^2}{a} \varphi_1^2 (1 + 9 \lambda^2), \quad (b)$$

ou bien :

$$\frac{p^2 a^6}{4 B C} = \frac{\pi^2}{8} \frac{1 + 9 \lambda^2}{c_1 + b_1 \lambda + a_1 \lambda^2}. \quad (c)$$

Suivant la méthode de Timoshenko, nous cherchons la valeur de λ qui rend minimale l'expression :

$$F(\lambda) = \frac{1 + 9\lambda^2}{c_1 + b_1\lambda + a_1\lambda^2},$$

cette valeur est :

$$\lambda_1 = -\left(\frac{c_1}{b_1} - \frac{1}{9} \frac{a_1}{b_1}\right) + \sqrt{\left(\frac{c_1}{b_1} - \frac{1}{9} \frac{a_1}{b_1}\right)^2 + \frac{1}{9}},$$

et la valeur correspondante de $F(\lambda)$ est :

$$F(\lambda_1) = \frac{18\lambda_1}{b_1 + 2a_1\lambda_1}.$$

La valeur de α correspondant au déversement est :

$$\alpha_{cr} = \frac{\pi^2}{8} F(\lambda_1). \quad (d)$$

Si la charge est appliquée à d du centre de gravité ($d > 0$ quand elle est au-dessus de ce dernier), il faut ajouter au premier membre de l'équation (a) le terme

$\int_0^1 p d \varphi^2 a dm$. Comme il s'agit de trouver un terme correctif, nous supposons $\lambda = 0$.

L'équation (b) est alors remplacée par la suivante :

$$\frac{p^2 a^5}{4B} \varphi_1^2 c_1 + \frac{pad}{2} \varphi_1^2 = \frac{C}{a} \frac{\pi^2}{8} \varphi_1^2, \quad (e)$$

ou, en introduisant les quantités α et $\delta = \frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}}$:

$$\alpha c_1 + \delta \sqrt{\alpha} = \frac{\pi^2}{8}.$$

D'où on tire :

$$\sqrt{\alpha_{cr}} = \frac{\pi}{\sqrt{8} c_1} \left(\sqrt{1 + \frac{2\delta^2}{\pi^2 c_1}} - \frac{\delta \sqrt{2}}{\pi \sqrt{c_1}} \right)$$

ou encore, en remplaçant $\frac{\pi}{\sqrt{8} c_1}$ par la valeur plus précise donnée par l'équation (d) :

$$\sqrt{\alpha_{cr}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \sqrt{F(\lambda_1)} \left(\sqrt{1 + \frac{2\delta^2}{\pi^2 c_1}} - \frac{\delta \sqrt{2}}{\pi \sqrt{c_1}} \right). \quad (f)$$

Si enfin, au lieu d'une poutre de section rectangulaire, on avait affaire à une poutre en double té, la charge étant appliquée au niveau du centre de torsion, on trouve, en introduisant dans l'équation (a) les termes correspondant à la flexion propre des ailes, que l'équation (c) est remplacée par :

$$\alpha = \frac{\pi^2}{8} \frac{1 + 9\lambda^2 + \frac{\pi^2}{16} \beta (1 + 81\lambda^2)}{c_1 + b_1\lambda + a_1\lambda^2}.$$

On détermine comme précédemment, la valeur λ_1 qui rend α maximale, ce qui fournit la valeur de α_{cr} . Si la charge n'est pas appliquée au niveau du centre de gravité, on pourra utiliser l'équation (f) en y remplaçant $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \sqrt{F(\lambda_1)}$

par la racine carrée de cette valeur $(\alpha_{cr})_0$, correspondant au cas où d est nulle.

Pour la poutre de section rectangulaire parfaitement encastree à l'égard de la flexion principale, $\gamma^2 = \frac{1}{3}$ et on trouve :

$$c_1 = \frac{2}{45} - \frac{4}{3\pi^2} + \frac{12}{\pi^4} = 0,032541,$$

$$b_1 = -\frac{2}{\pi^2} + \frac{45}{2\pi^4} = 0,028343,$$

$$a_1 = \frac{2}{45} - \frac{4}{27\pi^2} + \frac{4}{27\pi^4} = 0,030954,$$

$$\lambda_1 = 0,0521 \quad F(\lambda_1) = 29,66 \quad \sqrt{\alpha} = 6,05$$

et

$$p_{cr} = 16 \sqrt{\alpha} \frac{\sqrt{BC}}{l^2} = \frac{96,8 \sqrt{BC}}{l^2}.$$

Si la charge est appliquée à d du centre de gravité, l'équation (e) donne :

$$\begin{aligned} \sqrt{\alpha} &= 6,05 (\sqrt{1 + 6,25 \delta^2} - 2,50 \delta) \\ &\neq 6,05 (1 - 2,50 \delta + 3,12 \delta^2). \end{aligned}$$

Il va de soi que l'équation (e) peut être écrite en supposant que λ n'est pas nulle et en y introduisant les termes relatifs à la flexion propre des ailes. Mais cela est inutile dans les cas usuels, où les approximations ci-dessus admises sont toujours acceptables.

Pour terminer, considérons le cas de la poutre à section transversale rectangulaire encastree aux deux extrémités à l'égard de la flexion principale, de la flexion latérale et de la torsion.

Nous supposons toujours que les encastrements à l'égard de la flexion principale sont partiels, mais les mêmes à chacune des extrémités et que les encastrements à l'égard de la flexion latérale et de la torsion sont parfaits.

L'expression du moment M de flexion principale sera encore :

$$M = \frac{pa^2}{2} (\gamma^2 - m^2).$$

Pour appliquer la méthode de l'énergie, il faut utiliser une expression approchée de φ qui satisfasse aux conditions aux limites, et, en particulier dont la dérivée seconde s'annule pour $m = \gamma$, car, en vertu de l'équation $C\varphi'' = -My''$, on doit avoir $\varphi''(\gamma) = 0$ puisque $M(\gamma) = 0$.

On peut prendre :

$$\varphi = \varphi_0 \left(1 - \frac{6\gamma^2}{6\gamma^2 - 1} m^2 + \frac{m^4}{6\gamma^2 - 1} \right).$$

Soit μ_0 la valeur absolue commune aux deux moments d'encastrement en flexion latérale. L'équation de flexion latérale sera :

$$B \frac{d^2 y}{a^2 dm^2} = \varphi_0 \frac{pa^2}{2} (\gamma^2 - m^2) \left(1 - \frac{6\gamma^2}{6\gamma^2 - 1} m^2 + \frac{m^4}{6\gamma^2 - 1} \right) - \mu_0.$$

a) Supposons $\gamma^2 = 1$ (pas d'encastrement en flexion principale).

En intégrant l'équation de flexion latérale et en écrivant les conditions aux limites, on trouve :

$$\mu_0 = \frac{pa^2}{2} \varphi_0 \frac{272}{525},$$

l'équation de l'énergie :

$$\int_0^a \frac{(M\varphi - \mu_0)^2 dx}{B} = \int_0^a C\varphi'^2 dx,$$

Après, tous calculs effectués :

$$\frac{p^2 a^5}{4B} \left(\frac{6896}{1287} - \frac{1156}{315} \right) = 17 \frac{C}{a}.$$

D'où : $\alpha = 10,07$ $\sqrt{\alpha} = 3,17$ $k = 49,7$,

$$P_{cr} = 49,7 \frac{\sqrt{BC}}{l^3}.$$

La charge critique est presque doublée du fait des encastresments en flexion latérale.

b) Supposons $\gamma^2 = \frac{1}{3}$ (Encastresments complets en flexion principale).

On trouve, en procédant comme ci-dessus :

$$\mu_0 = \frac{pa^2}{2} \varphi_0 \frac{32}{315},$$

l'équation de l'énergie donne :

$$\frac{p^2 a^5}{4B} 0,23995 = 17 \frac{C}{a} 6760.$$

D'où : $\alpha = 73,6$ $\sqrt{\alpha} = 8,58$ $k = 137,3$.

La charge critique est à peu près trois fois plus forte que lorsque les encastresments parfaits n'existent qu'en flexion latérale.

Les deux exemples qui précèdent montrent que c'est seulement dans des cas exceptionnels que le déversement n'a à craindre pour des poutres continues.

*
*
*

Poutres supportant une charge uniformément répartie et une charge concentrée.

Console de section transversale rectangulaire.

PRANDTL a étudié [7] le cas de la console de poids p constant par unité de longueur, sollicitée à l'extrémité libre par la charge Q , et abouti aux résultats suivants :

— Pour $Q = 0$, la charge uniformément répartie critique est :

$$P_{cr} = \frac{12,85 \sqrt{BC}}{l^3}.$$

— Pour $p = 0$, la valeur critique de Q est :

$$\frac{4013 \sqrt{BC}}{l^2} = Q_0.$$

Si Q est appliquée à d au-dessus du centre de gravité, Q_0 doit être multipliée par :

$$1 - 4,03 \frac{d}{l} \sqrt{\frac{B}{C}}.$$

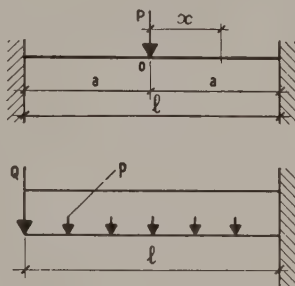


FIG. 27.

— Pour $p \neq 0$, la valeur Q_{cr} de Q est donnée par l'équation :

$$Q_{cr} = Q_0 - 0,287 pl - 0,008 \frac{p^2 l^2}{Q_0}.$$

— D'une manière générale, le déversement se produit quand p et Q sont liés par la relation :

$$Q + 0,287 pl + 0,008 \frac{p^2 l^2}{Q_0} = Q_0.$$

b) Poutre de section transversale rectangulaire reposant par ses extrémités sur deux appuis et encastree en torsion.

En posant $Q = \mu pa$ et avec les notations précédemment utilisées, l'équation différentielle de φ est :

$$\varphi'' + \alpha (1 - m^2 + \mu (1 - m))^2 \varphi = 0.$$

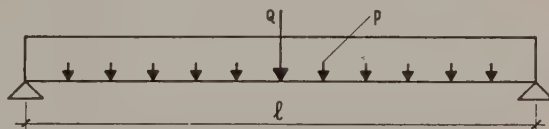


FIG. 28.

Cherchons, par la méthode des coefficients indéterminés, un développement de φ :

$$\varphi = A_0 + A_1 m + A_2 m^2 + A_3 m^3 + A_4 m^4 + \dots$$

On parvient sans peine aux équations suivantes :

$$2A_2 + \alpha (1 + \mu)^2 A_0 = 0,$$

$$6A_3 + \alpha (-2\mu (1 + \mu) A_0 + (1 + \mu)^2 A_1) = 0,$$

$$12A_4 + \alpha (- (2 + 2\mu - \mu^2) A_0 - 2\mu (1 + \mu) A_1 + (1 + \mu)^2 A_2) = 0,$$

$$20A_5 + \alpha (2\mu A_0 - (2 + 2\mu - \mu^2) A_1 - 2\mu (1 + \mu) A_2 + (1 + \mu)^2 A_3) = 0,$$

$$\begin{aligned}
 30 A_6 + \alpha (A_0 + 2\mu A_1 - (2 + 2\mu - \mu^2) A_2 - \\
 - 2\mu (1 + \mu) A_3 + (1 + \mu)^2 A_4) &= 0, \\
 42 A_7 + \alpha (A_1 + 2\mu A_2 - (2 + 2\mu - \mu^2) A_3 - \\
 - 2\mu (1 + \mu) A_4 + (1 + \mu)^2 A_5) &= 0. \\
 \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

Dans le déversement en une seule onde, on doit avoir $\varphi' = 0$ pour $m = 0$, ce qui entraîne $A_1 = 0$. On en déduit :

$$\begin{aligned}
 A_2 &= -\frac{\alpha (1 + \mu)^2}{2} A_0, \quad A_3 = \frac{\alpha \mu (1 + \mu)}{3} A_0, \\
 A_4 &= \left(\frac{\alpha (2 + 2\mu - \mu^2)}{12} + \frac{\alpha^2 \mu (1 + \mu)^4}{24} \right) A_0, \\
 A_5 &= -\left(\frac{\alpha \mu}{10} + \frac{\alpha^2 \mu (1 + \mu)^3}{15} \right) A_0, \\
 A_6 &= -\left(\frac{\alpha}{30} + \dots \right) A_0.
 \end{aligned}$$

Le coefficient A_7 et ceux qui le suivent ne contiennent α qu'à des puissances égales ou supérieures à 2. Si l'on conserve seulement dans le développement φ , le terme constant et les termes en α , on a donc :

$$\begin{aligned}
 \frac{\varphi}{A_0} &= 1 - \frac{\alpha (1 + \mu)^2}{2} m^2 + \frac{\alpha \mu (1 + \mu)}{3} m^3 + \\
 &+ \frac{\alpha (2 + 2\mu - \mu^2)}{12} m^4 - \frac{\alpha \mu}{10} m^5 - \frac{\alpha}{30} m^6
 \end{aligned}$$

et la condition $\varphi = 0$ pour $m = 1$ s'écrit :

$$1 - \alpha \frac{22 + 36\mu + 15\mu^2}{60} = 0,$$

$$\text{d'où : } \mu = -1,2 + 2 \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{150}}.$$

En remplaçant α et μ par leurs valeurs, on trouve :

$$22 p^2 a^6 + 36 p a^5 Q + 15 Q^2 a^4 = 240 BC.$$

Pour p donnée, cette équation fournit une valeur approchée de Q_{cr} ; pour Q donnée, elle fait connaître p_{cr} . L'approximation obtenue paraît pratiquement satisfaisante car on trouve :

— Pour $Q = 0$,

$$p_{cr} = \frac{\sqrt{BC}}{a^3} \sqrt{\frac{240}{22}} = 8 \sqrt{\frac{240}{22}} \frac{\sqrt{BC}}{l^3} = 26,47 \frac{\sqrt{BC}}{l^3},$$

valeur trop faible de 8 % environ.

— Pour $p = 0$,

$$Q_{cr} = \frac{\sqrt{BC}}{a^2} \sqrt{\frac{240}{15}} = 4 \frac{\sqrt{BC}}{a^2} = 16 \frac{\sqrt{BC}}{l^2},$$

valeur trop faible de 6 % environ.

On peut corriger les résultats de la manière suivante :

$$\text{Soit : } \alpha_1 = \frac{60}{22 + 36\mu + 15\mu^2}.$$

On peut prendre avec une bonne approximation :

$$\alpha = \frac{1,166 + 1,10 \mu}{1 + \mu} \alpha_1.$$

On trouve ainsi :

$$\text{pour } Q = 0, \quad \mu = 0 \quad \alpha = \frac{60}{22} \times 1,166 = 3,18,$$

$$\text{d'où : } p_{cr} = 28,4 \frac{\sqrt{BC}}{l^3},$$

pour $p = 0 \quad \mu = +\infty, \mu^2 \alpha = 4 \times 1,1, Q_{cr} = 16,8 \frac{\sqrt{BC}}{l^2}$,
soit pratiquement les valeurs exactes.

c) *Levage d'une poutre de section transversale rectangulaire soulagée au milieu par un câble à tension contrôlée.*

On est parfois amené à envisager le levage d'une poutre dans les conditions indiquées par la figure 29.

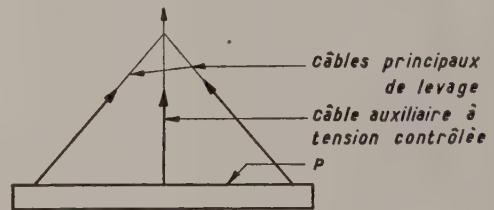


FIG. 29.

Le développement en série ci-dessus peut être utilisé pour évaluer la charge critique correspondant à ces conditions. μ est alors négatif. Il va de soi que la tension Q du câble auxiliaire doit être telle que la contrainte de compression dans la membrure inférieure ne dépasse pas 0,45 n_f et que la membrure supérieure reste comprimée. Sous ces réserves, la valeur optimale de μ est celle qui rend minimale l'expression :

$$f(\mu) = 7,5 \mu^2 + 18 \mu + 11$$

(qui est la moitié du dénominateur de la fraction donnant α)

$$\text{soit : } \mu = -\frac{18}{15} = -1,2.$$

$$\text{On a alors : } f(\mu) = 0,2, \quad \alpha = \frac{30}{0,2} = 150$$

$$\text{et : } k = 16 \sqrt{150} = 195,95.$$

La valeur optimale de μ ne peut pratiquement être utilisée que lorsqu'on lève une poutre préfabriquée qui, en situation définitive, sera une poutre continue à deux travées égales sur appuis de niveau.

La valeur approchée $\alpha_1 = \frac{60}{22 + 36\mu + 15\mu^2}$ peut être améliorée pour $\mu < 0$ comme cela a été fait pour $\mu > 0$. Dans le cas où $\mu = -2$, on a une poutre dont les deux extrémités sont engagées dans des glissières verticales réalisant l'encastrement en torsion, soulevée par le milieu. Le problème peut être traité en utilisant les développements en série trouvés pour la console.

Les conditions aux limites sont $\varphi' = 0$ pour $m = 0$
 $\varphi = 0$ pour $m = 1$.

On trouve aisément :

$$\varphi = \varphi_0 \left(1 - m - \frac{\alpha}{6,7} (1 - m)^7 + \dots \right)$$

La condition de déversement est :

$$-1 + \frac{\alpha}{6} - \frac{\alpha^2}{504} + \frac{\alpha^3}{117\,936} = 0.$$

D'où on tire $\alpha = 6,487$,

ors que
$$\alpha_1 = \frac{60}{22 - 72 + 60} = 6.$$

De même, pour $\mu = -1$, la poutre est chargée au milieu
 le moment de flexion principal est nul en ce point.

On a :

$$M = \frac{pa^2}{2} (1 - m^2 - 1 + m) = \frac{pa^2}{2} m (1 - m),$$

L'équation différentielle de φ est :

$$\varphi'' + \alpha m^2 (1 - m)^2 \varphi = 0.$$

On trouve comme solution générale :

$$\begin{aligned} = A_0 \left(1 - \frac{\alpha}{12} m^4 + \frac{\alpha}{10} m^5 - \frac{\alpha}{30} m^6 + \frac{\alpha}{672} m^8 - \right. \\ \left. - \frac{\alpha^2}{270} m^9 + \frac{17\alpha^2}{5\,400} m^{10} - \frac{\alpha^2}{660} m^{11} + \frac{\alpha^2}{3\,960} m^{12} + \right. \\ \left. + \frac{101\alpha^2}{235\,872} m^{13} + a_{14}\alpha^3 m^{14} \dots \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + A_1 \left(m - \frac{\alpha}{20} m^5 + \frac{\alpha}{15} m^6 - \frac{\alpha}{42} m^7 + \frac{\alpha^2}{1\,440} m^9 + \right. \\ \left. + \frac{\alpha^2}{540} m^{10} + \frac{29\alpha^2}{15\,400} m^{11} - \frac{\alpha^2}{1\,155} m^{11} + \frac{\alpha^2}{6\,552} m^{13} + \right. \\ \left. + \frac{\alpha^3}{224\,640} m^{13} + \dots \right). \end{aligned}$$

Les conditions aux limites $\varphi' = 0$ pour $m = 0$ et $\varphi = 0$
 pour $m = 1$ donnent :

$$A_1 = 0 \quad \text{et} \quad 1 - \frac{\alpha}{60} + \frac{67\alpha^2}{1\,663\,200} = 0.$$

D'où on tire $\alpha = 72,815$.

Or, pour $\mu = -1$
$$\alpha_1 = \frac{60}{22 - 36 + 15} = 60.$$

On retrouve sensiblement les valeurs exactes $\alpha = 6,487$
 et $72,815$ en prenant :

$$\alpha = \alpha_1 \frac{1 + 2,2\mu}{1 + 2\mu}.$$

En appliquant cette formule au levage ci-dessus examiné,
 on trouve $k = 227$. La charge critique se détermine en
 suivant les règles énoncées au paragraphe « Estimation
 pratique de l'efficacité des haubannages » (page 809).

d) Poutre de section transversale rectangulaire continue sur trois appuis de niveau.

Il est rare qu'une poutre en situation définitive soit
 exposée à se déverser. Cela peut cependant arriver pour les
 poutres supportant une couverture très légère (Acieroid par
 exemple) et non susceptible de former contreventement.

Le cas des poutres de section constante continues sur deux
 travées égales peut être traité à partir du développement en
 série utilisé en *b*. Il suffit en effet de prendre $Q = -\frac{10}{8} pa$

ou $\mu = -\frac{10}{8}$ et de remarquer que si, comme cela arrive le
 plus souvent, les différentes files de poutres supportant la
 couverture sont entretoisées sur les appuis de rive et sur
 l'appui intermédiaire, les conditions aux limites sont $\varphi = 0$
 pour $m = 0$ et $m = 1$.

La condition $\varphi = 0$ pour $m = 0$ donne $A_0 = 0$; on a par
 suite, en négligeant les termes contenant α à une puissance
 supérieure à 1 :

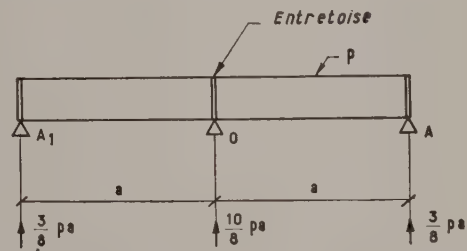


FIG. 30.

$$\begin{aligned} \frac{\varphi}{A_1} = m - \frac{\alpha(1 + \mu)^2}{6} m^3 + \frac{\alpha\mu(1 + \mu)}{6} m^4 + \\ + \alpha \frac{2 + 2\mu - \mu^2}{20} m^5 - \frac{\alpha\mu}{15} m^6 - \frac{\alpha}{42} m^7, \end{aligned}$$

et la condition $\varphi = 0$ pour $m = 1$ s'écrit :

$$1 - \alpha \frac{114 + 168\mu + 63\mu^2}{1\,260} = 0,$$

soit, pour
$$\mu = -\frac{10}{8} :$$

$$\alpha = \frac{1\,260}{114 - 210 + 98,4375} = \frac{1\,260}{2,4375} = 516,92 = \frac{p_{cr}^2 a^6}{4 BC}.$$

D'où :
$$p_{cr} = \sqrt{4 \times 516,92} \frac{\sqrt{BC}}{a^3} = 45,44 \frac{\sqrt{BC}}{a^3}.$$

En général, on aura à étudier des poutres en double té
 dissymétriques dont le poids propre p_1 agit à d du centre
 de torsion ($d < 0$), alors que la charge p_2 transmise par la
 toiture est appliquée au niveau du dessus de la poutre, à d'
 au-dessus du centre de torsion ($d' > 0$). On pourra admettre
 que p_{cr} est alors donnée par la formule :

$$p_{cr} = 45,44 \frac{\sqrt{BC}}{a^3} \times$$

$$\frac{p_1 \left(1 - 0,72 \frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}}\right) + p_2 \left(1 - 0,72 \frac{d'}{a} \sqrt{\frac{B}{C}}\right)}{p_1 + p_2} \times \sqrt{1 + \frac{\pi^2 \beta}{4}}$$

Le développement en série ci-dessus peut également être utilisé pour la détermination de la charge d'une poutre dont la section médiane est encastree à l'égard de la torsion. C'est, par exemple, approximativement le cas lorsque des poutres de portée l disposées parallèlement sont reliées entre elles à mi- portée par une entretoise rigide. On a alors $\mu = 0$, d'où :

$$\alpha = \frac{1\,260}{114} \text{ et } p_{cr} = 16 \sqrt{\frac{1\,260}{114} \frac{\sqrt{BC}}{\beta^3}} = 53,18 \frac{\sqrt{BC}}{\beta^3}$$

On fera s'il y a lieu, les corrections relatives à d , d' et β . La formule suppose que l'entretoisement est réalisé de telle sorte que le milieu de chaque poutre ne peut pas se déplacer perpendiculairement au plan moyen de la poutre.

Les résultats qu'on vient d'obtenir découlent du calcul effectué en négligeant les termes du développement de φ contenant α à une puissance supérieure à 1. Ces résultats sont approchés par défaut, comme on le voit en conservant le terme en α^2 dans deux cas particuliers :

— Pour $\mu = -2$, chaque moitié de la poutre est, pour la flexion verticale, une console encastree au milieu de la poutre. Mais les extrémités des consoles sont encastrees à l'égard de la torsion.

On a alors :

$$\varphi = A_0 \left(1 - \frac{\alpha}{5,6} (1 - m)^6 + \dots\right) + A_1 \left(1 - m - \frac{\alpha}{6,7} (1 - m)^7 \dots\right),$$

et les conditions aux limites sont $\varphi = 0$ pour $m = 0$ et $m = 1$.

Il en résulte que $A_0 = 0$ et que l'équation de déversement est :

$$1 - \frac{\alpha}{6,7} + \frac{\alpha^2}{6,7 \cdot 12 \cdot 13} - \frac{\alpha^3}{6,7 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 18 \cdot 19} + \dots = 0,$$

dont la plus petite racine est $\alpha = 62,413$.

Or, pour $\mu = -2$ le calcul approché donne :

$$\frac{1\,260}{114 - 336 + 252} = 42$$

$$\text{et on a : } \frac{62,413}{42} = 1,48.$$

— Pour $\mu = 0$, on devrait retrouver la condition de déversement de la poutre en deux ondes, c'est-à-dire, comme on l'a vu, $\alpha = 16$.

Or, pour $\mu = 0$, on trouve :

$$\frac{1\,260}{114} = 11,05 \text{ et on a } \frac{16}{11,05} = 1,45.$$

Il en résulte que si on pose :

$$\alpha_1 = \frac{1\,260}{114 + 168\mu + 63\mu^2};$$

on pourra prendre avec une bonne approximation : $\alpha = 1,45 \alpha_1$.

On peut observer qu'on peut encore admettre cette correction pour $\mu > 0$.

En effet, si on fait tendre pa vers 0 et μ vers l'infini, on est dans le cas de la poutre non pesante, chargée en son milieu et se déversant en deux ondes. On trouve alors

$$\mu^2 \alpha = 30,25 \text{ alors que } \mu^2 \alpha_1 = \frac{1\,260}{63} = 20.$$

Le rapport $\frac{30,25}{20} = 1,51$ diffère peu du coefficient de correction proposé.

Le résultat est d'ailleurs le même pour $\mu = -\infty$, ce qui justifie l'adoption pour toute valeur de μ du coefficient 1,45.

On aura ainsi pour la poutre à deux travées égales :

$$p_{cr} = 45,44 \sqrt{1,45} \frac{\sqrt{BC}}{a^3} = 54,53 \frac{\sqrt{BC}}{a^3}.$$

3° Poutres supportant un effort normal de compression

Il arrive que, pour le levage à la grue de poutres de grandes dimensions, on soit amené à se passer de palonnier. Les composantes horizontales des tensions des câbles de levage compriment alors longitudinalement les poutres. Ceci a pour effet de diminuer leurs charges critiques de déversement.

Le levage de poutres grèles sans palonnier n'est utilisé que lorsqu'on l'effectue à l'aide d'une grue flottante dont le guidant est assez grand pour que la compression longitudinale reste modérée.

La détermination de la charge critique de déversement d'une poutre suspendue, comprimée longitudinalement, est théoriquement possible en partant des équations de Bleich (équations 6 et 7). Mais elle exigerait des calculs longs et pénibles qui, à notre connaissance, n'ont pas encore été effectués.

a) Nous nous bornerons ici à l'étude du problème dont ces équations permettent de trouver aisément la solution consistant à rechercher la valeur critique du moment fléchissant M sollicitant en flexion circulaire dans son plan principal de plus grande raideur une poutre de section rectangulaire comprimée longitudinalement par une force centrée N , parfaitement encastree à l'égard de la torsion aux extrémités.

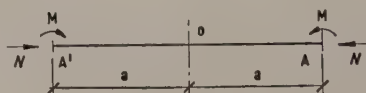


FIG. 31.

Pour une telle poutre, on a $\Gamma = H = 0$ et $d = 0$, de sorte que les équations de Bleich s'écrivent :

$$\left(C - N \frac{I_p}{S}\right) \varphi'' = -My'', \quad (a)$$

$$By'' + Ny = M\varphi. \quad (b)$$

L'équation (a) peut être intégrée membre à membre :

Une première intégration donne :

$$\left(C - N \frac{I_p}{S}\right) \varphi' = -My' + K_1.$$

On a ensuite :

$$\left(C - N \frac{I_p}{S}\right) \varphi = -My + K_1x + K_0.$$

Nous devons avoir $\varphi = 0$ pour $x = -a$ et $x = a$, ce qui entraîne $K_0 = K_1 = 0$, de sorte que l'on peut écrire :

$$\left(C - N \frac{I_p}{S}\right) \varphi = -My. \quad (a')$$

Portant la valeur de φ déduite de cette équation dans l'équation (b), il vient :

$$y'' + \left(\frac{N}{B} + \frac{M^2}{B \left(C - N \frac{I_p}{S}\right)}\right) y = 0. \quad (c)$$

Posons :

$$N_T = \frac{CS}{I_p} \quad \text{charge critique de flambement par torsion de la poutre considérée, supposée sollicitée en compression simple seulement;}$$

$$N_E = \frac{\pi^2 B}{l^2} \quad \text{charge critique de flambement par flexion latérale de la même poutre;}$$

$$M_0 = \frac{\pi \sqrt{BC}}{l} \quad \text{moment critique de la poutre considérée supposée sollicitée en flexion circulaire seulement.}$$

Il vient :

$$\frac{N}{B} + B \frac{M^2}{\left(C - N \frac{I_p}{S}\right)} = \frac{\pi^2}{l^2} \left(\frac{N}{N_E} + \frac{M^2}{M_0^2} \frac{N_T}{N_T - N}\right) = \gamma^2.$$

La solution générale de l'équation (c) est alors :

$$y = A_1 \cos \gamma x + B_1 \sin \gamma x,$$

et les conditions aux limites exigent que $B_1 = 0$ et $\cos(\pm \gamma a) = 0$, d'où :

$$\gamma = \frac{\pi}{2a} = \frac{\pi}{l}.$$

$$\text{On a donc : } \frac{N}{N_E} + \frac{M^2}{M_0^2} \frac{N_T}{N_T - N} = 1,$$

$$\text{ou encore : } M_{cr} = M_0 \sqrt{\left(1 - \frac{N}{N_E}\right) \left(1 - \frac{N}{N_T}\right)}. \quad (d)$$

Le moment critique est donc inférieur, comme il fallait s'y attendre, à la valeur qu'il aurait en l'absence de compression longitudinale. La théorie ne fait pas apparaître le terme $1 - \frac{N}{N_T}$, qui est généralement très voisin de 1.

b) Supposons maintenant que la compression N soit excentrée transversalement de y_0 dans les sections extrêmes.

L'équation (b) sera remplacée par :

$$By'' + Ny = M\varphi + Ny_0 \quad (b')$$

et on aura, en éliminant φ entre (a') et (b') :

$$y'' + \left(\frac{N}{B} + \frac{M^2}{B \left(C - N \frac{I_p}{S}\right)}\right) y = \frac{Ny_0}{B}.$$

La solution générale de cette équation est :

$$y = A_1 \cos \gamma x + B_1 \sin \gamma x + \frac{Ny_0}{\gamma^2 B}.$$

Posant $\gamma a = u$, les conditions aux limites s'écrivent :

$$A_1 \cos u - B_1 \sin u + \frac{Ny_0}{\gamma^2 B} = 0.$$

$$A_1 \cos u + B_1 \sin u + \frac{Ny_0}{\gamma^2 B} = 0.$$

D'où on tire :

$$A_1 = -\frac{Ny_0}{\gamma^2 B \cos u}, \quad B_1 = 0.$$

Le moment fléchissant latéral à mi-portée est :

$$By''(0) = -B\gamma^2 A_1 = \frac{Ny_0}{\cos u},$$

$$\begin{aligned} \text{avec } u^2 &= \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{N}{N_E} + \frac{M^2}{M_0^2} \frac{N_T}{N_T - N} \right) = \\ &= \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{N}{N_E} + \frac{M^2}{M_{cr}^2} \left(1 - \frac{N}{N_E}\right) \right), \end{aligned}$$

$$\text{et } M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{BC}}{l} \sqrt{\left(1 - \frac{N}{N_E}\right) \left(1 - \frac{N}{N_T}\right)},$$

$$\text{et non } M_{cr} = M_0 = \frac{\pi \sqrt{BC}}{l}.$$

Pour $M = 0$, $u = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{N_E}}$ et le moment fléchissant au

$$\text{milieu est } \frac{Ny_0}{\cos \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{N_E}}}$$

c) Si l'effort normal est une traction, N doit être prise négativement et les formules (d) et (e) restent applicables si :

$$\frac{\gamma^2 l^2}{\pi^2} = \frac{N}{N_E} + \frac{M^2}{M_0^2} \cdot \frac{N_T}{N_T - N} > 0.$$

Le moment est alors supérieur à M_0 et le coefficient d'amplification des moments latéraux a une valeur inférieure à celle qu'il aurait en l'absence d'effort normal.

$$\text{Si } \frac{N}{N_E} + \frac{M^2}{M_0^2} \frac{N_T}{N_T - N} < 0,$$

la solution générale de l'équation (c) est

$$y = A_1 \operatorname{ch} \gamma x + B_1 \operatorname{sh} \gamma x,$$

$$\text{avec alors : } \frac{\gamma^2 l^2}{\pi^2} = - \left(\frac{N}{N_E} + \frac{M^2}{M_0^2} \frac{N_T}{N_T - N} \right),$$

et les conditions aux limites exigent que $A_1 = 0$ et que $\operatorname{sh} \gamma l = 0$. Cette dernière condition ne peut être réalisée puisqu'elle exigerait $\gamma = 0$ alors qu'on a supposé $\gamma^2 > 0$.

Il en résulte que si, N étant une traction :

$$\frac{N}{N_E} + \frac{M^2}{M_0^2} \frac{N_T}{N_T - N} < 0,$$

le déversement est impossible.

d) Reprenons le problème étudié en a), mais en supposant maintenant que la poutre est de section en double té dissymétrique. Compte tenu de ce que $EI = C\beta a^2 = C\beta \frac{l^2}{4}$, les équations de Bleich s'écrivent, f désignant l'excentricité de N (comptée à partir du centre de gravité) :

$$By'' + Ny = N(d + f)\varphi,$$

$$-C\beta \frac{l^2}{4} \varphi^{IV} + \left(C - N \frac{I_p}{S} - Nf \frac{H}{I} \right) \varphi'' + N(d + f)y'' = 0.$$

Les conditions aux limites étant les mêmes que précédemment, on voit que les solutions de ces deux équations sont :

$$y = K_1 \cos \frac{\pi x}{l} \quad \varphi = K_2 \cos \frac{\pi x}{l},$$

K_1 et K_2 désignant deux constantes. En portant ces valeurs dans les équations, on trouve deux équations linéaires et homogènes en K_1 et K_2 qui n'ont de solution autre que $K_1 = K_2 = 0$ qu'à la condition que :

$$(N_E - N) \left[C \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \beta \right) - \left(N \frac{I_p}{S} + Nf \frac{H}{I} \right) \right] - N^2(d + f)^2 = 0. \quad (f)$$

Cette équation du second degré en N a toujours deux racines réelles de signes contraires et sa racine positive qui est la charge critique N_{cr} est inférieure à N_E si $d + f \neq 0$. Pour $d + f = 0$ (N appliquée au centre de torsion) on a $N_{cr} = N_E$. Ainsi, la charge critique d'Euler n'est atteinte que si l'effort normal est porté par l'axe de torsion.

Si on pose $Nf = M$, l'équation (f) devient :

$$(N_E - N) \left[C \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \beta \right) - N \frac{I_p}{S} - M \frac{H}{I} \right] - (Nd + M)^2 = 0. \quad (g)$$

Cette dernière équation permet de déterminer M_{cr} pour N donnée.

e) Dans le cas d'une section doublement symétrique comprimée par une force appliquée au niveau du centre de gravité (alors confondu avec le centre de torsion) on a $d = f = H = 0$ et l'équation (f) se réduit à :

$$(N_E - N) \left[C \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \beta \right) - N \frac{I_p}{S} \right] = 0$$

qui fournit deux valeurs de N_{cr} ; l'une est la charge critique d'Euler, l'autre la charge critique de flambement par torsion.

$$\frac{SC \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \beta \right)}{I_p}.$$

Dans ce cas, on a :

$$M_0 = \pi \sqrt{\frac{BC}{l}} \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4} \beta},$$

et les formules (d) et (e) sont encore valables.

f) Le problème où intervient un effort normal de compression qui se pose le plus fréquemment en pratique est celui du levage d'une poutre à la grue sans emploi de palonnier. La poutre est généralement double té dissymétrique.

Faute de mieux, on déterminera M_{cr} à l'aide de l'équation (g) et on comparera la valeur ainsi obtenue (qui sera probablement le plus souvent approchée par défaut) à la valeur du moment maximal réalisé en cours de levage.

On déterminera également les contraintes résultant de flexions latérales et torsions dues aux imperfections de fabrication de la poutre et à l'excentricité latérale de N en tenant compte du coefficient d'amplification

$$\frac{1}{\cos \frac{\pi}{2} \frac{C + Md_1}{M_{cr}}},$$

le terme M_1 comprenant à la fois les moments dus à la flèche latérale initiale, à l'inclinaison d'ensemble initiale et à l'excentricité de N (d_1 est ici égal d).

La valeur de H pourra le plus souvent être évaluée en négligeant l'âme. On trouve alors :

$$H = 2 Id - (S_1 t_1^3 - S_2 t_2^3).$$

S_1 et S_2 désignant les aires des membrures supérieures et inférieures,

t_1 et t_2 les distances des centres de gravité de ces aires au centre de torsion,

Z la distance de ces centres de gravité entre eux c'est-à-dire le bras de levier du couple élastique d'âme supposée très mince.

CHAPITRE V

DONNÉES A ADMETTRE ET MÉTHODES A APPLIQUER POUR LA VÉRIFICATION
DE LA STABILITÉ ÉLASTIQUE DES POUTRES EN BÉTON PRÉCONTRAIN

Les calculs développés dans les chapitres précédents font intervenir les modules d'élasticité longitudinale et transversale du béton et les caractéristiques géométriques des sections des poutres. Les valeurs à leur attribuer doivent être judicieusement choisies. Nous indiquons dans ce qui suit les règles que nous suivons habituellement.

1 Données à admettre.

1.1 Modules d'élasticité du béton.

On sait qu'il convient de distinguer les modules instantanés et les modules différés. On sait aussi que ces modules sont des fonctions décroissantes des contraintes. Il résulte de ce dernier fait que, lorsque le déversement d'une poutre posée s'amorce, en une seule onde par exemple, les contraintes normales sont maximales dans la section médiane et augmentent très rapidement à mesure que se développe le phénomène, que la diminution des modules due à l'augmentation, des contraintes a d'ailleurs pour effet d'accélérer.

Mais, pendant toute la durée très courte du déversement, les modules sont variables le long de la poutre. Dans les zones voisines des appuis, ils conservent sensiblement les valeurs qui étaient les leurs avant toute amorce de déversement; au contraire, leurs valeurs initiales diminuent dans la zone centrale.

Les calculs, comme on l'a vu, ont été effectués au contraire, en supposant les modules constants tout le long de la poutre.

Faute de mieux, on conserve cette hypothèse, en retenant pour valeurs des modules à introduire dans les calculs celles qui seraient convenables pour la section la plus sollicitée au moment où le déversement va s'amorcer.

Deux cas sont à distinguer suivant qu'on étudie le transport, le levage ou la situation provisoire d'une poutre ou, au contraire, une poutre dans sa situation définitive.

a) En général, dans le premier cas, la contrainte de compression maximale s'exercera sur la membrure inférieure. Soit n son intensité, n_j la résistance à la compression à l'instant considéré du béton dont est constituée la poutre. Nous proposons de prendre, comme module d'élasticité longitudinale du béton la valeur donnée en kgf/cm^2 par la formule :

$$E = 18\,000 \left(1 - \frac{n}{n_j}\right) \sqrt{n_j},$$

et n_j étant exprimées en kgf/cm^2 (*). Cette valeur de E est à retenir pour des manœuvres de courte durée (4 h au plus). Pour les manœuvres et situations provisoires d'une durée t (exprimée en heures) comprise entre 4 et 100 h, il est recommandé de multiplier la valeur ci-dessus indiquée par le coefficient

$$1 - \frac{t-4}{200}.$$

Pour les poutres de pont, on aura fréquemment : $n_{90} = 450 \text{ kgf/cm}^2$, $n \leq 0,45 n_{90} = 202,5 \text{ kgf/cm}^2$ et, au moment des manipulations des poutres, $n_j = 400 \text{ kgf/cm}^2$ avec

$$E = 18\,000 \left(1 - \frac{202,5}{400}\right) \sqrt{400} \simeq 178\,000 \text{ kgf/cm}^2.$$

Peu d'études expérimentales concernant la valeur du module d'élasticité transversale G du béton ont été effectuées jusqu'à présent; on admettra, comme on le fait généralement sans avancer d'argument bien probant en faveur de cette règle, que l'on peut prendre $G = 0,4 E$.

b) Quand on étudie la stabilité élastique d'une poutre de toiture supportant surtout des charges permanentes, les modules à prendre en compte sont les modules différés. La contrainte maximale de compression, si l'ouvrage est conforme à la circulaire ministérielle du 26 octobre 1953, sera au plus égale à $0,28 n_{90}$. On pourra alors prendre :

$$E = 6\,000 \sqrt{n_{90}}, \quad G = 0,4 E.$$

2° Moment d'inertie I et module de torsion K .

En général, les membrures des poutres sont de largeurs et d'épaisseurs constantes et c'est en raison de la seule variation de l'épaisseur de l'âme que la poutre n'est pas de section constante. Si la poutre est de hauteur constante, on calculera les valeurs I et K du moment d'inertie relatif à la flexion latérale et du module de torsion de la section médiane et on prendra, sur toute la longueur de la poutre $B = EI$, $C = GK$ (*).

(*) R. L'HERMITE, *Idées actuelles sur la technologie du béton* [14] a donné les indications suivantes :

E_0 module « initial » (pente à l'origine de la courbe contrainte-déformation);

E_n module « global » pour la contrainte n (pente de la droite joignant le point d'abscisse n de la courbe de déformation au point de l'axe des $\frac{\Delta l}{l}$ représentant la déformation résiduelle consécutive à la mise en charge au taux n suivie du déchargement).

Valeurs de $\frac{n}{n_j}$: de 0 à 0,1 0,2 0,3 0,4

Valeurs de $\frac{E_n}{E_0}$: — 1 — 0,95 0,89 0,77

(**) A notre connaissance, l'étude de la stabilité élastique des poutres à section variable n'a pas été entreprise jusqu'ici.

Le moment d'inertie i sera déterminé sans tenir compte des trous de passage des câbles, mais en comptant les aciers longitudinaux non tendus s'il en existe. E désignant le module d'élasticité du béton déterminé comme il est indiqué ci-dessus, le module d'équivalence des armatures non mises en tension sera pris égal à $\frac{2\ 100\ 000}{E}$.

Pour le calcul du module de torsion, on ne mettra en compte aucune armature mais on ne déduira pas les trous de passage des câbles. Suivant la méthode habituelle, on décomposera la section en éléments simples; le module de torsion de la section sera pris égal à la somme des modules de torsion de ces éléments. Pour ceux de forme rectangulaire ($b \times e$, $b > e$) le module sera $k b e^3$, k étant donné par le tableau suivant :

$\frac{b}{e}$	1	1,2	1,5	2	2,5	3	4	5	10	∞
k	0,141	0,166	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,312	$\frac{1}{3}$
k'	0,208	0,219	0,231	0,246	0,258	0,267	0,282	0,291	0,312	$\frac{1}{3}$

qui fournit également les valeurs de k' , ce dernier coefficient permettant de déterminer la contrainte maximale de cisaillement par la formule :

$$t_{\max} = \frac{M_x}{k' b e^2},$$

M_x étant le moment de torsion.

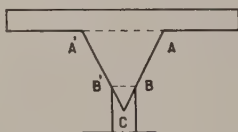


FIG. 32.

Le module de torsion d'un élément trapézoïdal tel que AAB'B sera pris égal à la différence entre le module de torsion du triangle A'AC et celui du triangle B'BC. Si S désigne l'aire d'un de ces triangles, on admettra que le module de torsion de celui-ci est :

$$\frac{S^2}{8,66}.$$

Ceci n'est rigoureusement exact que si le triangle est équilatéral. Quand il sera loin d'en être ainsi, le trapèze A'ABB' sera décomposé en rectangles par des parallèles à AA'.

3° Centre de torsion.

Pour déterminer le centre de torsion, on admettra que la membrure supérieure est constituée de la table d'épaisseur constante ou variable, et des goussets de raccordement à

l'âme; les goussets inférieurs seront également considérés comme faisant partie de la membrure inférieure. Le br de levier z sera la distance entre centres de gravités de membrures ainsi définies. Les aires S_1, S_2 , les moments statiques H_1, H_2 et les moments d'inertie I_1, I_2 des membrures seront calculés en suivant les règles indiquées ci-dessus pour le moment d'inertie i .

4° Centre de gravité.

Le centre de gravité à considérer sera celui de l'ensemble constitué par les membrures et l'âme, les éléments mis en compte étant ceux indiqués pour le calcul de i (armatures non tendues comptées, trous de passage des câbles non déduits).

2. Méthode de vérification de la stabilité élastique des poutres.

1° Déplacement horizontal et levage des poutres.

On calculera d'abord la valeur de la charge critique p en ne perdant jamais de vue qu'à tout moment de la manœuvre envisagée, les dispositions prises doivent assurer l'encastrement des extrémités de la poutre à l'égard de la torsion. Éventuellement, on devra examiner si, à la suite de la déformabilité des éléments de butée latérale disposés aux extrémités, ou de celle des chemins de roulement, les encastrements des extrémités ne doivent pas être considérés comme seulement partiels, et dans l'affirmative, évaluer les raideurs de torsion des liaisons sur lesquelles on utilisera les formules qui les font intervenir.

Si, p désignant le poids de la poutre par unité de longueur, on trouve $p_{cr} > 4 p$, on pourra admettre que la manœuvre peut être entreprise en sécurité, ce qui ne signifie pas, comme on le verra dans ce qui suit, qu'il faudra que la charge atteigne $4 p$ pour que le déversement produise. Si, au contraire $p_{cr} < 4 p$, il faut étudier la manœuvre en détail en chiffrant les conséquences des allées qu'elle peut comporter.

Ainsi, on estimera l'inclinaison maximale que le pl moyen de la poutre est susceptible de prendre au cours de la manœuvre et on déterminera la flexion latérale qui résulte. On mesurera la flèche latérale de la poutre et déterminera ses effets.

Sous l'action cumulée de la précontrainte, de la flexion latérale possible en cours de manœuvre et de la flexion verticale, les contraintes normales maximales, calculées en considérant la poutre comme homogène (compte tenu

Il y a lieu des armatures longitudinales non tendues) ne devront pas dépasser :

- en compression $\frac{4}{10} n_j$,
- en traction $\frac{1}{10} n_j$.

Si la contrainte de traction dépasse $\frac{1}{10} n_j$, les zones où se produit seront armées d'aciers non tendus. En général, les contraintes de traction apparaîtront dans la membrure supérieure. Pour déterminer les armatures, on admettra que cette membrure supporte un moment latéral

$$M \frac{I_1}{I_1 + I_2},$$

le moment latéral total, I_1 et I_2 moments d'inertie de la membrure supérieure et de la membrure inférieure, déterminés comme il est dit en 3°). On prendra en compte, comme section résistante de la membrure supérieure, un rectangle $b \times e$, b désignant la largeur de la table supérieure et e son épaisseur là où elle est la plus faible. L'effort normal sera la résultante des contraintes totales dues au poids propre et à la précontrainte sur la surface de ce rectangle; on pourra admettre qu'il s'exerce à mi-épaisseur de celui-ci. La contrainte des armatures non tendues, calculée en tenant pour nulle la résistance à la traction du béton et en prenant $m = 15$ ne devra pas excéder les $6/10$ de leur limite élastique conventionnelle, supposée au plus égale à 50 kgf/mm^2 ; dans les mêmes conditions, la contrainte maximale de compression du béton ne devra pas excéder $\frac{4}{10} n_j$. De plus, les caractéristiques des poutres et les dispositions adoptées pour les riper ou les lever devront toujours être telles que l'on ait à tout instant $\sigma_{cr} > 2,5 p$.

° Poutres en situation provisoire.

On étudiera de manière détaillée les dispositifs permettant d'assurer les encastrements en torsion des extrémités. Ces dispositifs seront représentés par des dessins fournis en temps utile aux chantiers. Bien conçus, les dispositifs en cause permettront généralement d'admettre que les extrémités des poutres sont parfaitement encastées à l'égard de la torsion.

On s'assurera en suivant les règles énoncées en a) que la résistance à la flexion latérale sous l'action du vent telle qu'elle est définie par les règles NV 46, est suffisante.

Si, dans la situation provisoire considérée, la poutre ne supporte que son propre poids, on s'assurera en outre que $\sigma_{cr} > 2,5 p$. Si, au contraire, elle est appelée à supporter en outre des surcharges (poids d'échafaudages, surcharges résultant de la mise en place de poutres voisines, etc...), on assurera que le moment fléchissant maximal reste inférieur aux $4/10$ de la valeur du moment critique.

° Poutres en situation définitive.

Il est rare qu'une poutre en situation définitive soit exposée à se déverser. Cela peut cependant arriver pour les

poutres supportant une couverture très légère (Aciéroïd par exemple) et non susceptible de former contreventement. Soit p la charge totale maximale par unité de longueur supportée par l'une des poutres, p_{cr} la charge critique calculée en prenant $E = 6\,000 \sqrt{n_{90}}$; on devra avoir $p_{cr} > 3 p$.

4° Coefficients de sécurité réels.

Le fait de s'être assuré, dans un cas déterminé, que le moment maximal M en service dû à la flexion principale n'est qu'une certaine fraction $\frac{1}{\sigma}$ du moment critique M_{cr} , ne permet pas de conclure que le coefficient de sécurité réel est égal à σ .

Imaginons en effet que les charges appliquées augmentent. Il arrivera généralement que des fissures se produiront dans la membrure tendue de la poutre pour une valeur M' du moment maximal qui sera inférieure à M_{cr} . Dès que de telles fissures se sont produites, les caractéristiques i et K cessent, dans les sections fissurées, d'avoir les valeurs adoptées au début du calcul, déterminées en supposant la poutre non fissurée. Indépendamment du fait déjà signalé que les valeurs de E et de G diminuent quand les contraintes augmentent, les raideurs B et C devraient être calculées à nouveau en tenant compte des valeurs qu'ont i et K dans les sections fissurées. Un calcul tant soit peu précis du coefficient de sécurité réel est impossible.

Négligeant les variations de E et G le long de la poutre, on pourrait calculer un moment critique M'_{cr} en prenant pour i et K les valeurs i' et K' obtenues en ne tenant compte que de la membrure supérieure, l'âme et la membrure inférieure étant supposées fissurées. Si M'_{cr} ainsi obtenu est supérieur au moment de rupture M_r calculé par la théorie de la flexion élasto-plastique sans tenir compte de ce que la poutre a tendance à se déverser, on peut penser que la valeur M'_r du moment de rupture réel ne sera pas très éloignée de M_r . Si, au contraire, $M'_{cr} < M_r$, le coefficient de sécurité sera sans doute supérieur à $\frac{M_r}{M}$.

Il est le plus souvent préférable d'étudier les effets des torsions et flexions latérales résultant des imperfections inévitables d'exécution en n'étant pas trop optimiste quant aux degrés possibles de ces imperfections.

5° Remarques relatives aux câbles de levage.

Le module d'élasticité des câbles de levage intervient dans la détermination de la distance e entre le centre de torsion et le centre instantané de rotation (voir annexe). Il faut donc connaître ce module avec précision et, pour cela, soit demander sa valeur au fournisseur des câbles, soit la mesurer. De toute manière, il faut se souvenir que les câbles présentent, plus encore que le béton, le phénomène d'élasticité différée et tenir compte de ce fait; plus la durée de la manœuvre envisagée est grande, plus le module élastique des câbles, à introduire dans le calcul, sera faible. En tout cas, il sera inférieur à la valeur obtenue au cours d'une expérience de très courte durée.

Enfin, on se souviendra que les épissures sont environ deux fois plus déformables que le corps du câble et on tiendra compte de ce fait.

ANNEXE I

COUPLE DE RAPPEL D'UNE SUSPENSION ÉLASTIQUE

Nous avons fait observer au paragraphe 3° du chapitre II que lorsqu'une poutre est levée à l'aide de câbles, par suite de la déformabilité de ces derniers, le couple de rappel de la suspension est inférieur à la valeur qu'il aurait dans le cas où les câbles seraient rigoureusement indéformables. Nous nous proposons dans ce qui suit, d'évaluer ce couple de rappel.

Le dispositif de levage considéré est représenté par la figure 33.

Chacun des éléments OC_1 et OC de la suspension comprend généralement quatre brins, dont deux passent, au voisinage de O , sur une poulie d'équilibrage, les deux autres étant accrochés en ce point à l'émerillon de la grue de levage (fig. 34).

Quand il en est ainsi, le couple de rappel à déterminer est dû aux seuls brins de câble qui sont directement reliés à l'émerillon.

Les barrettes transversales disposées en C et C_1 sont rendues solidaires des poutres (par exemple, à l'aide de boulons traversant la membrure supérieure, dont les armatures horizontales transversales et éventuellement les étriers, doivent être prévus, au voisinage de C et de C_1 , en sorte que le couple de rappel puisse effectivement être transmis à la poutre).

Les câbles sont fixés aux barrettes par des plaques serrées à l'aide de boulons, en sorte que l'élasticité de la suspension ne joue qu'au dessus du plan horizontal conte-

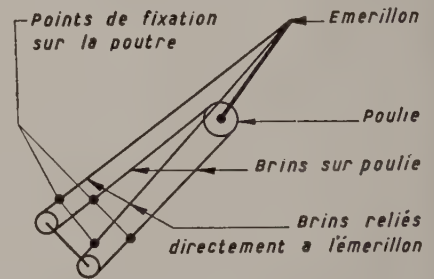


FIG. 34.

nant C et C_1 . Les barrettes doivent présenter une rigidité suffisante pour que leurs déformations par flexion puissent pratiquement être négligées.

La figure 35 précise dans quelles conditions une barrette est fléchie.

Les boulons d'attache des barrettes aux poutres doivent être serrés préalablement au début de la manœuvre de levage, de section suffisante pour que leurs déformations soient négligeables comme celles des barrettes. Enfin, les câbles doivent être rendus solidaires des barrettes seulement lorsqu'ils sont tendus c'est-à-dire au moment où la poutre, convenablement butonnée transversalement, est

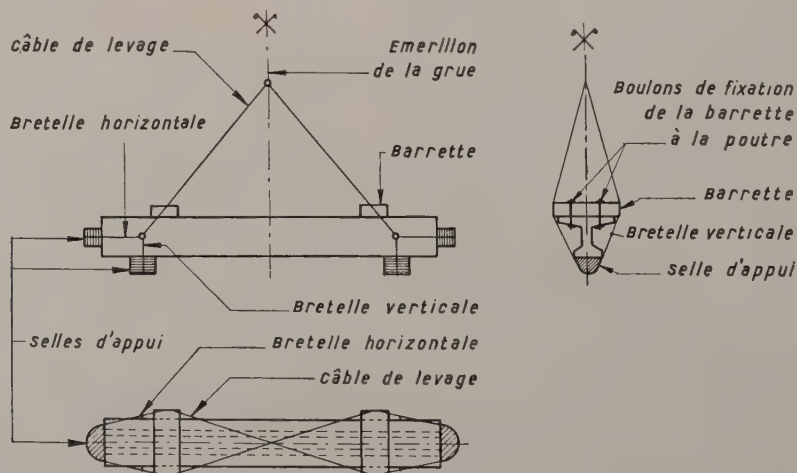


FIG. 33.

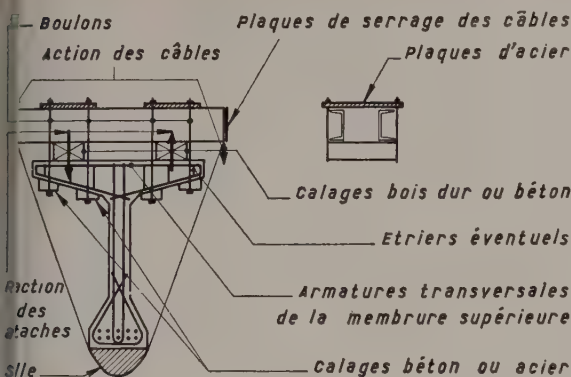


FIG. 35.

er le point de quitter ses appuis, son poids étant alors presque intégralement supporté par la grue de levage, dont l'amerillon doit se trouver dès le début du levage, très sensiblement à l'aplomb du centre de gravité de la poutre.

Le calcul du couple de rappel, donné dans ce qui suit, est dû à VENET, Ingénieur Principal des Travaux Maritimes.

Pour bien comprendre ce qui se passe, il faut imaginer l'appui comme un plan matériel sur lequel on exerce un système de forces comprenant :

- Les tensions \bar{F} et \bar{F}' des câbles;
- L'action de la poutre comprenant :

- un effort normal N ;
- un effort vertical T .

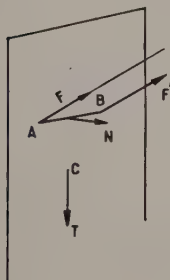


FIG. 36.

L'effort N est équilibré par les composantes normales de F et F' qui sont deux forces parallèles.

L'équilibre n'est donc possible que si N passe par le milieu de AB (on peut le faire passer par un autre point du plan, par exemple au centre de gravité de la section, à condition de le combiner avec un couple qui dans ce cas est le moment fléchissant supporté par la section et engendré par les composantes normales de F , l'ensemble de N et du couple est alors équivalent au vecteur \bar{N} passant par le milieu de AB).

Le point d'application de T dépend uniquement de la façon dont a été réalisée la liaison physique des câbles et de la section d'about de la poutre.

Si par exemple les câbles sont simplement attachés à la table supérieure, la force T se décompose en deux forces T_1 et T_2 appliquées en A et B dont la résultante est appliquée au milieu de AB .

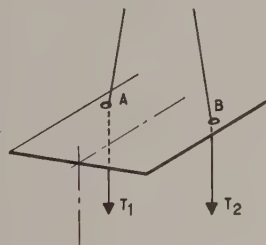


FIG. 37.

Dans le cas où les câbles entourent la poutre la force T s'exerce en C au niveau de la membrure inférieure et non pas au niveau du centre de gravité.

Dans les deux schémas précédents nous avons confondu la droite AB avec la membrure supérieure; cela n'est pas obligatoire; les points A et B sont les points à partir desquels les câbles deviennent libres.

L'encastrement est finalement uniquement défini par les positions relatives des trois points A , B , C .

Nous supposons C sur la médiatrice de AB .

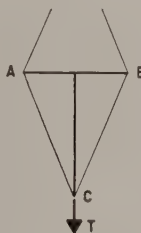


FIG. 38.

Nous utiliserons les notations précisées sur la figure 39.

L'application d'un couple Γ dont l'axe est perpendiculaire au plan ω AB est évidemment équilibrée par le moment $T \times HC$ (équation des moments par rapport à l'axe ω O).

Avant l'application de Γ on suppose toute la figure symétrique, mais pour exprimer les variations des différents éléments il est plus simple de partir d'une position déviée et d'exprimer ensuite dans les coefficients des différentielles les conditions de symétrie initiale.

$$\text{On a : } T + N + \bar{F} + \bar{F}' = 0.$$

D'où en projection dans le plan de la section :

$$F_1 \sin \beta = F'_1 \sin \beta'.$$

$$F_1 \cos \beta + F'_1 \cos \beta' = T.$$

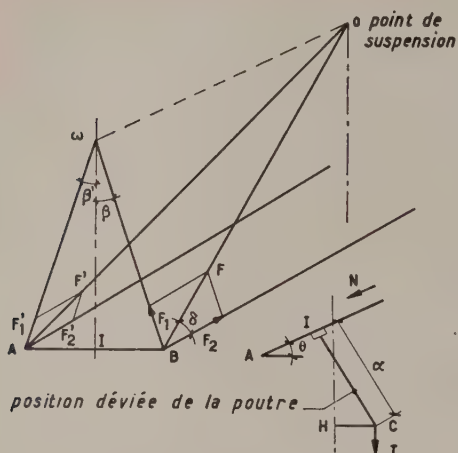


FIG. 39.

D'où en différenciant et en faisant $\beta = \beta'$, $F_1 = F_1'$,

$$\sin \beta (dF_1 - dF_1') + F_1 \cos \beta (d\beta - d\beta') = 0, \quad (1)$$

$$\cos \beta (dF_1 + dF_1') - F_1 \sin \beta (d\beta + d\beta') = 0. \quad (2)$$

D'autre part : $\overline{A\omega} + \overline{\omega B} = \overline{AB}$,

soit en projection :

$$b \cos \theta = r \sin \beta + r' \sin \beta',$$

$$b \sin \theta = r' \cos \beta' - r \cos \beta.$$

D'où en différenciant compte tenu de $\theta \approx d\theta$ à partir de $\theta = 0$:

$$0 = \sin \beta (dr + dr') + r \cos \beta (d\beta + d\beta'), \quad (3)$$

$$b\theta = \cos \beta (dr' - dr) + r \sin \beta (d\beta - d\beta'). \quad (4)$$

Par ailleurs on a :

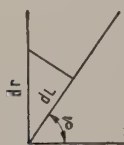


FIG. 40.

$$dF = ES \frac{dL}{r} = \frac{ES \sin \delta dr}{L},$$

$$= \frac{ES \sin^2 \delta dr}{r} = \frac{dF_1}{\sin \delta}, \quad (*)$$

$$dF_1 = ES \sin^3 \delta \frac{dr}{r}; \quad (5)$$

(*) Voir la remarque finale.

$$\text{de même} \quad dF_1' = ES \sin^3 \delta \frac{dr'}{r'}. \quad (6)$$

Portant les expressions (5) et (6) de dF_1 et dF_1' dans (1) et comparant avec (3), on a immédiatement :

$$dr + dr' = d\beta + d\beta' = dF_1 + dF_1' = 0,$$

et d'après (4) :

$$b\theta = 2r \sin \beta d\beta - 2 \cos \beta dr. \quad (5')$$

On a par ailleurs :

$$\overline{HC} = \overline{H\omega} + \overline{\omega A} + \overline{AI} + \overline{IC},$$

$$\text{d'où : } HC = -r' \sin \beta' + \frac{b}{2} \cos \theta + d \sin \theta;$$

$$\text{de même} \quad HC = \overline{H\omega} + \overline{\omega B} + \overline{BI} + \overline{IC},$$

$$\text{d'où : } HC = r \sin \beta - \frac{b}{2} \cos \theta + d \sin \theta.$$

$$\text{soit } 2HC = r \sin \beta - r' \sin \beta' + 2d \sin \theta,$$

comme $2d(HC) \approx 2HC$ (on part de $HC = 0$)

$$2HC = r \cos \beta (d\beta - d\beta') + \sin \beta (dr - dr') + 2d \cos \theta d\theta$$

$$\text{soit} \quad HC = r \cos \beta d\beta + \sin \beta dr + \theta d. \quad (7)$$

L'égalité (5') donne, compte tenu de : $b = 2r \sin \beta$

$$b\theta = b d\beta - 2 \cos \beta dr. \quad (8)$$

Par ailleurs l'égalité (1) donne :

$$dF_1 = -\frac{F_1 \cos \beta d\beta}{\sin \beta} = \sin \delta dF = \sin \delta ES \frac{dL}{L},$$

$$= \sin \delta ES \frac{\sin \delta dr}{L} = \frac{\sin^2 \delta ES dr}{L},$$

d'où :

$$dr = -\frac{F_1 L \cos \beta d\beta}{\sin \beta \sin^2 \delta ES} = -\frac{TL d\beta}{2 \sin^2 \delta \sin \beta ES}, \quad (9)$$

$$\text{car : } 2F_1 \cos \beta = T.$$

Portant dans (8) :

$$b\theta = b d\beta + \frac{TL \cos \beta d\beta}{ES \sin^2 \delta \sin \beta},$$

et faisant :

$$L = \frac{r}{\sin \delta} = \frac{r \sin \beta}{\sin \delta \sin \beta} = \frac{b}{2 \sin \delta \sin \beta},$$

$$\text{car : } b = 2r \sin \beta,$$

$$\text{on obtient : } b\theta = b d\beta + \frac{Tb \cos \beta d\beta}{2 ES \sin^3 \delta \sin^2 \beta},$$

$$\text{soit : } \theta = d\beta (1 + K),$$

$$\text{avec} \quad K = \frac{T \cos \beta}{2 ES \sin^3 \delta \sin^2 \beta}.$$

Portant la valeur de $d\beta = \frac{\theta}{1+K}$ dans (7) il vient,
 compte tenu de (9),

$$\begin{aligned} HC &= \frac{r \cos \beta \theta}{1+K} + \theta d - \frac{TL}{2ES \sin^2 \delta} d\beta, \\ &= \theta \left(\frac{r \cos \beta}{1+K} + d \right) - \frac{Tr}{2ES \sin^3 \delta} \times \frac{\theta}{1+K}, \end{aligned}$$

et enfin :

$$HC = \theta \left[d + \frac{r \cos \beta}{1+K} \left(1 - \frac{T}{2ES \sin^3 \delta \cos \beta} \right) \right].$$

Sauf pour de très faibles valeurs de δ le terme

$$\frac{T}{2ES \sin^3 \delta \cos \beta}$$

est négligeable.

Le coefficient de rappel du couple est donné par

$$C = \frac{\Gamma}{\theta} = \frac{HC \cdot T}{\theta} = T \left(d + \frac{H}{1+K} \right),$$

puisque $r \cos \beta = H$ hauteur de suspension.

La valeur de la quantité e intervenant dans les calculs relatifs aux poutres suspendues est donc :

$$e = d + \frac{H}{1+K},$$

désigne ici la hauteur de la poutre dans les sections contenant les bretelles verticales.

Pour $\delta = \frac{\pi}{2}$, $K = K_0 = \frac{T \cos \beta}{2ES \sin^2 \beta}$.

L'inclinaison des câbles sur la verticale a donc simplement pour effet de multiplier K_0 par $\frac{1}{\sin^3 \delta}$.

REMARQUES

1) Nous avons écrit la relation $dF = \frac{dF_1}{\sin \delta}$.

Cette relation n'est pas rigoureuse : théoriquement il faut écrire $dF_1 = dF \sin \delta + F \cos \delta d\delta$

avec $L \cos \delta = \text{Cte} = \frac{1}{2}$ portée de la poutre,

soit $\frac{dL}{L} - \frac{\sin \delta}{\cos \delta} d\delta = 0$,

$$\begin{aligned} \text{d'où} \quad dF_1 &= dF \sin \delta + F \frac{\cos^2 \delta}{\sin \delta} \frac{dL}{L}, \\ &= dF \sin \delta + F \frac{\cos^2 \delta}{\sin \delta} \frac{dF}{ES}, \\ &= dF \sin \delta \left(1 + \frac{F}{ES \sin^3 \delta} \right). \end{aligned}$$

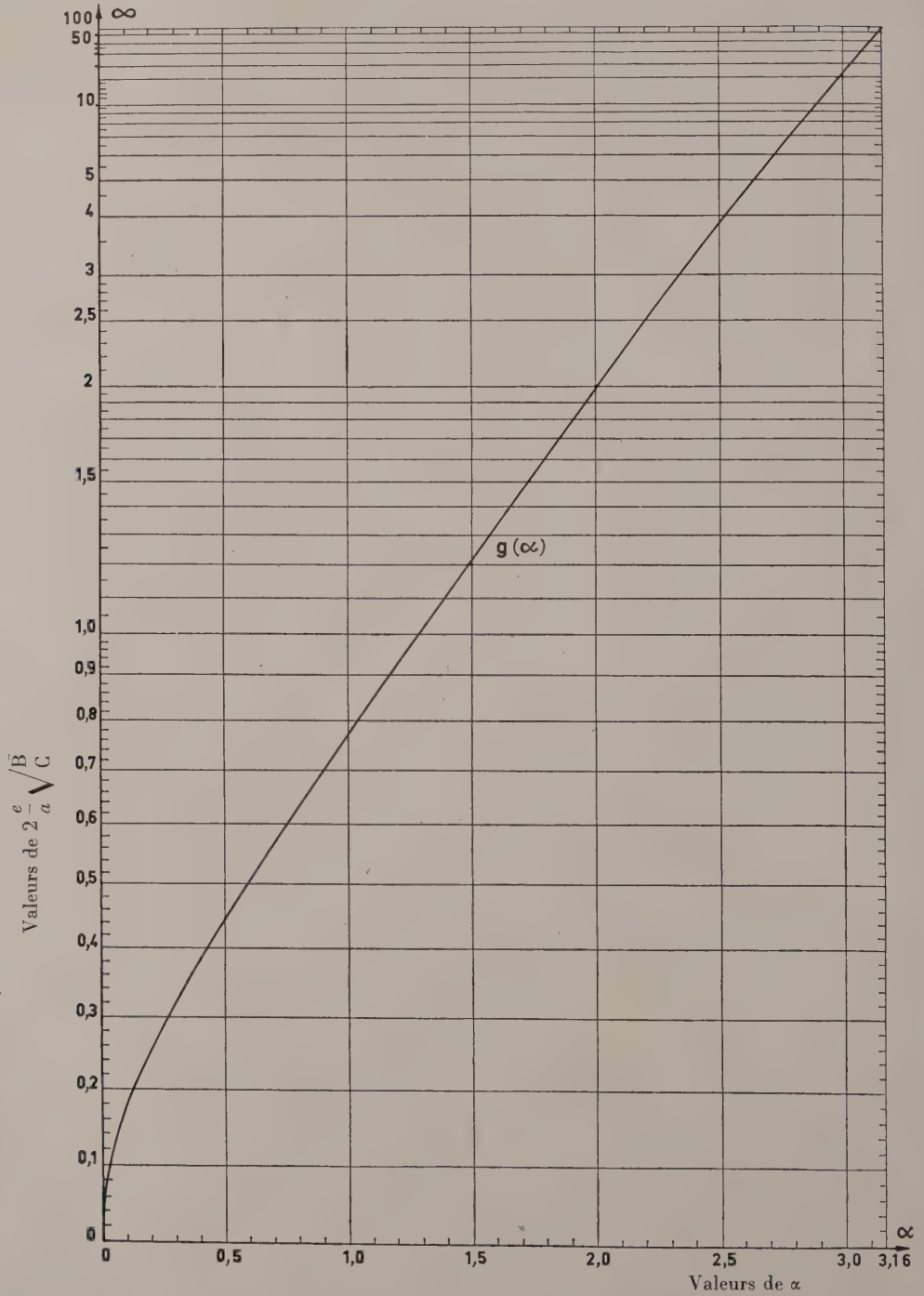
Sauf pour de très faibles valeurs de δ le terme $\frac{F}{ES \sin^3 \delta}$ est complètement négligeable devant 1.

2) Quand $\delta < \frac{\pi}{2}$, la suspension détermine un encastrement partiel en flexion latérale. Le couple de rappel à l'égard de cette flexion, qui pourrait être calculé par la méthode exposée ci-dessus, est négligé dans les calculs exposés dans le chapitre II. L'erreur ainsi commise l'est au profit de la sécurité.

ANNEXE II

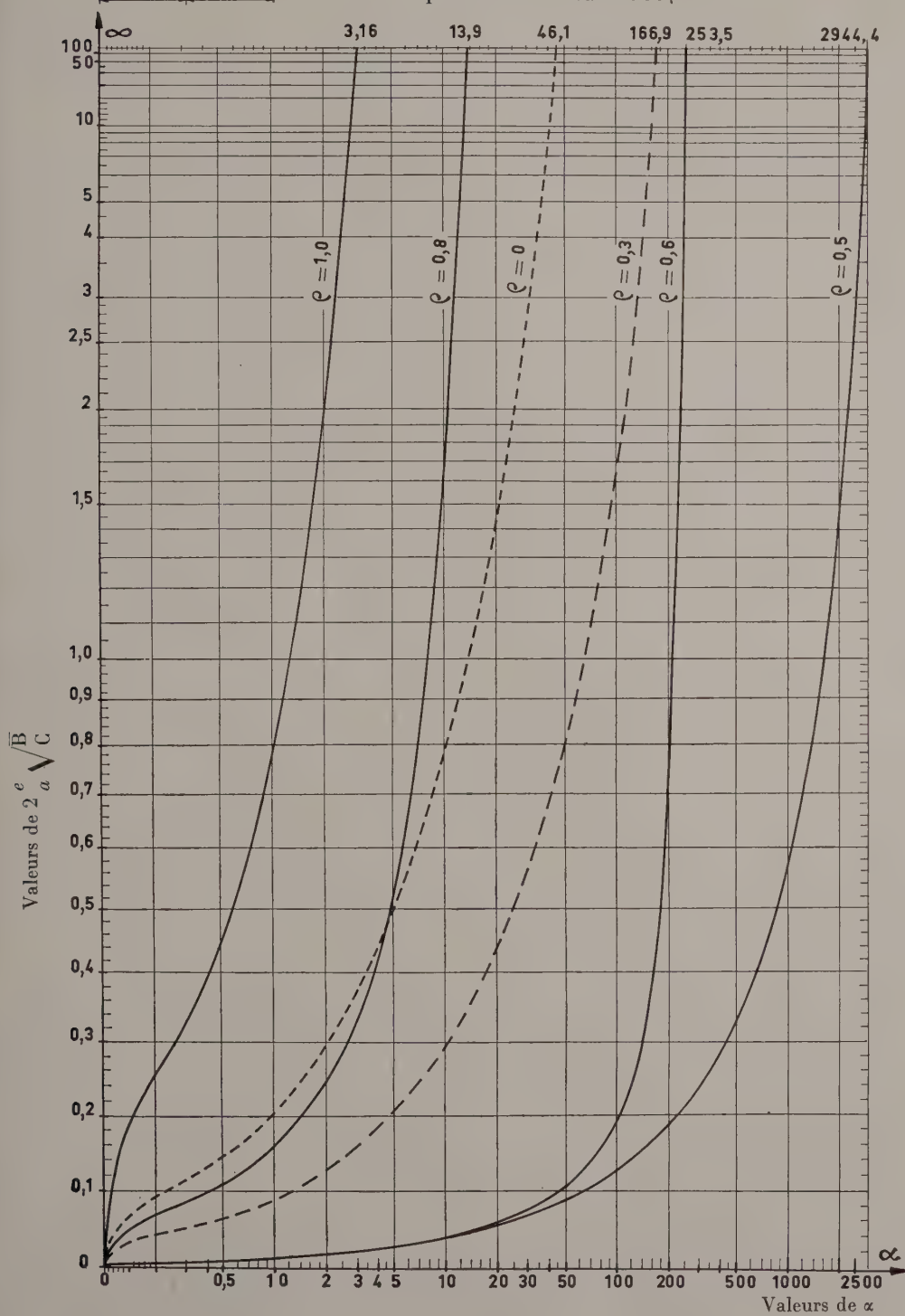
POUTRES SUSPENDUES PAR
LEURS EXTRÉMITÉS.

$$\text{Valeurs de } 2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} = \frac{\frac{8}{15} \sqrt{\alpha} - \frac{356}{10\,395} \alpha \sqrt{\alpha}}{1 - \frac{11}{30} \alpha + \frac{6\,617}{415\,800} \alpha^2} = g(\alpha)$$



POUTRES SUSPENDUES EN DEUX POINTS.

Valeurs de $2 \frac{e}{a} \sqrt{\frac{B}{C}} = j(\alpha)$
pour différentes valeurs de ρ

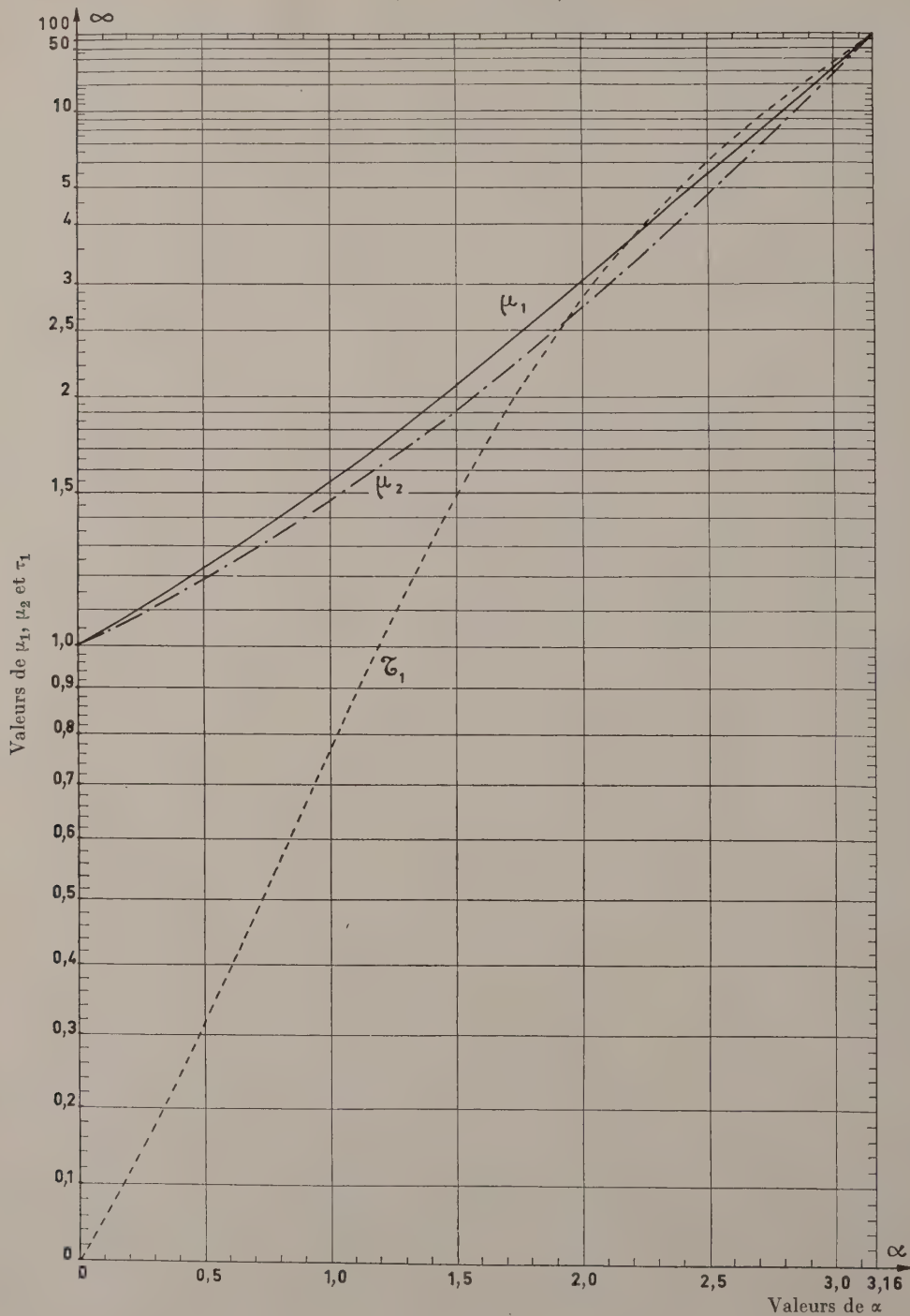


FLEXION LATÉRALE.

Valeurs des coefficients

$$\mu_1 = \frac{1}{1 - \frac{11}{30}\alpha + \frac{6\,617}{415\,800}\alpha^2} \quad \mu_2 = \left(1 - \frac{428}{7\,875}\alpha + \frac{345}{282\,640}\alpha^2\right) \mu_1$$

$$\tau_1 = \left(\frac{8}{15}\alpha - \frac{356}{10\,395}\alpha^2\right) \mu_1$$



NOTATIONS

	Rigidité de flexion principale ($A = EI$).	d_0	distance du plan d'un haubannage au plan horizontal contenant l'axe de torsion.
A_1, A_2	Coefficients de développements en série.	d_1	distance du centre de torsion d'une section au point d'application des charges horizontales.
	Rigidité de flexion latérale ($B = Ei$).	e	Bras de levier du couple de rappel d'une suspension élastique.
	Rigidité de torsion ($C = GK$).	f	Excentricité de l'effort normal.
C_1	Constantes d'intégration.	f_0	distance du centre de gravité au centre de torsion.
	Rigidité de flexion latérale commune aux membrures d'une poutre en double té symétrique ou rigidité équivalente pour une poutre en double té dissymétrique ($D = EJ$).	h	Hauteur de section de la poutre.
	Module d'élasticité longitudinale.	i	Moment d'inertie d'une section transversale par rapport à l'axe principal vertical.
	Force.	k	Coefficient de l'équation donnant la charge critique.
	Module d'élasticité transversale.		$p_0 = \frac{k\sqrt{BC}}{l^3}$.
	Hauteur de suspension. — Caractéristique de forme d'une section en double té dissymétrique.	k_0	Coefficient caractéristique d'un haubannage.
	Moment d'inertie principal.	l	Longueur de la poutre $l = 2a$.
I_2	Moment d'inertie polaire par rapport au centre de torsion.	m	Abscisse relative d'une section par rapport au milieu de la poutre $m = \frac{x}{a}$.
	Moments d'inertie de la membrure supérieure et de la membrure inférieure d'une poutre en double té dissymétrique (flexion latérale).	n	Contrainte de compression maximale.
	Moment d'inertie des membrures d'une poutre en double té symétrique (flexion latérale).	p	Charge verticale par unité de longueur de la poutre.
ζ	Module de torsion.	p_1	Charge horizontale par unité de longueur de la poutre.
ζ_0, K_1	Constantes d'intégration.	q	Charge transversale par unité de surface $q = \frac{p_1}{h}$.
M	Moment de flexion produit par les charges verticales.	s	Abscisse curviligne d'une section.
M_0	Moment d'encastrement en flexion latérale.	t_1, t_2	distances des centres de gravité des membrures au centre de torsion d'une poutre en double té dissymétrique.
M_x	Moment de torsion.	w	Flèche verticale de la poutre.
M_z	Moment de flexion latérale.	x	Abscisse d'une section suivant l'axe longitudinal de la poutre.
N	Effort normal.		
P	Charge concentrée.		
Q	Charge concentrée. — Réaction.		
R_x	Raideur d'un appui à l'égard de la torsion.		
R_z	Raideur d'un appui à l'égard de la flexion latérale.		
S	Aire d'une section.		
T	Effort tranchant (flexion verticale).		
U	Travail des forces extérieures.		
W	Énergie de déformation de la poutre.	α	Coefficient défini par $\alpha = \frac{p^2 a^6}{4 BC}$.
Z	Bras de levier du couple élastique.	β	Coefficient défini par $\beta = \frac{1}{2} \frac{D}{C} \frac{Z^2}{a^2}$.
		γ	Coefficient défini par $\gamma = 2\rho - 1$.
		γ'	Coefficient défini par $\gamma' = \sqrt{\frac{M^2}{BC}}$.
		δ	Coefficient défini par $\delta = \frac{d}{a} \sqrt{\frac{B}{C}}$.
</			

ε	Angle de contingence.	ρ'	Rayon de courbure de la poutre en flexion latérale.
φ, θ	Angles de torsion.	ω	Section d'un câble de levage.
λ	Coefficient défini par $\lambda = 1 + \frac{4 B d}{p a^4}$.	Γ	Coefficient défini par $E\Gamma = \frac{Cl^2}{4} \beta$.
ρ	Abscisse relative des points d'élingage de la poutre à partir de son milieu.	Φ	Réaction latérale d'un haubannage.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] GRELOT. — Cours de Ponts Métalliques.
- [2] COURBON. — Cours de Résistance des Matériaux (Dunod)
- [3] SRÜSSI. — Statique appliquée et Résistance des matériaux, Tome I (Dunod),
- [4] TIMOSHENKO. — Résistance des Matériaux, Tome II (Béranger).
- [5] TIMOSHENKO. — Théorie de la stabilité élastique (Béranger).
- [6] TIMOSHENKO. — Stabilité des systèmes élastiques — Ann. des Ponts et Chaussées 1913 (III, IV & V).
- [7] L. PRANDTL. — Thèse — Nuremberg 1899.
- [8] A. G. MICHELL. — Phil. Mag. Volume 48 — 1899.
- [9] H. REISSNER. — Reports Intern. Congr. Appl. Mechanics — Stockholm 1930.
- [10] A. N. DINNIK. — Bull. Don. Polytech. Inst. Novotcherkassk — Vol. 2 — 1913.
- [11] K. FEDERHOFER. — Z. angew. Math. Mech. Vol. 6 — 1926
- [12] F. BLEICH. — Buckling Strength of Metal Structures (Mc Graw Hill) — 1952.
- [13] C. F. KOLLBRUNNER & M. MEISTER — Knicken. (Springer-Verlag) 1955.
- [14] R. L'HERMITE. — Idées actuelles sur la technologie du béton.

TABLE DES MATIÈRES

	Pages.		Pages.
INTRODUCTION	781	CHAPITRE IV	
CHAPITRE I		PROBLÈMES PARTICULIERS	
RÉSUMÉ SUCCINCT DE LA THÉORIE CLASSIQUE DU DÉVERSEMENT LATÉRAL		I — Poutres raidies par câbles latéraux et butons	803
Notations et conventions de signes.....	782	1) Théorie sommaire des poutres haubannées.....	803
Définition du déversement latéral.....	782	2) Estimation pratique de l'efficacité des haubannages.	809
Équations différentielles du déversement latéral.....	783	II — Effets des encastrements à l'égard de la flexion verticale et de la flexion latérale	809
1) Poutre à section transversale constante, doublement symétrique, sans ailes.....	783	1) Théorie sommaire des poutres encastrees élastiquement à l'égard de la flexion latérale.....	810
2) Poutre à section transversale constante, en forme de double Té dissymétrique.....	785	2) Poutres supportant une charge uniformément répartie et une charge concentrée.....	813
3) Influence du mode d'application des charges.....	786	3) Poutres supportant un effort normal de compression.	816
4) Influence de la flexion verticale.....	786	CHAPITRE V	
5) Poutres à section transversale variable.....	786	DONNÉES A ADMETTRE ET MÉTHODES A APPLIQUER POUR LA VÉRIFICATION DE LA STABILITÉ ÉLASTIQUE DES POUTRES EN BÉTON PRÉCONTRAIT	
6) Poutres sollicitées par un effort normal.....	786	I — Données à admettre	819
7) Calcul des charges critiques par intégration de l'équation différentielle de φ	787	1) Modules d'élasticité du béton.....	819
8) Calcul des charges critiques par la méthode de l'énergie de déformation.....	791	2) Moment d'inertie i et module de torsion K	819
CHAPITRE II		3) Centre de torsion.....	820
DÉVERSEMENT DES POUTRES EN DOUBLE TÉ DISSYMMÉTRIQUE ET DES POUTRES PARTIELLEMENT ENCASTRÉES A L'ÉGARD DE LA TORSION OU SUSPENDUES		4) Centre de gravité.....	820
1) Équation différentielle de l'angle de torsion pour une poutre à section transversale constante, en forme de double Té dissymétrique.....	795	II — Méthode de vérification de la stabilité élastique des poutres	820
2) Poutres partiellement encastrees.....	796	1) Déplacement horizontal et levage des poutres.....	820
3) Poutres suspendues.....	796	2) Poutres en situation provisoire.....	821
CHAPITRE III		3) Poutres en situation définitive.....	821
FLEXION LATÉRALE DES POUTRES EXPOSÉES AU DÉVERSEMENT		4) Coefficients de sécurité réels.....	821
1) Équations générales de la flexion latérale.....	799	5) Remarques relatives aux câbles de levage.....	821
2) Poutre pesante à section transversale rectangulaire constante soumise à l'action du vent.....	800	ANNEXE I	
3) Poutre en double Té dissymétrique fléchie dans son plan principal de plus grande raideur par un couple constant et, latéralement, par deux forces égales appliquées en deux points symétriques par rapport au milieu de la portée.....	802	COUPLE DE RAPPEL D'UNE SUSPENSION ÉLASTIQUE	822
		ANNEXE II	826
		NOTATIONS	829
		RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	830

(Reproduction interdite.)

SEPTEMBRE 1959

Douzième Année, N° 141

Série : TECHNIQUE GÉNÉRALE DE LA CONSTRUCTION (32)

CENTRE D'ÉTUDES SUPÉRIEURES

SÉANCE DU 24 FÉVRIER 1959

sous la présidence de **M. ARGANT,**

Directeur Technique de la Compagnie Française des Matières colorantes.



DÉVELOPPEMENT DES TECHNIQUES DES DÉPLACEMENTS D'IMMEUBLES

par **M. J. PRÉVOST,**
Ingénieur E. T. P.

AVANT-PROPOS DU PRÉSIDENT

C'est avec grand plaisir que j'ai accepté de présider cette conférence sur le déplacement des grands immeubles. M. Prévost qui va vous la présenter est Ingénieur des Travaux Publics et depuis 1951 il s'est spécialisé dans ces déplacements.

Il en a fait beaucoup progresser la technique, car doué d'un grand esprit d'observation et acharné au travail, il a su, aidé pendant plusieurs années par son chef, M. Olsen, tirer de toutes les difficultés qu'il a rencontrées les leçons qui en découlaient et, remontant aux causes, en déduire de nombreuses améliorations techniques.

Ces déplacements de grands immeubles, non pas pierre à pierre, mais d'un seul bloc, sans même déplacer l'aménagement intérieur, sont maintenant bien au point et d'une exécution sûre. Le grand magasin d'Oissel, dont le déplacement à plus de 900 m et qui va vous être présenté, en est un exemple frappant entre beaucoup d'autres. Il s'agissait, dans ce cas, d'un bâtiment très rigide (planchers champignons) qui, dans une certaine mesure, a facilité le travail ; mais cette méthode convient aussi bien aux immeubles dépourvus de toute rigidité, comme par exemple le château de Lancey, dont vous allez voir des photographies.

RÉSUMÉ

Des déplacements de bâtiments ont été réalisés en assez grand nombre, ces dernières années en France, à la suite des perfectionnements techniques apportés à un procédé utilisant des voies souples et compressibles.

Ce procédé, grâce à un système de vérins hydrauliques judicieusement interconnectés, permet de réaliser un ensemble porteur isostatique qui rend les réactions indépendantes des dénivellations d'appui.

Le dispositif porteur doit être par ailleurs choisi en fonction des trajets demandés plutôt qu'en fonction du poids propre du bâtiment car la concentration des charges varie considérablement suivant les difficultés que présentent les trajets.

Les bâtiments déplacés à l'aide de ce procédé ont été de plus en plus importants en volume et en poids, car le système n'a pas de limite supérieure théorique.

Quelques exemples concrets choisis spécialement par l'auteur illustrent clairement ces principes et les trois réalisations suivantes sont décrites en détail :

— OISSEL. Usine construite en béton armé d'un poids de 5 000 t en deux tronçons déplacés suivant un trajet complexe d'environ 1 km (1956).

— LANCEY. Château de 2 500 t, translation biaise de 70 m (1957).

— LIVRY-GARGAN. Immeuble de cinq niveaux en maçonnerie, 1 000 t, trajet complexe, translation de 30 m et rotation (1958).

Enfin, l'auteur établit un rapprochement entre ces problèmes et ceux similaires que posent les affaissements de terrain dans les régions minières et conclut en indiquant que dans les deux cas les solutions sont justiciables de techniques analogues.

SUMMARY

A large number of buildings have been moved intact in recent years in France. These operations were made possible by the development of a technique based on the use of flexible and compressible tracks.

Thanks to a series of suitably interconnected hydraulic jacks, it becomes possible to constitute a statically determinate bearing system in which the reactions are independent of the settling of supports.

The system must be designed, however, as a function of the route over which the building is to be moved, rather than of the weight of the building itself since load concentrations vary considerably in accordance with the difficulties encountered on the terrain.

Volumes and weights of buildings transported by this system have continued to increase since, theoretically, there is no upper limit to its possibilities.

A few actual examples chosen specially by the author clearly illustrate these principles. The three following examples are described in detail:

— OISSEL. A reinforced concrete factory building weighing 5 000 tons was transported over a complex route of approximately 1 km (5/8 ml) (1956).

— LANCEY. A castle weighing 2 500 tons was transported for a distance of 70 meters (230 ft) along an oblique route (1957).

— LIVRY-GARGAN. A five-floor masonry building weighing 1 000 tons was moved over a complex route for a distance of 30 meters (98 ft) and then rotated (1958).

Lastly, the author establishes a relation between these problems and similar problems encountered in connection with subsidence in mining districts and concludes by indicating that for the two cases the solutions are to be found in similar techniques.

Les thèses et la méthode d'exposition adoptées par les conférenciers et les personnes qui prennent part aux discussions peuvent parfois heurter certains points de vue habituellement admis. Mais il doit être compris que ces thèses et discussions, à l'égard desquelles l'Institut Technique ne saurait prendre parti, ne visent en rien les personnes ni le principe des Institutions.

EXPOSÉ DE M. PRÉVOST

J'ai déjà eu le plaisir de venir ici même, exposer un problème de déplacement, à propos de l'Hôtel de l'Échevin de Câbre à Marseille. À cette époque, je conquis en indiquant que ces techniques étaient au point et permettaient de résoudre tous les problèmes qui nous seraient posés.

Mon espoir était toutefois que des problèmes nouveaux se présentent et surtout des constructions plus importantes. Or, cela s'est bien produit ainsi. Au cours de nombreuses opérations, nous avons eu l'occasion de mener à bien un certain nombre de chantiers plus importants, parmi lesquels j'ai retenu les trois exemples les plus intéressants.

Il s'agit de :

- 1° Une usine de la Compagnie Française des Matières Colorantes à Oissel (1955 et 1956).
- 2° Du château de Lancey (Isère) bureaux des Papiers de France (1957).
- 3° Un immeuble d'habitation à Livry-Gargan (1958).

Mais auparavant, je pense qu'il est utile d'expliquer pourquoi la solution « déplacement » a pris en France un tel développement, alors que chez nos voisins, ces opérations gardent un caractère exceptionnel.

I. GÉNÉRALITÉS

Ceci revient à vous rappeler les principes pour lesquels sont fondés les procédés actuellement utilisés.

A. Utilisation de voies souples et compressibles.

Un système hydraulique approprié nous permet de rouler, sous le passage des charges, des tassements de voies, ou plutôt des différences de tassements de voies très importantes. Suivant le type des vérins utilisés, les différences admissibles peuvent atteindre 5, 10 ou 15 cm.

Dans ces conditions, les voies de roulement seront traitées de manière assez rudimentaire.

L'ensemble rails et traverses ordinaires (et souvent de rebut) permet le roulement de chariots de 50 à 100 t, sur quatre roues et 200 t sur huit roues (chariot double). Le ballast et la qualité du bourrage seront, suivant la charge, du véritable ballast, du sable et gravier, du mâchefer. On peut même arriver, dans certains cas, à le supprimer totalement.

Le principe du montage hydraulique, qui a déjà été exposé plusieurs fois, consiste à supporter l'immeuble par un certain nombre de vérins réunis en trois réseaux. Les sections des vérins sont choisies suivant les charges calculées et dans chaque groupe il régnera une pression unique.

Ceci revient à considérer pour l'immeuble trois forces appliquées aux barycentres des sections de vérins. Ces forces sont équilibrées par le poids P

$$P = p_1 \Sigma S_1 + p_2 \Sigma S_2 + p_3 \Sigma S_3$$

les pressions p_1 , p_2 , p_3 peuvent être calculées par les équations des moments si on a déterminé la position en plan du centre de gravité.

De tout ceci, il résulte que les réactions apportées par chaque vérin sont constantes, donc indépendantes des dénivellations des appuis, en particulier des tassements de voies (ainsi que d'autres dénivellations, comme le soulèvement volontaire d'un chariot).

Pendant le roulement, l'immeuble flotte à proprement parler sur l'huile et les pistons sortent et rentrent automatiquement. La main d'œuvre n'est utilisée à ce sujet que pour la surveillance des limites de courses et pour la manœuvre des écrous de sécurité, que l'on tient constamment à une distance fixée : 5 ou 10 mm pour parer à toute fuite ou rupture de canalisations.

B. Concentration plus ou moins grande des charges.

Le nombre de vérins et chariots, pour un immeuble donné, n'est pas déterminé simplement par le poids et la force portante des chariots.

Le facteur essentiel est au contraire le trajet à parcourir.

Nous avons à notre disposition un certain nombre de procédés permettant de concentrer les charges :

Poutrelles simples, poutrelles avec préflexion par vérins, précontrainte des maçonneries, poutres en béton armé, poutres mixtes, etc... On rencontrera, au cours des exemples qui suivront, des cas d'utilisation de chacun de ces modes.

Ainsi, plus le trajet est long et complexe (changements de direction, rotations, soulèvements) et plus on concentre les charges.

La limite, en général, est atteinte avec quatre chariots, c'était par exemple, le cas de l'Hôtel de Câbre, qui reposait sur quatre chariots de 200 t.

Nous avons même déplacé un château d'eau en 1957 sur trois chariots, ce qui réalisait d'ailleurs le système isostatique le plus simple possible.

Mais, il ne faut pas oublier que pour concentrer des charges il faut faire des travaux spéciaux, donc dépenser de l'argent, et qu'il faut ensuite en dépenser de nouveau pour les répartir sur le sol (chariots puissants, voies plus solides, ballast). Aussi, quand le trajet demandé est court, on a intérêt à ne pas concentrer les charges, mais à disposer d'un grand nombre de chariots — c'est ainsi que fut déplacée une maison à Rueil, dont vous verrez la photographie tout à l'heure.

— La concentration des charges dépendra également de la direction du déplacement. Supposons un édifice rectangulaire et allongé. Si le trajet se fait dans le sens du grand axe, on utilise deux voies, et les charges peuvent être réparties. Si le trajet se fait dans la direction perpendiculaire, on réduira le nombre de voies au minimum et, dans ce cas, l'écartement des voies sera fixé par les charges maxima des chariots.

— Les accidents du trajet sont encore plus déterminants. Par exemple, un changement de direction orthogonal pour un immeuble à quatre chariots, représente une difficulté minime (nous l'avons souvent évalué à 70 m de trajet rectiligne). Pour un immeuble à douze chariots, comme celui de Livry-Gargan, c'est une opération très délicate, qui dure près d'une semaine.

— Enfin, certaines manœuvres, comme la rotation sur voies droites (méthode de l'hypocycloïde) sont pratiquement irréalisables pour les dispositifs à plus de quatre chariots.

C. Pas de limitation supérieure (en principe).

Le système hydraulique permet donc d'utiliser un nombre quelconque de vérins : en fait, dans les exemples déjà cités : Oissel 22 et Lancey 29 vérins.

Les vérins que nous utilisons le plus couramment sont des vérins de 200 t sous 400 kg/cm^2 , mais il en existe de plus gros. Vous voyez donc que le déplacement d'un immeuble peut être envisagé quel que soit son poids, et, a priori, il semble qu'on ne puisse pas fixer une limite supérieure au procédé.

En réalité, il existe quand même des limites. Mais on ne peut indiquer l'ordre de grandeur d'une manière absolue. Les limites dépendent de la forme de l'immeuble.

En effet, les vérins et les fluides utilisés ne sont pas parfaits. Un vérin courant dont l'étanchéité est assurée par un cuir calotte ou cuir en U a une force portante $P = pS$, p étant la pression et S la section du cylindre. Mais, pour le faire mouvoir, il faut vaincre une force de friction qui est, en première approximation :

$$F = p \times \sigma \times f$$

p étant toujours la pression, σ la surface cylindrique du cuir en contact avec le cylindre, et f le coefficient de friction.

Ainsi, supposons un système comprenant nos trois groupes de vérins identiques, ayant leur centre de gravité en G1, G2, G3, et essayons de soulever de « a » au moyen d'un vérin auxiliaire, un chariot du groupe G3, pour une rotation de chariot, par exemple.

La force à exercer sous le vérin portant la charge P ne sera pas P, mais $P' > P$.

En effet, en soulevant ce vérin de « a » on rentre son piston de a, le fluide se répartit dans les $(n - 1)$ autres vérins du groupe et le centre de gravité G3 se soulève de $\frac{a}{n}$.

Ce faisant, l'ensemble a pivoté autour de l'axe joignant G1, G2, puisque le volume total d'huile de ces deux groupes n'a pas varié, mais l'ensemble étant resté plan tous les vérins de ces groupes ont joué, les uns en montée, les autres en descente, et cela proportionnellement à leur distance à cet axe G1, G2.

Toutes les forces de friction F ont donc travaillé et en écrivant l'égalité entre la somme de ces travaux et le travail fourni par le vérin auxiliaire, on arrive à évaluer

$$\Delta P = P' - P.$$

Les calculs et nos expériences ont montré que ce ΔP très variable suivant le nombre et les sections des vérins et leurs emplacements, peut rapidement atteindre des valeurs importantes : 10, 15 ou même 30 % de P.

Or, cette force, qui n'existe évidemment que pendant le mouvement vertical, est transmise d'un point à un autre par l'immeuble, alors que dans l'exposé fait ci-dessus on ne parlait que de réactions constantes, et en principe si les calculs ont été précis, opposées aux poids apportés par les murs et trumeaux.

Si ce ΔP atteint une valeur de 10 à 20 t par exemple dans un cas grave, on voit tout de suite qu'un immeuble bien construit, bien chaîné, ou mieux à ossature béton ou fer, le supportera facilement. Ceci est analogue à une surcharge accidentelle de cette valeur qui serait apportée en un point bien choisi.

Mais, on voit également que n'importe quelle construction ne peut pas la supporter.

On voit aussi l'influence de la forme de la construction. Cette force appliquée en un point introduit des moments dans certaines parties de la construction. Si vos constructions sont hautes, les forces résistantes auront un grand bras de levier et les contraintes seront admissibles. Les immeubles plats seront au contraire sensibles à ces efforts.

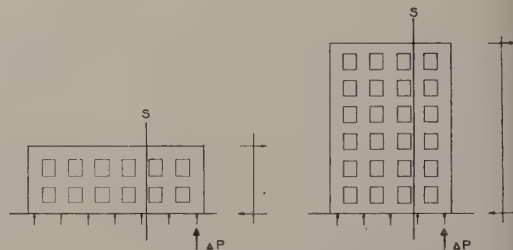


FIG. 1. — Influence de la forme de l'immeuble sur les limites admissibles pour les surcharges accidentelles des vérins.

À la limite, une construction absolument plate ne peut pas être prise par ce procédé. Ce fut le cas du pont Marcadet, qui a été soulevé au moyen de groupes de vérins hydrauliques, mais ses dimensions 60 m × 20 m pour une hauteur de poutres de l'ordre d'un mètre, lui donnaient une flexibilité parfaite à notre échelle. Aussi ce relèvement fut-il exécuté suivant d'autres procédés qui sortent du cadre de cet exposé.

Il faut en outre faire une différence entre le soulèvement d'un seul chariot, nécessité par une rotation par exemple, et les mouvements variés creusés par les irrégularités de voie pendant le roulement. Dans ce dernier cas, tous les cuirs des vérins sont constamment en mouvement et sont beaucoup plus sensibles. Ce phénomène est bien connu et c'est pourquoi dans les balances hydrauliques on anime d'un mouvement de rotation, le piston. Aussi, la limite pour un immeuble sera-t-elle fonction du ajet et de ses accidents.

Remarquons au passage que les immeubles en maçonnerie étant beaucoup plus sensibles aux tractions qu'aux compressions, et que les dispositifs porteurs, poutrelles ou poutres étant en général capables d'absorber de fortes tractions, c'est en définitive, les tractions dans les parties hautes qui sont à craindre. C'est pourquoi, les chaînages provisoires en parties hautes qui, à première vue, ne sont pas nécessaires aux déplacements d'immeubles faits suivant ce procédé, peuvent toutefois être utilisés quand on estime que la forme rend le déplacement délicat à ce point de vue.

Nous avons plusieurs fois utilisé de tels chaînages pour cette raison, bien que le plus souvent, le chaînage soit une précaution systématique quand l'immeuble est visiblement lézardé avant tout commencement de travaux.

Après avoir parlé des limites supérieures du procédé, il faut ajouter quelques mots sur les limites inférieures.

Évidemment il faut que les vérins soient assez chargés pour fonctionner correctement; en effet, les forces de traction ne sont pas simplement exprimées par la force F proportionnelle à la pression mentionnée ci-dessus; il y a des résistances constantes dues en particulier à la construction du vérin. Nous avons déplacé, sur quatre petits vérins, un bâtiment transformateur pesant 50 t et on ne pourrait guère descendre en dessous.

Mais, la véritable limite inférieure n'est pas là, comme vous le verrez plus loin, elle est d'ordre économique, et à non plus on ne peut pas dire de chiffre absolu, car de nombreuses considérations sont en jeu: mais il est certain que le déplacement de petits pavillons, surtout isolés, ne conduit pas souvent à un résultat intéressant.

D. Moyens de poussées appropriés.

Au cours de nombreux déplacements, presque tous les moyens de poussées possibles ont été utilisés — chacun s'est révélé être intéressant dans un domaine particulier — mais, petit à petit un ensemble de vérins pousseurs et de pompes à grand débit ont été mis au point, et employés dans la plupart des cas.

Je rappellerai brièvement différents systèmes utilisés :

- treuils à main et mouflages ancrés en bout des voies;
- treuils à main et mouflages fixés sur la maison et prenant appui sur des ancrages mobiles fixés sur les voies.

Ce système est la modification du précédent pour permettre de parcourir de longues distances.

— treuils électriques, fixés au bout des voies et commandés à distance par radio ou téléphone : mécanisation du système précédent. Ce système a permis d'atteindre des vitesses importantes (4 m/mn);

— tracteurs à chenille agissant par son treuil et ancré par bêche, avec moufflage;

— tracteurs tirant directement la charge (petites maisons);

— vérins ordinaires travaillant horizontalement (et recalés après chaque course) utilisés pour de très petits déplacements;

— vérins pousseurs spéciaux ancrés par bielles (déjà décrit dans de précédentes publications);

— vérins pousseurs ancrés par coins.

Ce sont les derniers utilisés.

Ces vérins ont une force de poussée de 50 t, et une force de rappel d'ancrage de 20 t environ.

— Des pompes électriques de 15 ch les alimentent en fluide sous pression (jusqu'à 400 kg/cm²) et ainsi on obtient des vitesses variant de 20 à 50 cm/mn suivant le nombre de pompes et de vérins.

E. Guidages et contreventements.

Les problèmes de guidage qui, à première vue paraissent secondaires, ont été pourtant la source de nombreuses difficultés.

Il faut distinguer le guidage du chariot en lui-même de celui de l'ensemble de la construction.

Pour les chariots, les résultats sont bien ce qu'on peut attendre. Comme le savent bien les constructeurs de ponts roulants, plus l'empattement longitudinal est grand par rapport à l'écartement des voies, meilleur est le guidage. En effet, les dispositifs de guidages : boudins des roues, broches, patins de glissements ont pour but de donner une réaction horizontale perpendiculaire aux voies qui sera d'autant plus efficace qu'elle sera éloignée du point de rotation possible.

Pour l'ensemble d'une construction, au contraire, on a toujours constaté qu'il était beaucoup plus facile de guider et de contrôler le trajet quand il est perpendiculaire au grand axe d'une construction, que lorsqu'il est parallèle. Dans le cas où la construction est très allongée, il est pratiquement impossible de faire aucune correction. Si l'on pousse d'un seul côté, l'ensemble se déplace de la même façon; aussi tout repose sur la précision avec laquelle les voies ont été réglées.

Les contreventements dans le plan des chariots contribuent également au guidage en s'opposant à tous mouvements de rotation des chariots par rapport à la charge.

F. Diffusion de ces procédés parmi les clients éventuels.

Le dernier point qui explique le développement de ces techniques est leur développement lui-même.

Les premiers travaux de ce genre ont eu, pour ainsi dire, une origine accidentelle. M. Paoli, alors Ingénieur des Ponts et Chaussées à l'Arrondissement Ouest, se trouvait dans une situation presque inextricable avec les expropriés de Châtillon.

La solution « déplacement » qu'il avait envisagée, et au sujet de laquelle il avait consulté les Etablissements Christiani et Nielsen, lui avait paru séduisante.

Il tenta cette expérience, et il en eut un grand mérite. Car, il faut bien rappeler que les tout premiers déplacements furent faits entièrement en dépenses contrôlées, c'est-à-dire qu'il en avait endossé la responsabilité technique et financière. Aussi, toutes les personnes (ses collègues, industriels ou particuliers) qui ont bénéficié des avantages des déplacements de constructions lui doivent beaucoup.

Petit à petit, tout un matériel fut construit, des équipes et des chefs furent formés.

En même temps, des problèmes toujours différents nous furent soumis si bien que ces travaux purent être chiffrés à l'avance, et bientôt les prix en furent abaissés (ceci bien entendu dans la mesure où les variations économiques ne venaient pas dissimuler les progrès accomplis).

Ainsi, pour toutes ces raisons, s'explique qu'actuellement en France on a procédé, sans interruption, à des séries de déplacements d'immeubles, gros ou petits.

II. QUELQUES EXEMPLES

— A Rueil-Malmaison, l'ouverture d'une voie nouvelle en direction du pont de Chatou, a nécessité le déplacement d'une dizaine de maisons.

La plus grande, pesant environ 700 t, avait un trajet rectiligne d'environ 25 m. Elle est intéressante à citer pour deux raisons :

a) Elle constitue un exemple de transport sans concentration importante de charges, quinze chariots sur cinq voies.

Les portées de murs entre vérins sont de l'ordre de 5 m c'est-à-dire qu'entre ces points les poutrelles qui longent les murs supportent leurs charges sans préflexion ni précontrainte.

b) Cette maison, qui avait été bâtie sur un mauvais terrain, était inclinée.

On relevait une différence de 15 cm entre le point le plus haut et le plus bas d'un plancher.



FIG. 2. — Rueil, déplacement d'une maison de 700 t.
Charges réparties sur quinze chariots roulant sur cinq voies parallèles en pente de 5 % et non coplanaires dans la première partie du trajet pour permettre un redressement de l'immeuble.

Bien entendu, on devait profiter du transport pour amener cet immeuble horizontal, or, le matériel utilisé lors comprenait des petits vérins dont la course était de 6 cm. Ils se prêtaient mal à un redressement sur place (au départ ou à l'arrivée).

Aussi, fut-il décidé de poser la grille métallique parallèlement au plancher et de décaler les voies de roulement. Celles-ci formaient un plan incliné sur l'ensemble du trajet et, sur les vingt premiers mètres environ, les pentes étaient augmentées progressivement.

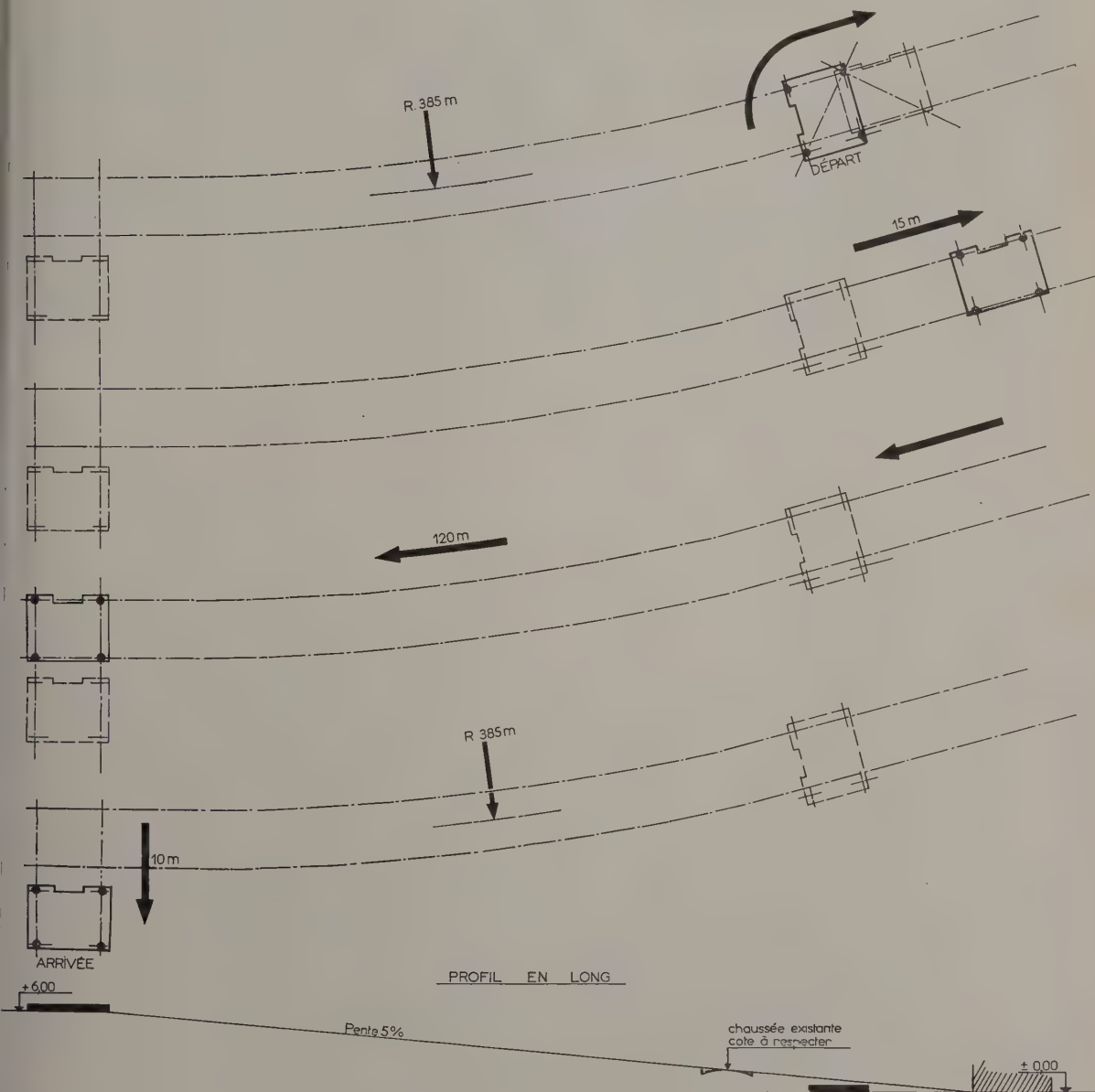


FIG. 3. — Ensemble du trajet du pavillon 82 à Châtillon.



(Photo H. Baranger, Paris.)

FIG. 4. — Déplacement sur remorque.

La maison repose sur la remorque par l'intermédiaire de deux fers HN de 450 qui supportent quatre vérins reliés entre eux pour constituer le système habituel de non gauchissement.

La surface de roulement aussi était en gros un paraboloïde hyperbolique tel que le gauchissement permette aux vérins de rester dans des limites de course admissibles.

Tout se passa fort bien, et sur les vingt premiers mètres de trajet, on vit en effet l'immeuble se redresser, puis achever son trajet bien horizontalement.

— Châtillon-sous-Bagneux, qui avait vu en 1952 s'effectuer la première série de quatorze déplacements de pavillons, pour l'ouverture du C. D. 73 A (déviations de la R. N. 306) fut en 1956 et 1957, le théâtre d'une quinzaine d'opérations nouvelles.

Parmi les plus remarquables, je décrirai le déplacement du pavillon n° 82-2. Cette maison de trois étages comportait six logements, mais elle était de construction assez légère, si bien que, malgré ses dimensions (12 m × 8 m) on réussit à concentrer ses charges sur quatre chariots au moyen d'une poutraison métallique importante.

C'est le cas extrême et opposé à l'exemple précédent. En effet, le trajet qui lui était demandé était fort complexe.

Il comportait d'abord une rotation de 90°. La méthode utilisée fut la même que celle déjà décrite à propos de l'Hôtel de Câbre ⁽¹⁾.

Le bâtiment effectua ensuite une translation dans la direction opposée à son déplacement définitif.

En effet, le trajet direct aurait conduit à une pente inadmissible, surtout dans la première partie du trajet, en raison de la présence d'une chaussée perpendiculaire, dont la cote était à respecter.

Un soulèvement sur place aurait résolu le problème, mais si un soulèvement d'immeuble à son emplacement d'arrivée est relativement facile et a déjà été réalisé plusieurs fois, un soulèvement avant trajet est bien plus délicat, car il faut soulever non seulement sa grille porteuse, mais ses chariots et constituer des voies de roulement après coup et en sous œuvre, soit sur remblai, soit sur camarteaux.

Aussi, on imagina de reculer l'immeuble sur des voies droites, d'une distance suffisante pour que la pente moyenne de 5 % soit respectée sur l'ensemble du trajet.

Pour terminer, cet immeuble devait encore subir un changement de direction orthogonal avant d'atteindre son nouvel emplacement, en bordure de la future voie nouvelle.

On conçoit sans peine que de tels trajets ne sont possibles qu'avec un nombre réduit de points.

Ne quittons pas Châtillon sans mentionner les déplacements de six pavillons légers (de 100 à 150 t) sur remorque routière.

Le terrain disponible pour ces pavillons était situé à environ 500 m de leur point de départ. Le Service des Ponts et Chaussées avait, depuis longtemps, étudié de tels cas et essayé de s'affranchir du rail.

⁽¹⁾ Récentes réalisations dans le domaine des déplacements d'immeubles. Déplacement de l'Hôtel de l'Échevin de Câbre, par M. Prévost. Exposé d'ensemble des moyens techniques utilisés dans les déplacements d'immeubles, par MM. Olsen et Prévost. Ann. ITBTP mars-avril 1955 — TGC 18.

Le prix des voies sur de telles distances, même sommaires, comme celles que le système permet d'utiliser, devient rapidement prohibitif.

Le procédé consiste alors à réaliser une grille sous le pavillon, identique à celle qui serait mise sur chariots, mais les vérins servent alors à soulever l'immeuble d'une hauteur suffisante pour introduire sous les deux fers principaux la remorque.

Les connexions hydrauliques sont réalisées, comme d'habitude, pour que ce levage soit fait sans gauchissement. La hauteur de levage est de l'ordre de 1,50 m, car la hauteur de la remorque est de 1,40 m. La maison est ensuite redescendue et les fers principaux sont soudés sur la remorque. On pose alors des contreventements obliques, destinés à s'opposer au basculement possible des fers et vérins dus aux efforts d'inertie ou à la pente.

Les trajets duraient alors fort peu de temps : de quinze minutes à deux heures suivant les arrêts nécessaires. À l'arrivée, des calages provisoires sont mis en place pour libérer la remorque au plus vite.

Vu le prix très élevé de location de ces remorques et de leurs tracteurs (deux ou trois sont nécessaires en raison des rampes et de l'état du sol) nous avons cherché à déplacer les maisons par groupe de deux, préparées à l'avance. Un groupe de deux pouvait être déplacé pendant une période de location de trois jours.

III. USINE A OISSEL

Parmi les trois exemples de gros immeubles déplacés, commençons dans l'ordre chronologique, par Oissel.

La Compagnie Française des Matières Colorantes

(Franicolor) possédait à Oissel, dans son ancienne usine, un bâtiment de 100×20 , servant au conditionnement et à l'expédition de ses produits. Ce bâtiment, construit aux environs de 1925, en planchers champignons, était en excellent état. Or, la nouvelle usine construite au bord de la Seine, devait comporter un bâtiment similaire, alors que l'existant aurait dû être abandonné aux domaines, car le sol de l'ancienne usine était la propriété de l'État.

Le défaut d'un accord financier raisonnable conduisit les dirigeants de cette firme à envisager le déplacement de l'immeuble entier.

Un joint de dilatation permettait de déplacer successivement sur les mêmes voies, avec le même matériel, deux moitiés de bâtiment pesant chacune 2 500 t environ.

Le croquis figure le trajet choisi (description sur la fig. 6).

Une description assez détaillée des solutions adoptées a été publiée dans la Revue *Travaux* ⁽¹⁾.

Je ne reprendrai donc pas systématiquement cette description, mais je chercherai plutôt à vous montrer comment les principes exposés ci-dessus ont conduit aux solutions.

Tout d'abord, bien entendu, le transport n'était possible qu'en utilisant des voies souples, donc en utilisant le système de connexions hydrauliques habituelles.

Sur une longueur pareille, on ne pouvait déplacer le bâtiment que parallèlement à son grand axe sur un nombre réduit de voies parallèles, comme nous le verrons plus loin.

⁽¹⁾ Déplacement d'un entrepôt à Oissel, par MM. K. OLSEN et J. PRÉVOST, « TRAVAUX » février 1956, p. 67-74.



FIG. 5. — Usine à Oissel. Vue d'ensemble de l'usine avant le déplacement. Le bâtiment mesure 100×20 m, comporte quatre niveaux et pèse 5 000 t.

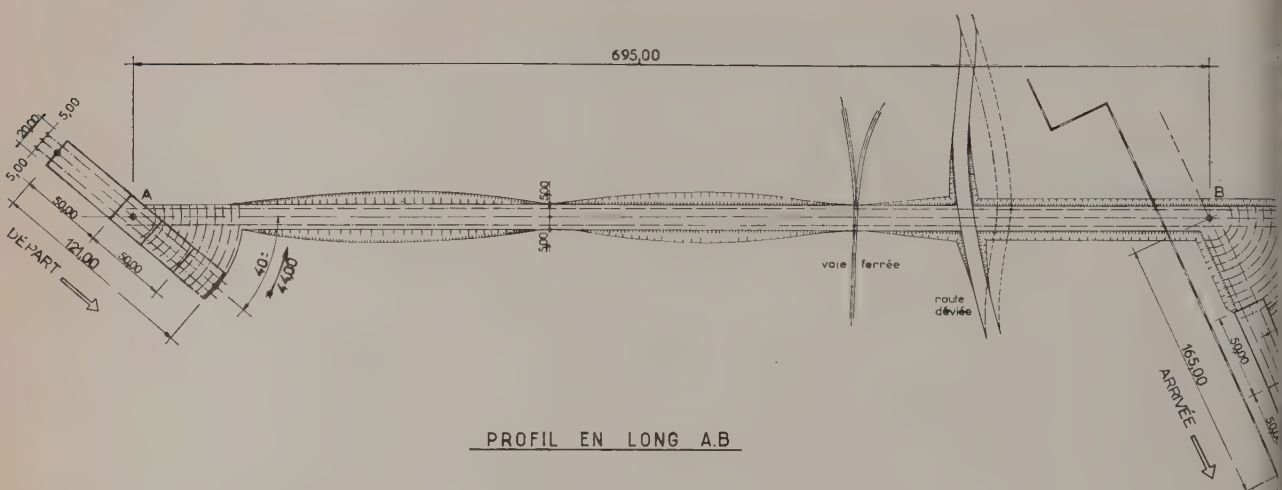


FIG. 6. — Plan d'ensemble. Trajet : plan et profil.

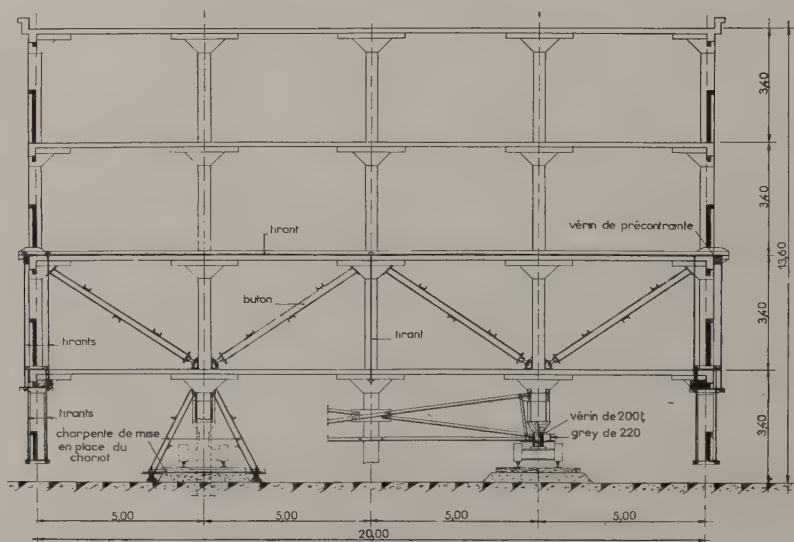


FIG. 7. — Plan d'ensemble de la poutraison.

L'ensemble du premier étage a été traité comme une poutre console reposant sur deux appuis; ses montants sont constitués par les poteaux, la membrure inférieure comprimée par le plancher du premier étage; la membrure supérieure tendue par le plancher du deuxième étage mis en précontrainte au moyen de tirants et verins. Les diagonales ont été constituées par des butons métalliques également avec verins. Sur une des deux voies, on a figuré en place le dispositif permettant l'introduction des chariots.

De cette direction obligatoire, résulte l'obligation de faire pivoter deux fois la construction. Les rotations d'une construction de ces dimensions ne peuvent se faire que sur un faisceau de voies concentriques.

Le profil en long des voies devait suivre au maximum celui du terrain, donc descendre dans la petite vallée et remonter au niveau de la plate-forme d'arrivée (d'ailleurs surélevée de 1,20 m environ par rapport au terrain naturel pour permettre la construction d'un quai).

Le système hydraulique permet d'aborder les variations de pente de la même manière que les dénivellations accidentelles. Le rayon de courbure minimum à donner à pu être calculé à l'avance, en fonction des courses de vérins et en donnant une marge de sécurité pour les tassements locaux. Le rayon adopté fut de l'ordre de 2 000 m et nous avons constaté à l'expérience, qu'effectivement les vérins pendant le trajet prirent eux-mêmes les positions prévues : pendant la convexité complètement rentrés au centre, sortis aux extrémités et inversement dans la concavité.

Donc les charges devaient être portées sur les trois groupes de chariots et vérins. Mais pour deux raisons, on est amené à chercher à réduire le nombre de ces chariots.

En effet, pour tout trajet compliqué et c'est bien le cas, on doit rechercher à diminuer les points de charge. De plus, la question des frottements déjà cités rend plus difficile les fonctionnements du système de connections et ceci surtout pendant les manœuvres où un seul chariot doit être soulevé et mettre en mouvement vertical tous les autres vérins. Le cas est différent pendant le roulement, tous les vérins sont en mouvement et il y a de continus petits déplacements.

Ainsi, fut-on conduit à concentrer les charges des cinq files sur deux seulement, au moyen d'un dispositif décrit sur la figure 7. On aurait pu pousser la concentration plus loin. En effet, une poutraison similaire aurait pu être réalisée dans le sens longitudinal également.

L'avantage aurait été de réduire le nombre de voies courbes. Les deux inconvénients suivants nous ont conduits à en rester là :



FIG. 8. — Façade avant.

La façade est équipée des dispositifs tirants et butons constituant la poutraison.



FIG. 9. — Ensemble du trajet.

Le premier tronçon du bâtiment a effectué la première translation et la première rotation.

a) les points de charge auraient été de 220 t environ, ce qui dépasse la charge normale de nos vérins et aurait exigé des chariots doubles : deux demi-chariots reliés par des berceaux.

b) vu les faibles rayons de certaines voies, les chariots auraient dû être articulés pour épouser la forme des rails, ce qui aurait entraîné des modifications coûteuses.

Ainsi, tous les trajets rectilignes furent effectués sur deux voies parallèles et les rotations sur des faisceaux de onze voies concentriques. Cette solution est celle qui donne le minimum de voies.

Les changements de direction nécessitaient quatre fois la rotation des vingt-deux chariots par bâtiment. Ces rotations étaient effectuées selon le procédé habituel : un vérin auxiliaire prenant appui sur un petit massif en béton prévu à l'avance soulevait le chariot à tourner, le



FIG. 10. — Ensemble des chariots pendant une rotation.

On remarque le système de reprise du poteau, ses fers anciens repliés en attente, les contreventements dans toutes les directions.



FIG. 11. — Ensemble des chariots pendant une translation. Les chariots et vérins munis de tuyaux flexibles et les voies de roulement dans deux directions perpendiculaires.

vérin supérieur pouvant absorber le soulèvement, comme il a été expliqué plus haut. Quand le soulèvement est suffisant pour que les boudins de roues aient dégagé les rails, on enlève la portion de voies intéressée, on pivote en force le chariot serré entre deux têtes sphériques de vérins dans leurs cuvettes formant crapaudine; l'effort nécessaire, de l'ordre d'une t/m était appliqué au moyen d'un tirfor.

Au premier des quatre carrefours, nous avons eu de grosses difficultés : à notre insu, nous étions sur l'emplacement d'une ancienne carrière remblayée. Quand nous avons pompé dans le vérin auxiliaire, nous l'avons vu descendre dans le sol avec son massif. Le vérin à bout de course, le chariot ne s'était pas soulevé d'un millimètre; nous avons alors rempli le trou ainsi formé avec du béton de ciment fondu armé de chutes de rails, et le lendemain, la manœuvre recommença avec le même insuccès. Après trois tentatives, on avait formé en quelque sorte un pieu enfoncé au vérin et le soulèvement devint possible. Quand le second tronçon pivota sur le même emplacement les massifs ainsi constitués se comportèrent parfaitement.

La force de poussée d'un tel ensemble avait été esti-

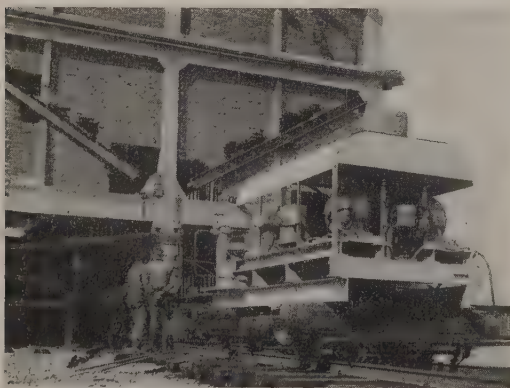


FIG. 12. — Pompe d'alimentation des vérins. Au moyen d'un jeu de vannes assez complexe, ce groupe de deux pompes alimente les trois réseaux porteurs et un nombre variable de vérins pousseurs à double effet; les moteurs sont commandés par contacteurs permettant l'arrêt par télécommande.

mée en fonction de nos expériences et mesures précédentes à 150 t à plat. C'est-à-dire qu'avec quatre vérins pousseurs de 50 t sous 400 kg, la pression de marche devait osciller autour de 300 kg et en descente évidemment moins. Pour la partie en montée, nous avions prévu six vérins. En effet, en raison des suppléments d'efforts dus aux frottements de guidage, il est bon d'avoir une marge importante dans ce domaine. L'exécution a confirmé le bien fondé de ces dispositions. En courbe, le problème est plus complexe en théorie. Nous avons cherché à placer quatre vérins pousseurs connectés sur quatre voies, de telle manière que le grand axe du bâtiment passe toujours par le centre de rotation. Un cordeau tendu par un ressort reliait un point fixe situé au centre avec le milieu de la façade extrême et un repère placé au milieu de l'autre façade devait rester à la verticale du cordeau.

Il fut ainsi possible, après quelques tâtonnements, d'utiliser cinq vérins connectés ensemble, donc travaillant sous la même pression et d'obtenir un avancement correct. En cas de nécessité, il était très aisé de faire des corrections en mettant hors circuit tel ou tel vérin. D'ailleurs, ce déplacement courbe, à ce point de vue, ressemble à une translation perpendiculaire aux grandes dimensions.

Par contre, dans le grand trajet, on a observé, surtout pour le premier tronçon, une forte tendance à appuyer sur la gauche, contre laquelle aucune mesure n'avait d'effet sensible. A la fin du trajet, nous avons même été amenés à déporter la voie restant à parcourir pour la mettre dans la ligne que le bâtiment voulait suivre. Le second tronçon s'est nettement mieux comporté à cet égard, probablement à cause des contreventements renforcés.

D'une manière générale, de nombreux points ont été améliorés et alors que le premier tronçon a mis quatre mois à parcourir son itinéraire, le second en a mis deux. Le délai total du travail a donc été assez long, mais des considérations tout à fait étrangères à la technique sont intervenues. En effet, nous avons attendu que toutes les installations du premier tronçon fonctionnent et que les marchandises stockées dans le second soient transportées dans le premier, avant de pouvoir attaquer les travaux de déplacement du dernier bâtiment.

IV. CHATEAU A LANCEY

[En 1957, l'usine de Lancy des Papeteries de France était en grands travaux. Il s'agissait d'installer, dans de nouveaux bâtiments, la plus grande machine à papier d'Europe.

Sur l'emplacement de l'immense hall à construire, se trouvaient les bureaux de l'usine, installés dans un grand bâtiment, ancienne résidence des fondateurs de l'usine.

Ce bâtiment devait donc être démoli, au grand regret de certains et un projet de construction de nouveaux bureaux avait été établi.

Ces derniers auraient été installés dans un parc séparé de l'usine par la petite route qui monte à la Combe de Lancy. C'est alors que les dirigeants eurent connaissance des déplacements d'immeubles exécutés.

Ils décidèrent alors de faire appel à cette technique



FIG. 13. — Château de Lancey, Vue d'ensemble.
Les terrassements sont en cours; après le départ de l'immeuble tout le terrain sera nivelé au niveau inférieur visible à droite.



FIG. 14. — Ensemble du terrassement.
La voie ferrée franchit la fouille sur le pont Bailey.

nouvelle. Après plusieurs études concernant différents emplacements possibles, il fut décidé de transporter le vieux château à l'emplacement primitivement réservé pour les nouveaux bureaux.

Cette solution, qui libérait entièrement l'emprise de l'usine, comportait en contre partie, des difficultés certaines. Le trajet demandé était de biais, les terrassements étaient assez importants et la route de la Combe devait être déviée provisoirement. La petite voie ferrée qui desservait l'usine et emprunte cette route, devait être



FIG. 15. — Ensemble des voies le jour de la translation.
Le pont Bailey a été enlevé; on voit à droite une culée du pont définitif et au premier plan en dessous, le réseau de voies sur les fondations nouvelles.

maintenue en service. Ceci exigea le lancement d'un pont Bailey au-dessus de la fouille.

Le bâtiment mesure environ 30 m sur 14 m et comporte trois niveaux (rez-de-chaussée, premier étage et combles aménagés). Les sous-sols, en partie voûtés, occupent toute la surface. Les maçonneries sont en schiste de Belledonne et le poids est d'environ 2 500 t.

La longueur du trajet était de 70 m et le biais des voies par rapport à l'axe du bâtiment, de 15° . L'emplacement choisi aurait également pu être atteint en effectuant deux translations perpendiculaires parallèles aux axes de la construction.

En appliquant les principes précédents, on voit que l'on doit, pour un tel immeuble, ou chercher à concentrer les charges et admettre un trajet quelconque ou les conserver aussi réparties que possible et simplifier le trajet. Dans le cas présent, les rapports des dimensions étaient peu favorables au point de vue fonctionnement des groupes des vérins connectés à l'arrêt. On s'orienta vers la deuxième solution.

Il semble que le réseau des voies soit très important, mais il faut remarquer que nous avons pu constituer dix-huit voies de roulement avec dix-neuf rails équidistants, chaque rail servant tantôt à droite, tantôt à gauche,

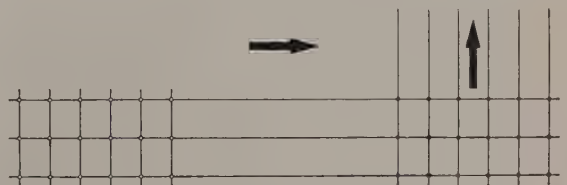


FIG. 16. — Croquis du trajet
avec changement de direction octogonal.

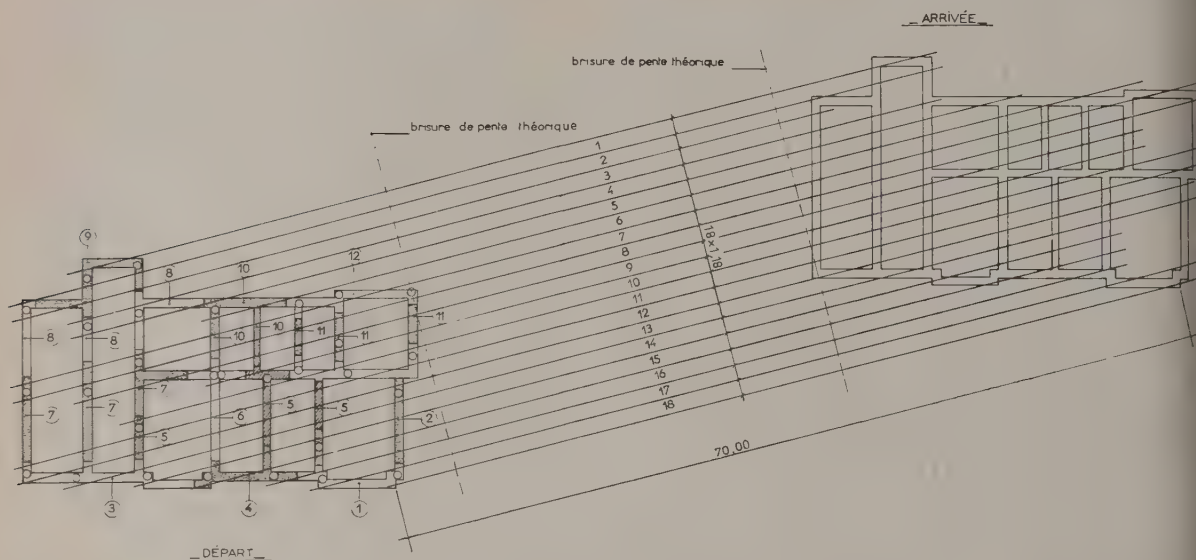


FIG. 17. — Plan d'ensemble du trajet.

La liaison a été réalisée en utilisant dix-neuf rails constituant dix-huit voies de roulement. Sur la position de départ on a porté les différentes phases de construction des poutres en béton armé.

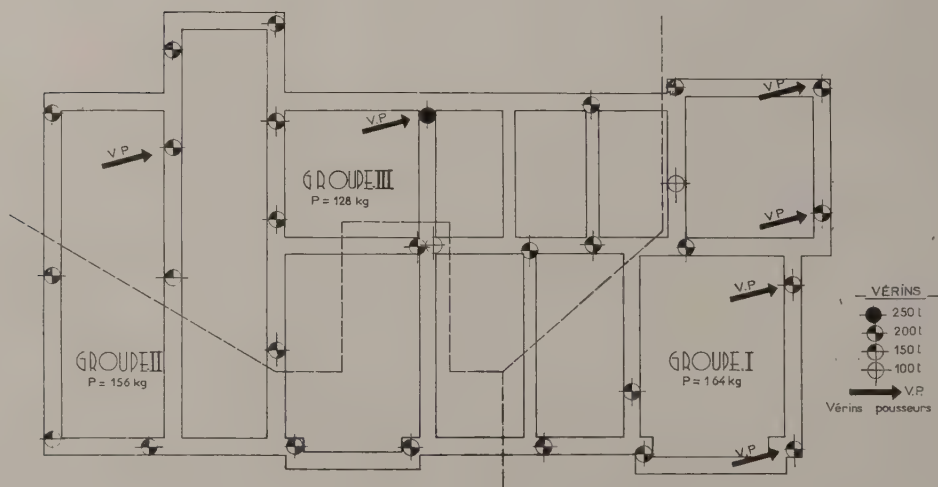


FIG. 18. — Plan d'ensemble des poutres et emplacement des vérins.

On remarque la forme d'apparence quelconque des trois groupes qui est déterminée par approximations successives pour ajuster les forces des vérins aux charges qu'ils ont à supporter.

d'autre part, le trajet avec changement de direction aurait comporté trois voies complètes, dont six rails dans le plus grand côté et sept voies, soit quatorze rails dans le sens perpendiculaire.

Ainsi, le dispositif habituel des groupes fut réalisé avec vingt-huit vérins reposant sur vingt-huit chariots. Les charges, sauf une exception, étant inférieures à 100 t, on utilisa les mêmes chariots que dans l'exemple précédent. Au point particulier, on constitua un chariot double au moyen d'un berceau reliant les deux demi-chariots supportant deux vérins.

CILLE

Dans la plupart des cas, les charges des immeubles sont transmises aux vérins par l'intermédiaire d'une cille métallique. Ce sont des fers profilés (souvent des F N 300) que l'on enfila dans des trous percés dans les murs de caves. Ces fers sont assemblés les uns aux autres, puis scellés dans les murs. On réalise alors la mise en tension de cet ensemble, qui peut d'ailleurs supporter, en outre, un dispositif de préflexion hydraulique séparé, ou un dispositif de précontrainte si les charges ou les portées sont trop grandes. Enfin, on achève la démolition des parties basses des murs qui ne supportent plus aucune charge.

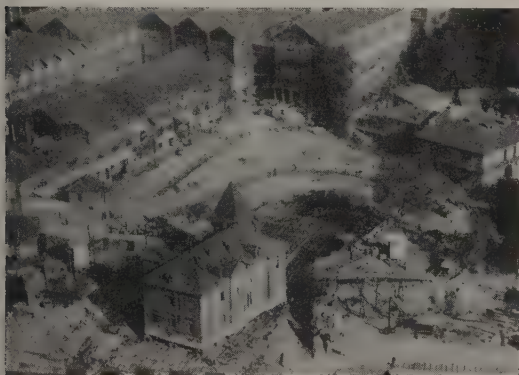


FIG. 19. — Translation du château.

Dans le cas présent, les fers habituellement utilisés n'auraient pas été assez longs ni d'assez gros profil pour constituer une grille classique. Pour éviter des achats importants de tels profilés, dont d'ailleurs les délais de livraison auraient pros crit l'emploi, on s'orienta vers une autre solution.

La grille habituelle fut remplacée par une poutraison en béton armé, entièrement exécutée en sous-œuvre et couvrant toute la section des murs de cave.

Ces poutres furent exécutées en douze phases.

Le processus de fabrication sera décrit en détail à propos du dernier exemple.

Ces travaux durèrent deux mois et demi pour un volume de béton armé de 100 m³.

Il convient de remarquer que, petit à petit, tout le faisceau de voies situé sous l'immeuble se trouvait mis en place dans le même temps, ainsi que les chariots et vérins. Le temps de durcissement des dernières phases fut utilisé pour achever les branchements hydrauliques, qui permettent de réaliser les groupes porteurs.



FIG. 20. — Étalement du sous-sol pour permettre la construction des poutres en béton.



FIG. 21. — Façade pendant les travaux préparatoires. A gauche, les fondations n'ont pas encore été touchées; au centre, les étalements sont en cours; à droite, une phase de bétonnage est terminée et cette partie de l'immeuble repose sur ses chariots.



FIG. 22. — Poutres terminées.

Voies et chariots en place; il ne reste plus à poser que les contreventements et à installer les vérins pousseurs.

CONTREVENTEMENTS

En même temps, les contreventements furent installés. Dans le cas présent, ils étaient de deux sortes : contreventements dans le plan des chariots, dont le rôle est d'assurer la répartition des efforts de traction sur tous les chariots, alors que six seulement sont poussés, et de les maintenir en ligne; contreventements dits : « changement de plan » dont le rôle est d'empêcher toute inclinaison des vérins. Pour cela, ils relient sur chaque chariot, le plan des contreventements précédents avec le plan inférieur des poutres. Pour n'avoir que des barres tendues, ces contreventements sont inclinés vers l'avant ou vers l'arrière, en fonction de la répartition des vérins pousseurs. L'attache de ces contreventements sur les poutres en béton posait un problème particulier. On le résolut de la manière suivante. Le vérin prend appui sur le béton par l'intermédiaire d'une tête sphérique qui s'emboîte dans une cuvette. Cette cuvette est faite dans une plaque de tôle de 40 mm percée de quatre trous. La zone du béton située au-dessus du vérin est fortement frettée et il en sort quatre goujons en $\varnothing 30$, qui maintiennent en place la plaque cuvette.

Pour fixer les contreventements, il a suffi d'introduire, entre le béton et cette plaque, un gousset en tôle de 10 mm percé des quatre mêmes trous. Ce gousset plié qui se trouve serré par la charge elle-même, reçoit les contreventements et, de plus, est tenu par les quatre goujons travaillant au cisaillement.

LE DÉPLACEMENT

Le vendredi 2 août, dans la nuit, tout était prêt pour le départ.

Le trajet de 70 m fut accompli dans les journées du samedi 3 et dimanche 4 août. Les bureaux étaient donc sans occupants, mais tout le matériel était bien entendu resté en place.

Le trajet comportait, après un palier, une montée de 30 cm sur 30 m de longueur, puis un deuxième palier à l'arrivée. Les vérins, comme prévu, absorbèrent automatiquement les changements de pente aussi bien que les tassements locaux dus aux irrégularités de la plateforme.

La poussée fut assurée par six vérins pousseurs de 50 t alimentés par nos deux pompes électriques de 15 ch. La pression maximum pendant la montée était de l'ordre de 300 kg/cm².

La vitesse instantanée pendant une poussée est d'environ 20 cm par minute et la vitesse moyenne, en tenant compte des arrêts et rentrées de piston, est de l'ordre de 5 m à l'heure.

Le guidage de tous ces chariots s'effectua parfaitement et il n'y eut pratiquement aucune correction à apporter aux chariots pendant le trajet, ce qui est tout à l'honneur de nos poseurs de voies.

Les maçonneries de liaison, entre ces longrines de fondations préparées à l'avance et le dessous des poutres en béton armé furent exécutées très facilement. Pour aller plus vite, on utilisa du béton banché. En une première opération, on coulait le mur jusqu'à 10 cm environ du plan inférieur des poutres, puis, après durcissement et retrait on bourrait et fichait à la main l'espace restant. Ensuite, après un décintrement qui ne présentait aucune difficulté, on retira les chariots et les rails et on reboucha les trous.

Ainsi, l'ensemble de ce travail a permis de disposer de l'emplacement désiré avec un minimum de gêne pour le fonctionnement des Services, dans un délai de quatre mois et avec une économie très intéressante.



FIG. 23. — Chariot et vérin pousseur.

La bande peinte sur le haut du vérin porteur sert à repérer le group auquel il appartient. Au premier plan, vérin pousseur muni de son ancrage et des tiges de rappel.

V. IMMEUBLE A LIVRY-GARGAN

Les Ponts et Chaussées de Seine-et-Oise avaient déjà procédé à un certain nombre de déplacements de pavillons et même de maisons assez importantes. Dans l'arrondissement de l'Est, en particulier, M. Bonnet avait ainsi résolu deux difficultés qui s'étaient présentées. Un petit



FIG. 24. — Immeuble à Livry-Gargan avant la démolition des immeubles adjacents non déplacés.

pavillon sur le tracé de la déviation de Neuilly-sur-Marne avait été reculé de quelques mètres, puis avait pivoté sur lui-même de 15° environ. Un autre sur le tracé de la déviation de la R. N. 3 à Livry-Gargan avait subi un traitement analogue.

Ainsi naturellement la même technique fut-elle envisagée pour l'immeuble situé au n° 17, place de la Libération. Cette place, qui se trouve à l'entrée de la future déviation, devait être élargie et toute une file d'immeubles situés sur la droite en venant de Paris, furent frappés par cette opération. La plupart étaient dans un état d'extrême vétusté et ne méritaient pas que leur transport soit étudié.

Un seul était de taille et en bonne construction. Le problème qui nous était posé est clairement exposé sur la figure.

Ce bâtiment pesait 1 000 t et comportait cinq niveaux. Le trajet demandé était assez complexe. Entre les différentes solutions possibles, nous avons retenu celle consistant à effectuer d'abord une translation rectiligne parallèle à la façade principale.

L'immeuble devait ensuite arriver à son emplacement par une rotation dont le centre se situait au point d'intersection des alignements ancien et nouveau de la façade avant.

En application des principes déjà exposés, un tel trajet comportant une rotation de tous les chariots, conduisait à une forte concentration des charges. Néanmoins, le poids de l'immeuble donnait les limites de cette concentration. On adopta douze chariots de 100 t sur quatre voies.

Pour aller plus loin, il aurait fallu utiliser des chariots doubles de 200 t, mais ceci nous aurait conduit à cons-

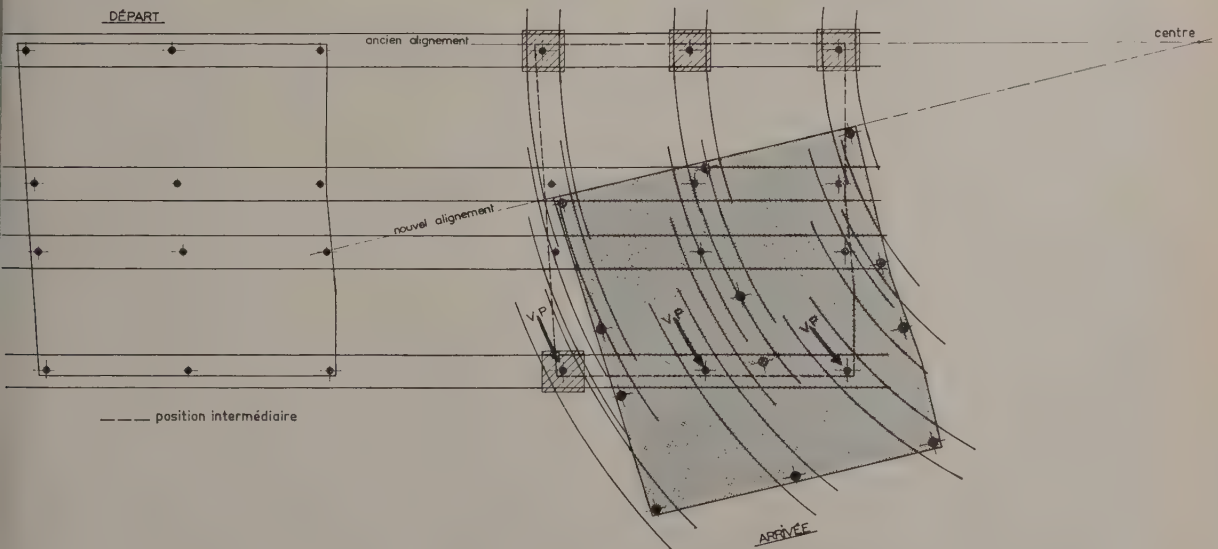


FIG. 25. — Le trajet comporte une translation parallèle à l'ancien alignement et une rotation ayant pour centre le point de rencontre de l'ancien et du nouvel alignement.



FIG. 26. — Vue aérienne du centre de Livry-Gargan.
On distingue nettement l'étranglement de la RN 3 qui va bientôt disparaître.

truire des poutres beaucoup plus conséquentes. Or, le trajet étant néanmoins court, la solution précédente a été retenue.

SYSTÈME PORTEUR

La poutraison a été, dans l'ensemble, en béton armé pour les mêmes raisons que dans l'ensemble précédent.

Ces poutres étant calculées en continuité, si nous prenons une longitudinale par exemple, on voit qu'elle repose sur trois appuis.

Son calcul a dû être fait dans deux hypothèses :

1° Poutre continue ordinaire sur trois appuis,

2° Après mise en connections des vérins, les trois réactions en vertu des connections hydrauliques sont égales, ce qui entraîne une redistribution des moments.

Le ferrailage de ces poutres a donc été considérable. Les flèches ont été calculées et considérées comme négligeables (section 80×60 sur des portées de l'ordre de 5 m). Aussi, entre les vérins principaux, il n'a pas été prévu de préflexion par vérins secondaires.

Par contre, un des murs de refend qui supportait des charges réduites a été traité comme les murs de pavillons. Deux poutrelles H. N. de 370 ont été placées de part et d'autre et des traverses perpendiculaires étaient scellées dans le mur. Les flèches sont loin d'être néglig-

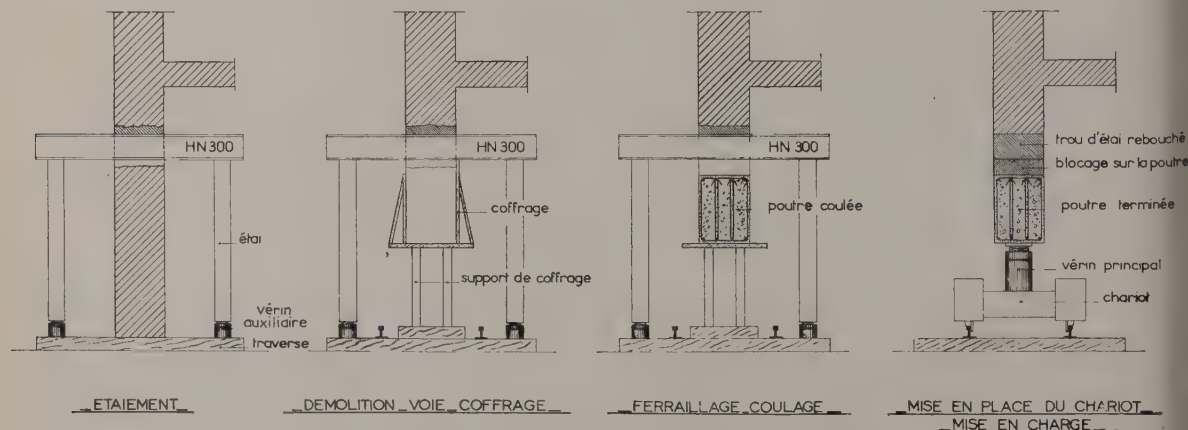


FIG. 27. — Mode d'exécution des poutres.

ables, et, si l'on ne veut pas qu'il se produise dans la maçonnerie des voûtes de décharges susceptibles de se matérialiser par des fissures, on doit utiliser la mise en tension par préflexion.

RÉALISATION

L'exécution des poutres en béton armé est réalisée de la manière suivante :

— au-dessus du niveau de la poutre, c'est-à-dire pratiquement au ras du plafond de la cave, on perce des trous et on scelle des fers auxiliaires. Des étais, munis de vérins, permettent de prendre la charge de la portion du mur intéressée. Cette opération est assez délicate, mais

les charges sont connues avec une bonne approximation, et les vérins sont utilisés avec pompes à main et manomètres.

— On achève alors la démolition de la maçonnerie située en dessous du plan des fers.

— Dans l'espace ainsi libéré, on construit, et sur toute la largeur, en une seule fois, la poutre en béton armé. Les faces inférieures des coffrages sont soutenues par les chariots et vérins et par des étais intermédiaires. Le ferrailage est préparé à l'avance, mais, en raison des étais, les fers d'une poutre ne peuvent être assemblés à l'avance. Les jonctions avec les fers déjà en place des phases terminées, se font par recouvrement et soudure afin de diminuer la longueur de ces recouvrements.

— Pendant le durcissement de la poutre on procède à l'exécution d'une autre phase. En utilisant du H R 1, on a pu mettre les poutres en pression dans chaque phase au bout d'une dizaine de jours. Ainsi, les étais, vérins et fers sont rapidement disponibles pour une autre phase.



FIG. 28. — Mise en place d'un chariot. Le coffrage des fonds des poutres prend appui sur les chariots. Sur la tête du vérin on distingue une plaque d'appui.



FIG. 29. — Ferrailage des poutres.

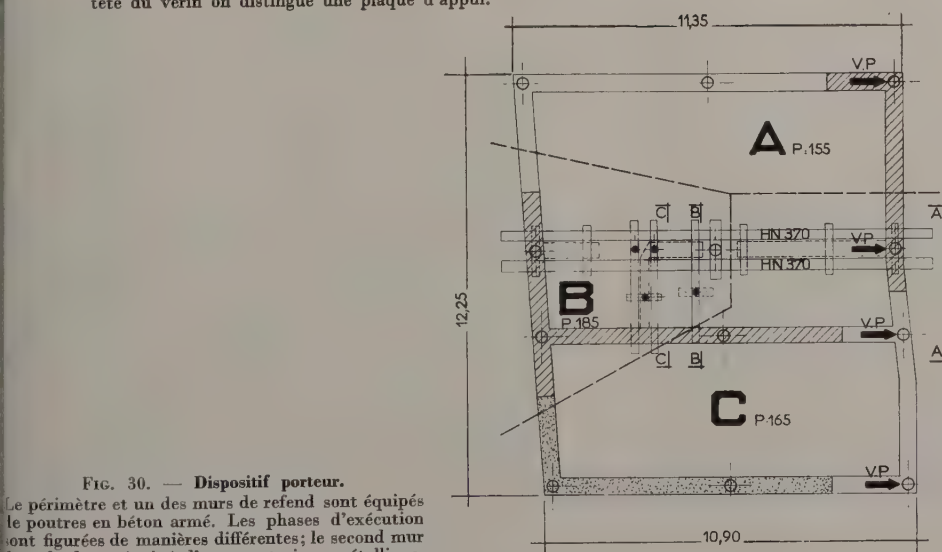
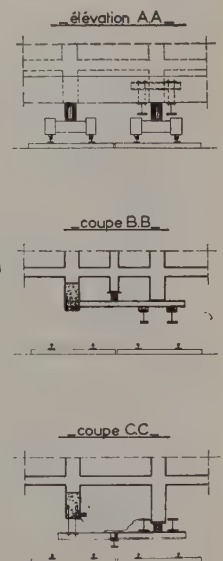


FIG. 30. — Dispositif porteur. Le périmètre et un des murs de refend sont équipés de poutres en béton armé. Les phases d'exécution sont figurées de manières différentes; le second mur de refend est équipé d'une poutraison métallique.



Quand tout le béton est durci, l'immeuble se trouve ainsi reposer sur tous les vérins et on réalise, seulement à ce moment, les connexions hydrauliques permettant de constituer les trois groupes. Si les calculs sont corrects, en pompant dans ces trois groupes on doit voir les écrous des vérins se libérer en même temps. Ceci fut le cas de Livry-Gargan. A partir de ce moment, l'immeuble flotte littéralement sur l'huile et ceci jusqu'à la fin du trajet.

Les problèmes de poussées et de contreventements ne posaient pas de difficultés spéciales, les dispositifs adoptés sont représentés sur la figure 30.

DÉROULEMENT DES OPÉRATIONS

Les travaux préparatoires (terrassements et fondations nouvelles) et la construction en sous-œuvre des poutres ont été menés simultanément. Ils ont duré deux mois (juin et juillet 1958).

La première translation a eu lieu le 2 août 1958, la vitesse moyenne était d'environ 5 m à l'heure. Compte tenu de quelques arrêts nécessaires pour certaines vérifications, le trajet a été achevé vers 4 heures de l'après-midi.

Il a fallu ensuite pivoter les douze chariots et les placer sur leurs voies courbes. Ces voies avaient été préparées et cintrées à l'avance, mais leur mise en place ne pouvait être faite qu'après enlèvement des voies rectilignes qui étaient dans le même plan, c'est-à-dire au fur et à mesure du soulèvement des chariots. Une difficulté notable est provenue du fait que le centre de rotation était inaccessible. Aussi, le réglage de chaque voie devait être fait au moyen de deux points (départ et arrivée) et du rayon. Par ailleurs, le soulèvement ne présentait aucune difficulté, les massifs très larges avaient

été prévus, soit incorporés dans les fondations, soit isolés. Les connexions ont parfaitement fonctionné, comme on peut s'y attendre dans le cas d'un immeuble haut.

L'ensemble de cette opération dura environ huit jours. La rotation s'effectua en une journée également. Ceci paraît beaucoup car la longueur du plus grand arc parcouru par le chariot extérieur était d'environ 6 m. Mais là, des arrêts fréquents ont été nécessaires pour rectifier les voies, surtout vers la fin, car il faut bien reconnaître que nous n'avions pas réussi à les placer d'une manière parfaitement concentrique.

A ce sujet, signalons au passage que dans un cas similaire, où les petits rayons seraient inférieurs à une dizaine de mètres, le roulement des chariots deviendrait très difficile. Dans ce cas, il convient de remplacer les chariots par des sortes de traîneaux. Le glissement



FIG. 32. — Rotation des chariots.
Confection des voies courbes en sous-œuvre.



FIG. 31. — Translation.



FIG. 33. — Rotation de l'immeuble.

roduit des résistances plus grandes que le roulement, mais le moment de ces forces situées près du centre de rotation est faible. Par contre, le problème de guidage est simplifié, il suffit de donner aux surfaces glissantes une grande marge de sécurité et bien maintenir cet ensemble en place par les contreventements de changement de plan.

Avant d'en terminer avec cet immeuble, signalons une particularité intéressante :

L'Administration s'était réservée le droit de maintenir l'immeuble en service pendant toute la durée des travaux, à l'exception des courtes périodes de roulement. En entendu, elle supportait les conséquences de cette mesure, mais évitait ainsi les doubles déménagements de tous les habitants et surtout des deux fonds de commerce qui sont installés au rez-de-chaussée.

Pour maintenir ainsi les locaux habitables, il fallait surer les accès, le raccordement provisoire à tous les réseaux, eau, électricité, égouts et ceci notamment pendant la période d'arrêt à l'emplacement de la rotation des chariots.

Le problème le plus délicat fut le maintien en service des deux chauffe-eau, dont un pour la coiffeuse. Ils ont été suspendus au milieu des caves. Ainsi, ils ont suivi le déplacement sans dommage.

La rentabilité d'une telle opération s'est révélée très intéressante et, à défaut d'un bilan, dont nous, entreprise, n'avons pas tous les éléments en main, j'en donnerai comme preuve, le fait que presque tous les services qui ont fait appel à ces techniques les envisagent maintenant d'une manière systématique pour leurs projets futurs.

Vous avez pu constater que ce dernier immeuble est moins important que les précédents au point de vue poids. Mais son intérêt est considérable car il représente un cas type. Dans les villes ou leurs banlieues, ce genre d'immeuble se rencontre fréquemment et jusqu'à présent, en raison de la crise du logement, on recule souvent devant les opérations qui les condamnent.

Conclusions

Avant de conclure d'une manière générale, je vais ouvrir une parenthèse sur un problème légèrement différent, mais qui a de sérieux rapports avec ces déplacements.

L'Institut Technique a publié récemment ⁽¹⁾ tout un ensemble d'études sur les tassements miniers et dégâts du sol (mesures, théories, méthodes de protection, etc...). En quelque sorte, on pourrait ajouter un chapitre à toutes ces considérations : Que faire des immeubles endommagés ou même menacés quand toutes les autres mesures sont épuisées?

Nous avons souvent été frappés par la similitude des problèmes à résoudre dans de tels cas et dans les déplacements. Il est certain que depuis très longtemps, on a

pris des dispositions spéciales pour les constructions importantes dans les régions minières, mais tous les procédés et expériences que nous avons accumulés peuvent rendre à ce sujet les plus grands services. C'est bien ce qu'ont pensé aussi, en beaucoup de cas, les services intéressés.

Entre autres, nous commençons actuellement un travail considérable dans le bassin houiller du Nord. Il s'agit de couper de ses fondations et de maintenir en service, malgré des tassements prévus, importants et irréguliers, un ensemble de bâtiments industriels, dont le plus lourd pèse 35 000 t. Nous espérons vous reparler plus tard de cette réalisation.

Ainsi, qu'il s'agisse de déplacements « sur place » ou de déplacements effectifs, vous voyez que le domaine des possibilités est immense. Quand un projet quelconque rencontre comme obstacle des constructions de toutes natures, on doit maintenant étudier d'abord la possibilité du déplacement. Bien sur, il arrivera que des questions techniques fassent rejeter la solution, c'est le plus souvent le manque d'emplacement convenable. Plus fréquemment ce seront des raisons économiques. Les immeubles frappés seront vétustes et on ne jugera pas intéressant de les conserver. Mais il restera un grand nombre de cas où le déplacement apportera une solution très satisfaisante en réalisant des économies, en permettant un gain de temps souvent considérable. De plus dans les constructions industrielles, la continuité de l'exploitation est souvent maintenue et dans les habitations les problèmes humains sont résolus avec beaucoup plus de facilité.

Comme vous avez pu le constater je n'ai, au cours de mon exposé, cité que très peu de noms, cherchant uniquement à vous parler techniques, mais maintenant, je pense qu'il est bon de terminer par quelques remerciements.

D'une part, aux clients qui nous ont fait confiance, aussi bien dans l'Administration que dans l'industrie privée. Les ingénieurs qui se lancent dans de telles opérations et surtout au début, ont un grand mérite, car ils prennent vis-à-vis de leurs firmes ou de leurs Administrations de grandes responsabilités et, dans la défense bien comprise de leurs intérêts ils rejettent la solution de facilité — détruire et reconstruire qui est sans risques.

D'autre part, dans notre Firma, je tiens à remercier ici, M. Olsen, qui fût Directeur Technique de notre Société pendant toute cette période et qui a couvert de son autorité et pris sous sa responsabilité tous ces travaux.

Je remercie également toute l'équipe qui collabore à ces travaux, au bureau : MM. Naville et Malteste; au chantier : MM. Hansen, Fournier, Desbois et leurs adjoints : Larguier, Rodriguez, Bouteiller. Toutes ces personnes venues d'horizons totalement différents, les uns du chantier, les autres de la planche à dessin, ou même de l'atelier, ont maintenant un point commun : elles sont devenues « déplaceurs d'immeubles » c'est-à-dire qu'elles ont acquis un ensemble de connaissances bien particulières, une expérience sûre, une méthode de travail pleine de prudence et d'audace et surtout cet enthousiasme pour leur tâche, qui seul permet les grandes réalisations.

(1) Journées de la mécanique des roches. Pressions et mouvements des terrains. Ann. de l'ITBTP., mai 1968, n° 126, Travaux publics (49).

DISCUSSION

M. LE PRÉSIDENT. — Il me reste maintenant à remercier M. Prévost, mais je vais demander si quelqu'un d'entre vous à des questions à poser au conférencier ?

M. CERESA. — A combien revient la t/km de transport ?

M. PRÉVOST. — On ne peut le dire que par immeuble. Je peux vous donner des indications sur les prix des déplacements qui ont été faits. Mais la t/km en général, c'est assez difficile.

Pour le déplacement de Livry-Gargan, le plus récent, le prix forfaitaire était de 14 800 000 F. Il y a eu une révision des prix pendant la période des travaux ; à cela s'ajoutent les fondations nouvelles. Pour un immeuble d'habitation comme celui-là c'est extrêmement rentable.

Le déplacement de l'usine est déjà plus ancien. Le forfait était de 56 millions, y compris une petite révision qui avait été d'ailleurs acceptée bénévolement en une période de « blocage ».

Ce qui est certain c'est que pour les petits pavillons, surtout isolés, on arrive à peu près à la valeur vénale.

M. RAYMOND. — Est-ce que le problème de la garantie décennale est considéré ?

M. PRÉVOST. — Non. Il n'y a pas de raison, parce qu'on a déplacé un immeuble qui était à bout de garantie qu'il en reprenne une nouvelle.

M. RAYMOND. — Supposons que l'immeuble soit en cours de garantie, la garantie reste à courir.

M. PRÉVOST. — Je pense qu'alors l'entrepreneur qui l'a fait s'arrangerait pour qu'elle tombe.

M. RAYMOND. — Toutes les infrastructures étant reprises, une nouvelle garantie devrait être reprise.

M. PRÉVOST. — Les fondations nouvelles sont un travail neuf, et s'il arrivait quelque chose à cause d'elles, la garantie décennale jouerait. Ce n'est d'ailleurs pas obligatoirement l'entreprise qui fait le déplacement qui a réalisé les fondations.

Évidemment s'il se produisait quelque chose dans l'immeuble on aurait à rechercher la cause des dégâts, aussi il est prudent de traiter les fondations nouvelles d'une manière très large.

M. le Président. — Je crois que nous avons à remercier M. Prévost de sa très intéressante conférence et surtout à le remercier de la façon si claire dont il nous l'a exposée.

Sa façon de porter le bâtiment à déplacer sur trois points de manière à avoir toujours un équilibre qui ne soit jamais hyperstatique est certainement une des choses qui ont facilité tous ces déplacements.

(Reproduction interdite.)

Douzième Année.

N° 141

SEPTEMBRE 1959

DOCUMENTATION TECHNIQUE

141

RÉUNIE EN AVRIL 1959

SERVICE DE DOCUMENTATION

L'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics peut en général fournir la reproduction *in extenso* des documents figurant à l'index analytique de documentation : sur microfilms négatifs de 35 mm ou peuvent être lus en utilisant soit un agrandisseur photographique instantané, soit un lecteur de microfilms ou sur papiers positifs pour lecture directe.

Les demandes de documents doivent comporter le numéro d'ordre figurant en tête de l'analyse, le titre du document et le nom de l'auteur.

Prix des reproductions photographiques (port en sus) :

Microfilms — la bande de 5 images	250 F
Positifs sur papier — la page :	
Format 13 × 18	110 F
18 × 24	130 F
21 × 27	170 F

Minimum de perception..... 350 F

Ces prix sont susceptibles de variation.


Pour tous renseignements s'adresser à l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics,
6, rue Paul-Valéry, Paris-XVI^e.

I. — INDEX ANALYTIQUE DE DOCUMENTATION

Les références de chaque article sont données dans l'ordre suivant : Numéro d'ordre, titre de l'article, nom de l'auteur, nom de la revue, date, numéro du fascicule, nombre de pages, nombre de planches.

Sauf indication contraire, les documents signalés sont rédigés dans la langue de leur titre original, qui est reproduit entre parenthèses, à la suite de la traduction de ce titre en français.

B — ARCHITECTURE ET URBANISME

 1-141. L'implantation des usines. Questions à résoudre. ALLUSSON (R.); Edit.: *Edits Entrepr. mod.*, Fr. (1957), 1 vol., 77 p., 9 réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2643 b au chapitre II « Bibliographie » de la D.T. 138. — 0.9/59. CDU 725.4 : 721.01/5 (03).

Les analyses sont publiées dans l'ordre des rubriques de la classification du système CORDONNIER, établie pour le rangement du fichier de documentation de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics et elles comportent une indexation suivant la notation de la Classification Décimale Universelle (CDU).

C — SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

2-141. Notes et formules du technicien. I. — NACHTERGAAL (A. et C.); Edit.: A. de Boeck, Belg. — *Librair. Des-forges*, Fr. (1958), 4^e édit., 1 vol., 762 p., 1496 fig. — Voir analyse détaillée B. 2649 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.77/59.
CDU 62 : 51 : 53 (03).

Ca RÉSISTANCE
DES MATÉRIAUX

3-141. Cours pratique sur la statique des constructions. I. II. (Praktische Baustatik). SCHREYER; Edit.: B. G. Teubner, All., 2 vol. I. (1957), 10^e édit., viii + 163 p., 272 fig. réf. bibl. — II. (1958), 8^e édit., vi + 245 p., 433 fig. — Voir analyse détaillée B. 2613 h au chapitre II « Bibliographie » de la D.T. 138. — 0.14/59, 0.15/59.
CDU 624.01/4 : 539.3/5 (03).

4-141. Répartition des différents efforts s'exerçant sur la surface d'un pieu soumis à une poussée horizontale (Repartitia eforturilor pe suprafața laterală a unui pilot supus la sarcini orizontale). DUMITRESCU (I.), ANASTASIU (D.), TEODOSIU (C.), Rev. Constr. Mater. Constr., Roum. (1958), n° 8, p. 440-446, 15 fig., 12 réf. bibl. — Considérations théoriques basées sur les résultats de mesures extensométriques effectuées lors de l'essai d'un pieu métallique tubulaire. — E. 55360.
CDU 624.042/3 : 624.155 : 69.001.5.

5-141. Une théorie de la répartition des charges pour les grils de poutres de pont sans résistance à la torsion dans différentes conditions d'appui. I. II. (fin). (A load distribution theory for non-torsion bridge grillages with various support conditions). ROWE (R. E.); Civ. Engng Publ. Works Rev., G.-B. (nov. 1958) vol. 53, n° 629, p. 1271-1272, 3 fig., 3 réf. bibl.; (déc. 1958), n° 630, p. 1405-1407, 7 fig. — E. 55513, 56017.
CDU 624.04/42 : 624.072.8 : 624.21.

6-141. L'effet de voûte dans les dalles en béton armé (Arching action in reinforced concrete slabs). OCKLESTON (A. J.); Struct. Engr. G.-B. (déc. 1958), vol. 36, n° 12, p. 408-411, 2 fig., 4 réf. bibl. — Discussion de l'art. de Struct. Engr., G.-B. (juin 1958), n° 6, p. 197-201, analysé dans notre DT. 135/136 de mars-avr. 1959, art. 14. — E. 55755.
CDU 624.043 : 624.073 : 624.012.45.

7-141. Phénomènes de vibrations dans les ouvrages hydrauliques (Rezgésjelenségek a vízépítési mutargyakon). STOLLMAYER (A.); Hidrol. Közöny, Hongr. (août 1958), n° 4, p. 282-289, 13 fig., 5 réf. bibl. (résumés russe, anglais). — Exposé reprenant les conclusions de communications et de rapports d'essais sur modèle portant notamment sur l'étude des vibrations de divers types de vannes. — E. 55695.
CDU 534 : 626.02.

8-141. Nouveau procédé pour la détermination des fréquences propres des portiques multiples à nœuds rigides (Un procedeu nou în determinarea frecvențelor proprii ale cadrelor multiple cu noduri fixe). SCHÄFFER (H. S.); Stud. Cerc. Mec. aplic., Roum. (1958), n° 2, p. 435-456, 16 fig., 9 réf. bibl. (résumés russe, français). — On détermine la fréquence de vibration d'une seule barre convenablement choisie, ce qui fournit une bonne valeur approchée de la fréquence du système complet.

Une méthode de récurrence permet ensuite d'améliorer l'approximation. — E. 55551.
CDU 534 : 624.072.33 : 624.078.

9-141. Charge de flambement approchée des poteaux métalliques à section ouverte. (Approximate buckling loads of open columns). YU-KWENG M. LIN; Proc. A.S.C.E. (J. Engng Mechan. Div.), U.S.A. (oct. 1958), vol. 84, n° EM4, Pap. n° 1793, 22 p., 7 fig., 7 réf. bibl. — Equation générale permettant de calculer les charges de flambement de poteaux à section ouverte et à parois minces. Etude des effets combinés du flambement par torsion et du flambement par flexion. Mode de résolution de l'équation. — E. 55482.
CDU 624.075.2 : 624.072.3 : 621.77.

10-141. Détermination des charges critiques pour le calcul des chandelles de section non uniforme (Calculation of critical loads for struts of non-uniform section). ORMEROD (A.); Civ. Engng., Publ. Works Rev. G.-B. (déc. 1958), vol. 53, n° 630, p. 1387-1388, 8 fig. — Présentation d'une méthode plus précise que la méthode utilisant l'énergie de déformation, généralement utilisée. — E. 56017
CDU 624.04 : 624.072.3 : 624.078.8.

11-141. Déformations plastiques de plaques annulaires sous des charges dynamiques (Plastic deformations of annular plates under dynamic loads). MROZ (Z.); Archiv. Mechan. Siosowanej, Pol. (1958), t. 10, n° 4, p. 499-516, 6 fig., 12 réf. bibl. — Etude d'une plaque annulaire simplement appuyée sur son bord extérieur et soumise à l'action dynamique d'une charge transversale uniforme, ou d'un effort de cisaillement appliqué à sa périphérie interne. — E. 55610.
CDU 624.044 : 534/39.5 : 624.073/78.

Cac n Procédés de calcul.

12-141. Sections annulaires en béton armé (Tables et graphiques pour le calcul rapide des canalisations, cheminées, réservoirs) (Sezioni anulari in cemento armato). Tabelle e grafici per il calcolo rapido di tubi, camini, serbatoi). PERUCCI (G.); Edit.: Vitali e Chianda, Ital. (1958), 1 vol., 31 p., 9 fig., 8 pl. h.-t. — Voir analyse détaillée B. 2613^a au chapitre II « Bibliographie » de la D.T. 138. — 0.133/58.
CDU 624.04 : 624.974.7 : 624.012.45 (03).

13-141. Calcul des voiles minces de révolution, compte tenu de la continuité (Calculul plăcilor curbate subțiri de rotație tinind seama de continuitate). SOARE (M.); Rev. Constr. Mater. Constr., Roum. (1958), n° 6, p. 328-339, 10 fig., 17 réf. bibl. — Etude des déformations d'une coupole sphérique, d'un cylindre circulaire, et d'un anneau de ceinture, considérés isolément comme soumis à des efforts uniformément répartis. Examen du cas où ces éléments assemblés forment une seule surface. Avantages du calcul de cet ensemble par la méthode des déformations. Tableaux et abaques correspondants. E. 54627.
CDU 624.04 : 624.074.4 : 624.078.

14-141. Calcul des voiles cylindriques (Die Berechnung der Zylinderschalen). AAS-JAKOBSEN (A.); Edit.: Springer-Verlag, All. (1958), 1 vol., xii + 160 p., 30 fig. — Voir analyse détaillée B. 2668 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.80/59.
CDU 624.04 : 624.074.4/7 (03).

15-141. Calcul à la rupture des portiques métalliques (Plastic design of steel frames). BEEDLE (L. S.); Edit.: John Wiley and Sons, Inc., U.S.A. (1958), 1 vol., xiii + 406 p., nombr. fig. — Voir analyse détaillée B. 2613 d au chapitre II « Bibliographie » de la D.T. 138. — 0.35/59.
CDU 624.04 : 539.5 : 624.072.33 : 624.014 (03).

16-141. Tables pour le calcul des constructions en bois (Tabeln für den Ingenieur-Holzbaue). BERG (E.); Edit.: VEB Verlag Technik, All. (1958), 3^e édit., 1 vol., 62 p., nombr. fig. — Voir analyse détaillée B. 2613 f au chapitre II « Bibliographie » de la D.T. 138. — 0.66/59.
CDU 624.04 : 624.011.1 : 518 (03).

17-141. Etude et calcul des ouvrages métalliques. T. I. — Principes fondamentaux de la construction métallique (Entwurf und Berechnung von Stahlbetonbauten. Erster Band — Grundlagen des Stahlbaues). — Strüssi (Fr.); Edit.: Springer-Verlag, All. (1958), 1 vol., xi + 577 p., 524 fig. — Voir analyse détaillée B. 2669 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.27/59.
CDU 624.014.2 : 624.04/7 (03).

18-141. Calcul par approximations successives des parois de réservoirs circulaires en béton armé (Successive approximations applied to the design of walls of circular reinforced concrete tanks). MIERISCH (R. J.); J. Instn Engrs Austral., Austral. (oct.-nov. 1958), vol. 30, n° 10-11, p. 299-307, 12 fig., 1 réf. bibl. — Présentation d'une méthode applicable aux réservoirs à parois minces, inspirée de la méthode de E. P. Porov pour le calcul des poutres sur fondations élastiques. — E. 56098.
CDU 624.04 : 628.13 : 624.012.45.

19-141. Formules de flambement pour le dimensionnement des pylônes métalliques. (Formulas de encurvadura para o dimensionamento de postes metalicos). D'ARCA E LIMA (J.); Lab. nacion. Engria civ. (Minist. Obras publ.), Portug. (1957), Mém. n° 110, 16 p., 4 fig., 9 réf. bibl. (résumés français, anglais). — Etat actuel du problème; présentation de deux procédés recommandés pour le calcul des pylônes de lignes électriques à haute tension, assemblés par boulons. — E. 56966.
CDU 624.04 : 624.97 : 624.014.2 : 621.316.

20-141. Calcul des ossatures au moyen de calculatrices électroniques. Emploi de la méthode généralisée des rotations pour le calcul des ossatures constituées de grils de membrures (Structural frame analysis by electronic computer. Grid frameworks resolved by generalised slope-deflection). LIGHTFOOT (E.), SAWK F.; Engineering, C.-B. (2 jan. 1959), vol. 187, n° 4843, p. 18-20, 6 fig., 6 réf. bibl. — E. 56171.
CDU 624.04 : 624.072.33 : 518.621.38.

21-141. Méthode de calcul de quelques types de constructions dans l'espace (en russe) ТЩА-ВОВ (Т.); Ann. Inst. Génie civ., U.R.S.S. (1956) t. 8, Livre I, p. 13-50, 36 fig. (résumé allemand). — Calcul statique de constructions dans l'espace constituées de deux fermes ou poutres en treillis identiques et parallèles, et d'un contreventement appliqué aux nœuds de leurs membrures supérieures. — E. 55688.
CDU 624.04 : 624.074.5 : 624.078.8.

22-141. Dimensionnement optimum des sections en béton précontraint (Dimensionamiento optimo de secciones de hormigon pretensado). URCELAY (J. M.); Cons. sup. Investig. Ci.

Tit. tec. Constr. Cimento, Esp. (1958), 93, 104 p., 48 fig. (résumés français, anglais, allemand). — Etude théorique du problème de la poutre droite à section en I en béton précontraint, dont l'énoncé général est le suivant : connaissant l'effort appliqué à l'armature de précontrainte, déterminer l'emplacement de la armature et les sections des armatures de contraintes, de telle sorte que le total des sections soit minimum, et que la rupture se produise pour des moments donnés. Discussion. Applications. — E. 55409.

CDU 624.04 : 624.072.2 : 624.012.46.

23-141. Calcul des poutres à variations continues de section (Pruty s nahlou pou pruzru). HOREJSI (J.); Edit.: *Statni Vydavatelství Tech. Liter.*, Tchecosl. (1958), 1 vol., 159 p., nombr. fig. — Voir analyse détaillée B. 2673 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.52/59.

CDU 624.04 : 624.072.2 (03).

5-141. Emploi d'un portique continu de substitution pour le calcul de la traverse en tre Vierendeel d'un portique à nœuds (Using a substitute frame for analysing Vierendeel girder). BANNISTER (A.); *Engng Publ. Works Rev.*, G.-B. (nov. 1958), vol. 53, n° 629, p. 1268-1270, 8 fig., 1 réf. bibl. — E. 55513.

CDU 624.04 : 624.072.33 : 624.078.

5-141. Calcul du poids minimum des poutres supposés soumis aux charges d'accommodation (Minimum weight of frames under load). HEYMAN (J.); *Proc. S. C. E. (J. Engng Mech. Div.)*, U. S. A. (1958), vol. 84, n° EM4, Pap. n° 1790, p. 15 fig., 5 réf. bibl. — On entend par accommodation, la stabilisation du diagramme contrainte-déformation d'un matériau après un certain nombre de cycles chargement-déchargement au-delà de la limite élastique. — On expose le calcul du poids minimum des poutres soumis, d'une part à des charges statiques, d'autre part à des charges variables. Exemple numérique, comparaison des résultats pour les deux types de charges. Présentation de la méthode de calcul par itération pour un type d'un degré de complexité quelconque. Discussion. — E. 55482.

CDU 624.04 : 539.5 : 624.072.33.

6-141. Emploi de calculatrices pour le calcul de la rupture des portiques métalliques (Automatic minimum weight design of steel frames). HEYMAN (J.), PRAGER (W.); *J. Franklin Inst.*, U. S. A. (nov. 1958), vol. 266, n° 5, p. 339-364, 8 fig., 10 réf. bibl. — Présentation de la méthode dite du poids minimum qui a été mise au point par les services de recherches de l'International Business Machines Corporation (I. B. M.) de New-York. — Exposé théorique avec exemple numérique simple. Etude de la validité générale de la méthode. — 55767.

CDU 624.04 : 539.5 : 518 : 624.072.33 : 624.014.2.

7-141. Le calcul des poutres continues sur appuis élastiques. I. II. (fin). (The analysis of continuous beams on elastic supports). ADANI (B. N.); *Civ. Engng publ. Works Rev.*, G.-B. (déc. 1958), vol. 53, n° 630, p. 1389-1412, 6 fig., 9 réf. bibl.; (jan. 1959), vol. 54, n° 631, p. 85-87, 9 fig., 4 réf. bibl. — Présentation d'un procédé de calcul (modification de la méthode de Kani). — E. 56017. 56407.

CDU 624.04 : 624.072.2 : 624.075/8.

8-141. Calcul élastique des portiques à nœuds inclinés (à un ou plusieurs étages) et des poutres de hauteur variable. I. II. (fin). (Elastic analysis of open frame cantilevers of variable depth). LIGHTFOOT (E.); *Engng Publ. Works Rev.*, G.-B. (nov. 1958), vol. 53, n° 629, p. 1275-1277, 8 fig., 10 réf. bibl.; (déc. 1958), n° 630, p. 1411-1412,

2 fig., 1 réf. bibl. — Présentation d'une méthode qui est la généralisation de la méthode connue de la répartition des moments « sans cisaillement », utilisée pour le calcul des ossatures à étages multiples à travée unique, dans lesquelles les poteaux ont la même rigidité à chaque étage. — E. 55513, 56017.

CDU 624.04 : 624.072.33 : 624.074.7.

29-141. Corniches constituées de cornières assemblées par boulons. Exposé des méthodes utilisées pour le calcul de ces éléments, notamment de ceux employés pour les pylônes de lignes haute tension (Bolted angle struts. A review of existing design methods, with particular reference to transmission towers). GREGORY (M.); *Water-Power*, G.-B. (jan. 1959), vol. 11, n° 1, p. 25-27, 5 réf. bibl. — Etude des causes de rupture de ces éléments comprimés ou tendus. Commentaires sur la norme britannique B. S. 449 (1948). — Examen des différentes méthodes de calcul, et des procédés empiriques de dimensionnement. — E. 56146.

CDU 624.04 : 624.071/78.8/78.2.

30-141. Calcul des barrages-voûtes par résolution d'équations linéaires. I. II. (fin). (MLADYENOVITCH (V.), TONINI (D.); *Travaux*, Fr. (déc. 1958), n° 290, p. 1037-1043, 11 fig. (mai 1959), n° 295, p. 332-334, 1 fig. — Etude de la méthode dite « Trial Load » mise au point par le Bureau of Reclamation des U.S.A., et présentation d'une nouvelle méthode perfectionnée supprimant les tâtonnements de la méthode « Trial Load »; cette nouvelle méthode permet de déterminer directement avec le degré de précision voulu tous les déplacements aux points d'intersection des arcs avec les consoles. — E. 55869, 57847.

CDU 624.04 : 627.8 : 624.074.3.

31-141. Répartition de la charge hydrostatique des barrages-voûtes cylindriques. (La ripartizione del carico idrostatico nelle dighe a volta cilindrica). DATEI (C.); *Energ. elettr.*, Ital. (nov. 1958), vol. 35, n° 11, p. 1045-1052, 12 fig., 2 réf. bibl. — Présentation d'une méthode de calcul dans laquelle on suppose que le barrage est décomposé en arcs et consoles. — Exemple d'application. — E. 56140.

CDU 624.042 : 627.8 : 624.074.7.

32-141. Sur les systèmes conjugués et leur utilisation dans la construction des lignes d'influence. GHEORGHIU (A.); *Ann. Ponts Chauss.*, Fr. (nov.-déc. 1958), n° 6, p. 807-861, 23 fig., 6 réf. bibl. — L'étude est basée sur une remarque générale d'après laquelle, si l'on assimile les vecteurs-rotations d'un système élastique à des forces et les vecteurs-déplacements à des moments, le système de forces ainsi défini est en équilibre. Il est donc possible d'associer à tout système élastique soumis à un système de charges donné un système conjugué dont les charges sont définies à partir des déformations du premier système. Cette association est réciproque, le premier système étant le conjugué du second. La présente étude examine en détail, avec applications numériques, deux cas particuliers : constructions planes se déformant dans leur plan (poutres à plan moyen); constructions planes se déformant perpendiculairement à leur plan. — E. 55878. CDU 624.04/42/43/44.

Caf Essais et mesures.

33-141. Etude de dalles de ponts de chemin de fer en béton armé grandeur nature. Essais en laboratoire et « in situ ». (Investigation of full-size reinforced concrete railway bridge slabs. Laboratory investigation. Field investigation of reinforced concrete railway bridge slabs). BULL. *Amer. Railw. Engng Ass.*, U. S. A. (juin-juil. 1957), vol. 59, n° 537, p. 133-241, nombr. fig., 11 pl. h.-t. — Exposé détaillé d'essais de résistance et de mesures de con-

traintes et de déformations de dalles en béton armé et en béton précontraint, pour différents cas de mode de calcul, de type d'armatures, de qualité de béton, de mise en place des armatures, de réalisation de la précontrainte, de dimensions des dalles, de chargement. Appareillage et méthodes d'essais. Nombreux tableaux de résultats. Observations et conclusions. — E. 51250.

CDU 69.001.5 : 624.073 : 624.012.45/6 : 624.21 : 625.1.

34-141. Etude sur modèle réduit de la force d'ancrage des plaques enterrées verticales ou inclinées (Zdolnosć kotwiaci pływ pionowych i ukośnych pogazonych w gruncie w świetle dowiadzeń modelowych). HÜCKEL (St.); *Archiv. Hydrotech.*, Pol. (1958), t. 5, n° 3, p. 401-458, 60 fig., 8 réf. bibl. (résumés français). — Compte rendu de deux cent cinquante essais effectués à l'Institut de Recherches hydrauliques de l'Académie des Sciences à Gdansk. — E. 56384.

CDU 624.156 : 691.88 : 69.001.5.

35-141. Recherches expérimentales sur les coefficients de dilatation d'aggrégats, de bétons, de mortiers et de pâtes de ciment. (Ricerche sperimentali sui coefficienti di dilatazione di inerti, calcestruzzi, malte e paste di cemento). PALMIERI (A.); *Energ. elettr.*, Ital. (déc. 1958), vol. 35, n° 12, p. 1195-1215, 41 fig., 14 réf. bibl. — Résultats des études effectuées par de nombreux expérimentateurs. — Description des méthodes et de l'appareillage utilisés au Laboratoire de l'Institut de Constructions et Installations spéciales hydrauliques, pour la détermination du coefficient de dilatation. Résultats d'une première série d'expériences relatives à la mesure des coefficients de dilatation de nombreux types de roches. — E. 56501.

CDU 620.16 : 691.322 : 666.971/972.

36-141. Résistance à la flexion dans un plan horizontal de murs en maçonnerie d'agglomérés creux de béton (Flexural strength of hollow unit concrete masonry walls in the horizontal span). LIVINGSTON (A. R.), MANGOTICH (Ed.), DIKKERS (R.); *Iowa State College Bull. (Iowa Engineering Experiment Sta.)* (11 juin 1958), vol. 57, n° 2 (Engng Rep. 29), 18 p., 19 fig. — Essais exécutés au Laboratoire expérimental de l'Iowa sur 24 murs formés de divers agglomérés liés par des mortiers de composition différente. Matériaux utilisés. Construction des murs. Méthodes d'essai appliquées. Résultats. Discussion et conclusions. — E. 55046.

CDU 539.4 : 69.022.3 : 693.2 : 624.072.2.

37-141. Comptes rendus de la Société pour l'Etude expérimentale des Contraintes. (Proceedings of the Society for experimental Stress Analysis). — *Soc. experim. Stress Analysis*, U. S. A. (1958), vol. 16, n° 1, xii + 198 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2658 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.60/59.

CDU 625.043 : 620.1 : 69.001.5 (061.3).

38-141. Introduction à l'étude théorique et expérimentale des contraintes et des déformations. (Introduction of the theoretical and experimental analysis of stress and strain). DURELLI (A. J.), PHILLIPS (E. A.), TSAO (C. H.); Edit.: *McGraw-Hill Publish.* G.-B. (1958), 1 vol., xxx + 498 p., nombr. fig. — Voir analyse détaillée B. 2613 e au chapitre III « Bibliographie » de la D. T. 138. — 0.45/59. CDU 624.043/44 : 539.3 : 620.1 (03).

Ce MÉCANIQUE DES FLUIDES. HYDRAULIQUE

39-141. Etude du débit solide des cours d'eau en cas d'écoulement uniforme (Studium des Geschiebebetriebs bei gleichförmiger Strömung).

MATESCU (Cr.), KAHAN (M.), FILOTTI (A.), DELICAN (D.); *Rev. Mécan. appl.*, Roum. (1958), t. 3, n° 1, p. 25-55, 26 fig., 9 réf. bibl. — Compte rendu d'études théoriques et expérimentales sur modèles effectués au Laboratoire d'Hydraulique de l'Etat roumain, pour la détermination des caractéristiques du débit solide sur une section du Danube. — E. 55550.
CDU 532.5 : 691 : 627.15.

CI GÉOPHYSIQUE

Cib Géologie. Minéralogie.

40-141. Notions fondamentales de géologie scientifique et technique (Basic geology for science and engineering). — DAPPLES (E. C.); Edit. : John Wiley and Sons, U. S. A. (1959), 1 vol., ix + 609 p., nombr. fig. — Voir analyse détaillée B. 2655 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.57/59.
CDU 550.3 : 552/553 (03).

Cib m Étude des sols.

41-141. Tendances et progrès récents dans l'étude des problèmes géotechniques (Orientamenti e progressi recenti nello studio di problemi geotecnici). — JAPPELLI (R.), SAPIO (G.); *Energ. elettr.*, Ital. (nov. 1958), vol. 35, n° 11, p. 1033-1044, 75 réf. bibl. — Aperçu d'ensemble sur les développements les plus récents des recherches effectuées notamment sur le comportement des roches sédimentaires (argiles) en régime élastique et en régime plastique. — Étude particulière des problèmes de fondations, de stabilité des talus, et de mise en œuvre des palplanches. — E. 56140.
CDU 624.131.4 : 691.4 : 624.15.

42-141. Séismologie élémentaire (Elementary seismology). — RICHTER (Ch. F.); Edit. : W. H. Freeman and Co., U. S. A. (1958), 1 vol., viii + 768 p., 252 fig. — Voir analyse détaillée B. 2659 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.94/59.
CDU 550.3 (03).

Co CONDITIONS ET ÉTUDES GÉNÉRALES. SITUATION GÉOGRAPHIQUE. CONGRÈS.

Cod j Règlements. Législation.

43-141. R. E. E. F. 58. — Recueil des éléments utiles à l'établissement et à l'exécution des projets et marchés des bâtiments en France. — Vol. I. — Textes législatifs et réglementaires. — C. S. T. B., Fr., 1 vol., 673 p. — Voir analyse détaillée B. 2646 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.56/59. A.
CDU 69.001.3 : 721.35 (44) (03).

Cod l Normalisation.

44-141. Normes A. S. T. M. pour les matières plastiques. Spécifications, méthodes d'essais, nomenclature, définitions (ASTM Standards on plastics. — Specifications, methods of testing, nomenclature, definitions). — A. S. T. M., U. S. A. (sep. 1958), *ASTM-Committ. D-20* on plastics, 1 vol., xvi + 1085 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2652 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.72/59.
CDU 389.6 : 691.175 (73) (03).

45-141. Normes ASTM pour les agrégats minéraux et le béton, y compris les matériaux routiers sélectionnés. — Spécifications. Méthodes d'essais. Définitions (ASTM standards on mineral aggregates and concrete-with selected

highway materials. Specifications. Methods of testing. Definitions). A. S. T. M., U. S. A. (sep. 1958), *ASTM-Committ. C-9 : On concrete and concrete aggregates. — ASTM-Committ. D-4 : On road and paving materials*, 1 vol., xii + p. 445-813, nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2653 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.71/59.
CDU 389.6 : 691.3/4 : 693.5 : 620.1 (03).

46-141. Nouvelles normes soviétiques pour le béton précontraint (Asupra noilor norme sovietice pentru constructiile din beton precomprimat). DAMIAN (C.), NICULA (I.); *Rev. Constr. Mater. Constr.*, Roum. (1958), n° 10, p. 461-473, 25 fig. — Exposé commenté des normes soviétiques et comparaison avec les normes d'autres pays. — E. 55858.
CDU 624.012.46 : 389.6.

Cod m Cahiers des charges. Contrats.

47-141. Cahier des Charges des tuyaux centrifugés en béton. — Syndic. nation. Fabric. Tuyaux centrifug. Béton. — *Fédérat. nation. Fabric. Produits Béton*, Fr. (1958), 1 broch., 8 p., 8 fig. — Définition des séries; épaisseur de paroi; diamètre; longueur; joints; armature; résistance à l'ovalisation; étanchéité; prélèvement des échantillons. Coefficients de sécurité. — Le document s'applique uniquement aux canalisations à écoulement libre. — E. 56204.
CDU 621.643.2 : 693.546 : 69.001.3.

Cof Études générales. Congrès.

48-141. Conférence sur la mécanique des sols, Mexico, 9-13 déc. 1957 (Conference on soils for engineering purposes, Universidad de Mexico, Diciembre 9-13, 1957). A. T. S. M., U. S. A., ASTM Spec. tech. Publicat. STP n° 232, iv + 501 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2654 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.1/59.
CDU 624.134/138 (061.3) (72).

49-141. Colloque sur l'adhérence entre acier et béton et sur la fissuration du béton armé, Stockholm 1957. — Vol. III — Communications (Symposium on bond and crack formation in reinforced concrete, Stockholm 1957. Vol. III. — Proceedings). — *Svenska Forskningsinstitut. Cement Betong*, Suède, 1 vol., xv + 269 p., nombr. fig., nombr. fig. h.-t. — R. I. L. E. M. — Voir analyse détaillée B. 2613 au chapitre III « Bibliographie » de la D. T. 138. — 0.49/59.
CDU 693.554 : 624.078 : 69.059.2 : 620.19 : 69.001.5 (061.3).

50-141. Troisième Congrès de la Fédération internationale de la Précontrainte, Berlin 1958. — Communications (Third Congress of the Fédération internationale de la Précontrainte, Berlin 1958. — Papers). — C. A. C. A., G.-B. (1958), 1 vol., x + 766 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2661 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.74/59.
CDU 624.012 : 46 : 624.04 : 693.56 : 69.002.2 (061.3) (100).

51-141. Numéro consacré aux communications du Congrès des techniques sanitaires (climatisation) de Berlin, 1958. — *Gesundheitsingenieur*, All. (10 déc. 1958), n° 12, p. 353-388, 60 fig., 52 réf. bibl. — Texte des communications présentées et des discussions auxquelles elles ont donné lieu : Calcul des besoins de chaleur en fonction de la perméabilité à l'air des fenêtres (Wärmebedarf unter besonderer Berücksichtigung der Luftdurchlässigkeit von Fenstern). VAN ZUILEN (D.), VAN GUNST (E.); p. 353-363, 20 fig., 9 réf. bibl. — Méthodes danoises et suédoises de

calcul des besoins de chaleur dans les bâtiments (Die dänischen und schwedischen Verfahren zur Berechnung des Wärmebedarfs von Gebäuden). BECHER (P.); p. 363-369, 16 fig., 11 réf. bibl. — Règles applicables en France et en Suisse pour la conduite de ces calculs (Die französischen und schweizerischen Regeln). KAMM (H.); p. 369-376, 3 fig., 32 réf. bibl. — Refonte de la norme allemande DIN 4701 (calcul des besoins de chaleur) et motifs de cette refonte (Neufassung der DIN 4701 — wesentliche Änderungen und ihre Begründung). KRISCHER (O.); p. 376-384, 21 fig. — Discussion. KRUGER (W.); p. 385-388. — E. 56033. CDU 697.13/14 : 389.6 : 613 (061.3).

52-141. Colloque sur la conception de l'habitation sous les tropiques (Symposium on design for tropical living). — *Natal Region. Res. Comm. South Afr. Coun. sci. industr. Res. Univ. Natal* (18 oct. 1957), 1 vol., vii + 222 p., 47 fig., nombr. réf. bibl. — *Nation. Build. Res. Inst., Afr. S.* Voir analyse détaillée B. 2651 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.103/58.
CDU 728 : 628.8 (213) (061.3).

53-141. Journées internationales d'Étude des Eaux, Liège 1958. — Commission BENE-LUX de corrosion des canalisations enterrées. I. II. — Centre belge d'Étude et de Documentation des Eaux (Cebedea), Belg. (août-sep. 1958), nos 92/93, p. 237-274, 31 fig., 13 réf. bibl. — (oct. 1958), n° 94, p. 278-298, 4 fig., 14 réf. bibl. — Transport et stockage. Préparation des eaux (nov. 1958), n° 95, p. 305-322, 9 fig., 25 réf. bibl. — Préparation des eaux (suite). Stations communales en Belgique (déc. 1958), n° 96, p. 338-347, 11 fig., 3 réf. bibl. — Texte des communications présentées : Corrosion des canalisations enterrées I. (nos 92/93), M. E. LECLERC : Mesure de l'agressivité. — J. W. BOON : Recherches sur l'influence de la perméabilité des sols à l'air sur la corrosivité de ces sols. — H. GOLDSTEIN : La mesure de l'agressivité du sol. — M. POURBAIX, F. VANDERVELDEN : Corrosion et incrustation des canalisations d'eau. — L. H. LOUME KOOLJANS : La correction des eaux. — H. GOLDSTEIN : La protection de la paroi intérieure. — II (n° 94), D. TINBERGEN : Protection intérieure des canalisations de gaz. — T. SUNNEN : Protection des canalisations enterrées contre l'agressivité du sol. — R. HOFFMANN : Comportement de différents tuyaux dans des sols agressifs. — J. E. CARRIÈRE : Action des racines. — R. de BROUWER : Protection cathodique des canalisations enterrées. — R. PREVOST : Calcul des tuyauteries sous pression enterrées. — G. POIRIER : Au sujet de la rénovation d'anciens réseaux en acier dégradés par l'action des sols ou des courants vagabonds. — Transport et stockage. — Préparation des eaux (n° 95), H. GOLDSTEIN : La modernisation des tubes en acier. — G. POIRIER : La protection cathodique des canalisations en acier du Syndicat des Eaux du Nord de Chalon (Saône-et-Loire). — H. STERN : Applications de revêtements protecteurs sur les ouvrages d'eau. — A. HUBERT : Préparation des eaux. Quelques moyens d'appropriation des eaux courantes. — Préparation des eaux (suite). Stations communales en Belgique (n° 96), W. F. LORCH : La déionisation par lit mélangé de l'eau de lavage des semi-conducteurs. — L. WIRTH jr : L'utilisation des résines d'échange dans les centrales à pression supercritique et les centrales nucléaires avec réacteurs à eau bouillante. — F. COLETTE : Quelques stations communales d'épuration des eaux usées réalisées en Belgique. — E. 55554, 55778, 56009, 56439.
CDU 628.1 : 620.197 (061.3).

54-141. Sixième Congrès des Grands Barrages, New York, 1958. — Commission internationale des Grands Barrages de la Con-

Conférence mondiale de l'Energie, 3, rue de Messine, Paris, Fr. — *Question n° 23 : Emploi des agents d'aération et des matériaux pouzzoloniques dans le béton destiné aux barrages et l'influence des fines particules de sable :* 29 rapports soit en français, soit en anglais, 25 p., fig. — Rapport général présentant l'analyse des 29 rapports particuliers de 12 pays. — 6 rapports peuvent être classés en quatre groupes : ceux qui traitent des agents d'aération (12, 16, 31, 46, 51, 55, 89, 105, 109, 131); ceux qui traitent des ciment volants (1, 11, 12, 19, 29, 30, 97, 104, 119); ceux qui traitent des additions pouzzoloniques (9, 12, 35, 46, 56, 97, 99, 105, 120); ceux qui traitent de l'influence des fines particules de sable (11, 16, 17, 18, 27, 30, 46, 51, 119). — 0.57/58. CDU 627.8 (061.3) (100).

55-141. Sixième Congrès des Grands Barrages, New York, 1958. — *Commission internationale des Grands Barrages de la Conférence mondiale de l'Energie*, 3, rue de Messine, Paris, Fr. — *Question n° 21 : Observations des contraintes et des déformations dans les barrages dans leurs fondations et dans les appuis extérieurs. Comparaison de ces observations avec (les résultats) des calculs et les essais sur modèles réduits :* 61 rapports particuliers, soit en français, soit en anglais : 1307 p., 10 fig. — Rapport général condensant la matière des rapports de 17 pays. — Ces rapports traitent des méthodes et les instruments permettant de mesurer les contraintes et les déformations : Mesure des charges extérieures. — Mesure des déplacements absolus et relatifs à l'aide de méthodes géodésiques (R. 60, 63, 65, 76, 102), de la méthode de collimation (119), de la photogrammétrie (119), de pendules (116) et de clinomètres. — Mesure des déformations et des contraintes (45, 61). — Mesure des températures (59). — Observations des mouvements des joints. — Mesure des pressions interstitielles et de la teneur en eau du béton. — Étude et interprétation du comportement des barrages : problèmes concernant l'application de l'élasticité aux barrages (76, 83), statique des corps poreux saturés d'eau (79), calcul du profil sous terrain des barrages établis sur fondation perméable (134), variations de température et développement des contraintes thermiques dans les barrages (124, 74, 77) et les barrages-poids (59, 83, 71), décomposition des contraintes et des déformations observées en composantes correspondant aux différentes causes en présence (25, 26, 36, 39, 67, 70, 76, 83, 116, 118). — Ces exposés les résultats des observations; l'observation des sous-pressions (88, 114, 124, 139, 130, 136); observations des déplacements des fondations et comportement correspondant

des barrages (21, 43, 80, 111, 113, 124); observations sur les barrages en terre et en enrochement (5, 53, 116, 125, 136); observations sur le comportement des barrages en béton (25, 26, 36, 61, 83, 122); observations sur le mouvement des joints (24); observations sur les fissures dues à la température dans le béton en masse (93); observations sur les propriétés des bétons constituant les barrages (70, 72). Résultats des observations comparés aux résultats des calculs (24, 68, 69, 73, 78, 85, 103, 106, 133). Résultats des observations comparées à ceux des essais sur modèles réduits (4, 45, 74, 83, 110). Résultats des observations comparées à ceux des calculs et des essais sur modèles réduits (37, 73, 75, 78, 84, 85, 122). — 0.57/58. CDU 627.8 (061.3) (100).

56-141. Sixième Congrès des Grands Barrages, New York, 1958. — *Commission internationale des Grands Barrages de la Conférence mondiale de l'Energie*, 3, rue de Messine, Paris, Fr. — *Question n° 22 : Méthodes de compactage et teneur en eau des matériaux employés dans la construction du noyau en terre et du massif résistant des barrages en terre et en enrochements.* — 21 rapports soit en français, soit en anglais : 394 p., fig. — Rapport général et rapports particuliers de 13 pays. — Investigations de laboratoire sur les compactages des sols (10, 41, 42, 100). — Investigations de chantier sur le compactage des sols (57, 82, 95, 96). — Méthodes de compactage : pour les enrochements, roulage et vibration (6); déversement hydraulique (22), vibration (8); pour les enrochements tendres (82, 91); pour les massifs en terre, massifs de graviers et de sable (8, 42, 100, 128, 132, 139). massifs de sols cohérents (10, 54). — Teneur en eau à la mise en place (10, 18, 95, 117, 128, 132). — Spécifications de construction (44, 94, 96). — Contrôle de la mise en place (6, 41, 94, 96). — Pression interstitielle dans les massifs. Imperméables (8, 10, 42, 57, 96, 117, 128, 132). — Pression interstitielle due aux influences sismiques dans les massifs imperméables (58, 115). Tassement des barrages (6, 100). — 0.57/58. CDU 627.8 (061.3) (100).

57-141. Sixième Congrès des Grands Barrages, New York, 1958. — *Commission internationale des Grands Barrages de la Conférence mondiale de l'Energie*, 3, rue de Messine, Paris, Fr. — 24 communications diverses, soit en français, soit en anglais : 406 p., fig. — Ces communications traitent des questions ci-après : Détermination des contraintes et des déformations dans les grands barrages par le calcul (12, 20), par des essais sur modèles réduits (1, 3, 4, 17, 20), par des observations *in situ* (8, 11, 14). — Comparaison des résul-

tats obtenus par le calcul avec ceux des essais sur modèles réduits (1) et ceux de l'observation *in situ* (11). — Etude et tentative d'étanchement des infiltrations dans les terrains entourant les barrages (10, 15) ou dans les noyaux de barrages (2). — Caractéristiques de gels d'injection (7). — Etudes en laboratoire d'engins de compactage (6). — Etude d'un cas de surélévation de barrage (16). — Exposé sur plusieurs barrages : caractéristiques, méthodes de calcul et d'essais sur modèles réduits employées, travaux d'étanchement effectués, instruments de contrôle mis en place, ouvrage d'évacuation et marche des travaux (13, 18, 19, 22, 23). — 0.57/58. CDU 627.8 (061.3) (100).

58-141. Communications présentées au Trente-septième Congrès annuel de la Western Association of State Highway Officials (WASHO) à Salt Lake City, Utah, du 3 au 6 juin 1958 (Proceedings 37th Annual Conference — WASHO — Salt Lake City, Utah, June, 3-6, 1958). — *West. Assoc. State Highw. Offic.*, U. S. A. (1958), 1 vol., vii + 289 p. — (*Wyoming Highw. Departm. Headquarters Office*). — Voir analyse détaillée B. 2660 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.36/59. CDU 625.7/8 (061.3) (73).

59-141. Congrès 1958 de l'Institution des Ingénieurs civils d'Afrique du Sud. — **Part. III. — Colloque sur les routes, les pistes d'aéro-dromes et la technique des fondations** (Convention proceedings, Part. III, 1958, Symposium on roads, airfields and foundation engineering). *Trans. South. Afric. Instn. civ. Engrs.*, Afr. S. (oct. 1958), vol. 8, n° 10, p. 294-316, 15 fig., 60 réf. bibl. — B. A. KANTEY : Etat actuel de la mécanique des sols en Afrique du Sud. — L. E. COLLINS : Progrès récents relatifs à la réalisation des fondations dans les sols sujets au gonflement. — K. KNIGHT : Problèmes de fondations dans les sols sujets aux affaissements. — S. A. KLEYN : Dimensionnement rationnel des revêtements souples. — A. A. B. WILLIAMS : Recherches sur les fondations de routes. — E. 55340. CDU 624.131.54 : 625.73/85 (061.3) (68).

Col m. Annuaire. Dictionnaires. Catalogues. Bibliographies.

60-141. (Qui cherche trouve). Wer sucht, der findet (Cours d'allemand scientifique pour les vétérans). DUVAL (Cl.); *Centre nation. Rec. sci. (Enseignement tech. préparat. Rech.)*, Fr. (1955), 1 vol., 102 p. — Voir analyse B. 2648 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.65/59. CDU 03 (43) (44).

D — LES ARTS DE LA CONSTRUCTION

61-141. Formulaire pour l'étude des constructions (Bautechnische Zahlentafeln). ENDEHORST (R.); Edit. : B. G. Teubner, J. (1957), 11^e édit., 1 vol., 272 p., nombr. p. — Voir analyse détaillée B. 2613^a au chapitre III « Bibliographie » de la D. T. 138. — 0.17/59. CDU 624.01 : 624.04 (03).

62-141. Cours de construction des bâtiments. I. — (Baukonstruktionslehre). — RICK, KNÖLL, NEUMANN (Fr.); Edit. : B. G. Teubner, All. (1957), 20^e édit., 1 vol., + 210 p., 300 fig., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2613^a au chapitre III « Bibliographie » de la D. T. 138. — 0.17/59. CDU 624.01/04 : 539 3/5 (03).

Dab MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION.

Dab j Matériaux métalliques.

63-141. Métallurgie. I. II. — CHAUS-SIN (C.), HILLY (G.); Edit. : Dunod, Fr., 2 vol. : I. Alliages métalliques (1957), 3^e édit., xv + 248 p., 201 fig.; II. Elaboration des métaux (1959), 3^e édit., xiii + 212 p., 105 fig. — Voir analyse détaillée B. 2613^a au chapitre II « Bibliographie » de la D. T. 138. — 0.82/59. CDU 669 : 621.7 (03).

Dab le Liants. Chaux. Plâtre. Ciments.

64-141. Les ciments ferriques (type Ferrari) et les ciments pouzzolaniques correspondants. I. II. fin (Cementi ferrici — tipo Ferrari — e relativi pozzolanici). FERRARI (F.); *Cemento*, Ital. (sep. 1958), n° 9, p. 19-25, 118 réf. bibl.; (oct. 1958), n° 10, p. 25-30, 17 fig., 4 réf. bibl. — E. 55401, 56087. CDU 691.544/45.

Dab le s Agglomérés.

65-141. Les éléments préfabriqués de grandes dimensions et le procédé de préfabrication en grande série dit « Walzverfahren » (Grossfor-

matige Bauteile und das Walzverfahren). LANCITZ (H.); *Bauplan.-Bautech.*, All. (déc. 1958), n° 12, p. 514-519, 13 fig., 4 réf. bibl. — Etude du procédé mis au point en U. R. S. S. pour la préfabrication industrielle d'éléments pour cloisons en béton de plâtre (plâtre, agrégat et eau); organisation et équipement de l'usine, description du dispositif de manutention par transporteurs à bandes. — E. 55914.

CDU 69.002.2 : 69.022 : 666.972.5.

Dab lem r Briques. Tuiles. Poteries.

66-141. Annuaire technique 1959 de l'industrie des tuiles et briques (Ziegeleitechnische Jahrbuch 1959). HILDEBRAND (R.); Edit.: *Bauerlag*, All. (1958), 1 vol., 404 p., nombr. fig. — Voir analyse détaillée B. 2665 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.70/59.

CDU 666.7 (058.2) (43).

Dac PEINTURES. PIGMENTS.

VERNIS. PRODUITS ANNEXES

67-141. Nouvelles tables de la colorimétrie appliquée à la physiologie de la couleur. T. II. III. — BRAUN (Fr.); Edit.: *ELPI*, 16, rue Lambert Cricks, Bruxelles, Belg. (1957), 2 vol., t. II, 124 p., t. III, 136 p. — (Le t. I a paru dans notre Documentation Technique n° 130 d'octobre 1958, sous le n° 49).

0.22/58, 0.128/58. CDU 535.6 : 518 (03).

Dad PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES
DES MATÉRIAUX

68-141. Structure et propriétés des matériaux poreux (The structure and properties of porous materials). EVERETT (D. H.), STONE (F. S.); Edit.: *Butterworths sci. Publ.*, G.-B. (1958), 1 vol., xiv + 389 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2662 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.48/59.

CDU 539.2 : 694.2/3 : 532 : 533 (061.3).

69-141. Expériences sur l'écoulement de l'eau dans des masses de matériaux constitués d'éléments sphériques (Esperienze sul moto dell'acqua entro ammassi di materiali sferici). INDRI (E.); *Acqua*, Ital. (mai-juin 1958), n° 3, p. 65-76, 7 fig., 52 réf. bibl. — Texte d'un rapport présenté aux 2^{èmes} journées de l'Hydraulique de l'Association yougoslave de Recherches hydrauliques, à Bled le 29 mai 1958. — Etude expérimentale de l'écoulement de filtration dans des milieux poreux artificiels, effectuée sur des masses constituées de grains sphériques de différentes dimensions diversement assemblés. — E. 55452.

CDU 532.5 : 691 : 539.2.

70-141. Notions générales sur le choc thermique. I. II. (fin). LAPOUJADE (P.); *Silic. industr.*, Belg. (oct. 1958), t. 22, n° 10, p. 491-496, 7 fig.; (nov. 1958), n° 11, p. 578-582, 3 fig., 50 réf. bibl. — Etude de la détermination de la résistance au choc thermique des produits céramiques homogènes; possibilités d'application à l'ensemble des réfractaires. — E. 55197, 55612.

CDU 620.193 : 536 : 691.42.

Daf SÉCURITÉ
DES CONSTRUCTIONS

Daf I Corrosion.

71-141. Comportement de l'acier inoxydable en atmosphère naturelle. Rapport d'enquêtes. Interprétation. NOE (A.); *Cah. C. S. T. B.*, Fr. (sep. 1958), n° 33, cah. n° 276, p. 35-62, 27 fig., réf. bibl. — Définition et classification des aciers inoxydables. Rapport de l'Ecole d'Architecture de Princeton sur les murs-

rideaux en acier inoxydable. Essais de corrosion dans l'atmosphère de Londres. Rapport de l'A. S. T. M.; essais de corrosion atmosphérique sur les aciers alliés au chrome; étude des aciers inoxydables utilisés dans le bâtiment. Les aciers inoxydables en atmosphère marine. Essais de corrosion par l'air des aciers inoxydables en atmosphère. Résultats d'essais de corrosion par l'atmosphère d'aciers inoxydables pendant une période de quinze années. — E. 55071.

CDU 691.714 : 620.19 : 624.014.2.

Deb INFRASTRUCTURE
ET MAÇONNERIE. BÉTONS

Deb ja Consolidation du sol.

Assèchement. Drainage.

Travaux hydrologiques.

72-141. Emploi de ciment pour la stabilisation des sols (Cement-sol stabilization). *Nation. Acad. Sci. — Nation. Res. Council. (Publ. 624)*, U. S. A. (1958). *Highway Res. Board*, Bull. 198. — Texte de six communications présentées au 37^{ème} Congrès annuel du Highway Research Board des U. S. A. en janvier 1958. — D. T. DAVIDSON, R. K. KATHI, D. E. WELCH; Emploi de cendres volantes et de ciment Portland pour la stabilisation des sols, p. 1-12, 14 fig., 9 réf. bibl. — J. F. REDUS; Etude de couches de base en sol-ciment sur les aérodromes militaires, p. 13-19, 3 fig., 3 réf. bibl. — L. T. NORLING, R. C. PACKARD; Méthode d'essai simplifiée pour déterminer la quantité de ciment nécessaire pour les sols sableux, p. 20-31, 12 fig., 7 réf. bibl. — S. DIAMOND, E. B. KINTNER; Méthode rapide de détermination à l'avance de la quantité de ciment Portland nécessaire pour la stabilisation des sols plastiques, p. 32-44, 9 fig., 5 réf. bibl. — P. T. SHERWOOD; Influence des sulfates sur les argiles stabilisées au ciment, p. 45-54, 8 fig., 5 réf. bibl. — R. L. HANDY; Cimentation des minéraux des sols au moyen de ciment Portland ou d'alcalis, p. 55-64, 10 fig., 17 réf. bibl. — E. 57096. CDU 624.138 : 666.94 (061.3).

73-141. Communications du Laboratoire d'Essais de Hanovre pour les fondations et les ouvrages hydrauliques (Mitteilungen der Hannoverschen Versuchsanstalt für Grundbau und Wasserbau). — *Franziskus Inst. Techn. Hannover*, All. (1958), n° 14, 1 vol., ii + 272 p., nombr. fig., nombr. fig. h.-t., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2671 au chapitre II « Bibliographie ». — E. 56755.

CDU 624.133/138 : 627.8 : 627.15/16 : 627.2.

74-141. L'étude des travaux de drainage du sol (The design of land drainage works). BERKELEY THORN (R.); Edit.: *Butterworths sci. Publ.*, G.-B. (1959), 1 vol., viii + 233 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2663 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.78/59.

CDU 626.1/9 : 627.416 (03).

Deb ji Fondations.

75-141. Travaux de fondation (Grundbau). SCHULZE (W. E.); Edit.: *B.G. Teubner*, All. (1957), 12^{ème} édit. Best. — Nr 5200, 1 vol., vi + 181 p., 304 fig. — Voir analyse détaillée B. 2613 j au chapitre III « Bibliographie » de la DT. 138. — 0.19/59.

CDU 624.15 (03).

76-141. Fondations de pylônes pour les lignes électriques à haute tension, les installations de caténaires, et les lignes d'alimentation des chemins de fer. — (Mastgründungen für Freileitungen, Fahrleitungsanlagen und Bahnseilungen). SIEBEKRUB (M.); Edit.: *Wilhelm Ernst und Sohn*, All. (1958), 1 vol., viii + 124 p., 80 fig., 37 réf. bibl. —

Voir analyse détaillée B. 2664 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.23/59.

CDU 624.04 : 624.15 : 624.97 : 621.316 (03).

77-141. Fondations des bâtiments et des ouvrages de génie civil (Die Gründung von Hoch- und Ingenieurbauten). PLAGEMANN (W.), LANGNER (W.); Edit.: *B. G. Teubner*, All. (1958), Best.-Nr 9317, 1 vol., xii + 405 p., 425 fig., 162 réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2613 a au chapitre III « Bibliographie » de la D. T. 138. — 0.44/59.

CDU 624.15 (03).

78-141. Deux méthodes de fonçage de caissons de grandes dimensions pour les fondations d'un pont (Two ways to sink big bridge caissons). *Constr. Methods*, U. S. A. (jan. 1959), vol. 41, n° 1, p. 127-131, 7 fig. — Etude des procédés employés pour le fonçage des caissons du pont de Throgs Neck sur l'East River. Il s'agit d'un pont suspendu d'une portée de 887 m entre ancrages. La travée centrale aura une portée de 548 m. — E. 56640.

CDU 624.157.2 : 624.166.

79-141. Le nouveau Centre des Chèques postaux de Rennes. — BROCARD (R.); *Bâtir*, Fr. (déc. 1958), n° 81, p. 10-17, 17 fig. — Description de ce bâtiment de quatre étages sur rez-de-chaussée, à ossature en béton armé extérieure à la façade. Problèmes posés par les fondations en terrain difficile; réalisation préalable en fondation d'un mur périphérique épais de 40 cm prévenant les mouvements de terrain; précautions contre la poussée des eaux souterraines; radier. Chauffage central à eau pulsée. — E. 55949.

CDU 725.16 : 693.95 : 624.153.

80-141. Ponts sur piles et groupes de pieux tubulaires. S. C. A. C. (Ponti su bricole e stilate SCAC). — ZIPPEL (G.); *Società Cementi Armati Centrifugati*, Corso Italia, 1, Milan, Ital. (fév. 1959), *Opus. SCAC* n° 126, 40 p., nombr. fig. — Etude d'un certain nombre de ponts-route réalisés en Italie avec des éléments en béton centrifugé SCAC. — Nombreux photographies. — E. 57420.

CDU 624.155 : 624.166 : 624.21 : 624.012.45.

81-141. Fondations profondes dans l'argile molle de Chicago (Deep foundations in soft Chicago clay). WHITE (E. E.); *Civ. Engng.*, U. S. A. (nov. 1958), vol. 28, n° 11, p. 36-39, 8 fig. — Problèmes posés par l'établissement de fondations pour un immeuble de grande hauteur : pieux métalliques descendant jusqu'au roc et constitués d'un tube enfoncé par forage, à l'intérieur duquel on met en place un noyau formé d'un profilé en H, après quoi le vide entre noyau et tube est rempli par bétonnage. — E. 55636.

CDU 624.154 : 624.016 : 721.011.27.

Deb le Mortiers.

82-141. Les mortiers préparés en centrale dans les pays scandinaves (Fertigmörtel in Skandinavien). CZECH (R.), GOTTSCHALK (J.); *Zement-Kalk-Gips*, All. (déc. 1958), n° 42, p. 550-562, 12 fig. (résumés anglais, français). — Rapport détaillé sur les constatations faites au cours d'un voyage d'études au Danemark en Norvège, en Suède et en Finlande. — E. 56107.

CDU 666.971 (48).

Deb li Bétons.

83-141. Recherches expérimentales sur les barres en béton. Essais de gel et de dégel (Experiments on concrete bars. Freezing and thawing tests). TRUSDO (E.); *The Danish national Inst. Build. Res. — Acad. tech. Sci., Danm.* (1958). *Commit. Alkali React. Concr., Progress Rep. K2*, 39 p., 26 fig., 5 réf. bibl. — Compte rendu détaillé des essais effectués au Laboratoire du Bâtiment à Copenhague. — Ces essais ont porté sur 66 barres confection-

avec 31 dosages différents. — E. 57167.
CDU 620.193 : 666.972 « 324 ».

4-141. Le fluage du béton. Discussion de quelques problèmes fondamentaux. (Creep of concrete. A discussion of some fundamental problems.) HANSEN (T. C.); *Svenska Forskningsinst. Cement Betong Kungl. tek. Högskolan Stockholm*, Suède (1958), Meddel. 53, 46 p., 24 fig., 40 réf. bibl. (résumé français). — Le chapitre 1^{er} de la brochure traite de la définition du fluage et de la méthode habituellement utilisée pour le mesurer. — Le chapitre II passe en revue et discute différentes théories du fluage et du retrait. — La notion de fluage de base est examinée au chapitre III. — Dans le chapitre IV il est établi que le béton sous charge admissible normale est un matériau de visco-élastique. — Le chapitre V donne une courte explication du mécanisme du fluage dans le béton avec un exposé des relations existant entre le fluage et la composition du béton. — Le chapitre VI étudie un modèle rhéologique du béton basé sur les considérations théoriques du chapitre V. — E. 54979.
CDU 666.972.015.46.

85-141. Annuaire des blocs préfabriqués en béton, 1959 (Betonstein-Jahrbuch 1959). *Bauerlag GmbH*, All., 1 vol., 504 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2666 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.39/59.
CDU 624.012.3/46 : 691.33 (058.2) (03).

Maçonnerie.

86-141. Les chantiers de Caen « La Guérinière » et d'Orléans. — COIFFARD (J.), DECHAUT (L.); *Cah. C. S. T. B.*, Fr. (sep. 1958), n° 33, p. 276, 1 p.-33, 52 fig. — Etude de deux grandes opérations de construction H. L. M., un caractère traditionnel, ayant l'une et l'autre fait appel à la pierre de taille. — Description critique de la marche des chantiers. — Enseignement tiré de ces deux chantiers est l'un matériau comme la pierre de taille, puté coûteux et généralement réservé aux immeubles de moyen et haut standing, a permis de réaliser deux grands ensembles à des prix nettement inférieurs aux prix plafonds. — L. M. — E. 55071.
CDU 728.2.011.26/7 : 693.1.

Béton armé.

87-141. Essais pour déterminer l'efficacité des nœuds d'assemblage des éléments préfabriqués en béton armé. I. II. III (fin). Tests of the efficiency of joints to precast concrete members. SPYRA (J. J.), SMITH (R. B. L.); *iv. Engng Publ. Works Rev.*, G.-B. (oct. 1958), vol. 53, n° 628, p. 1148-1151, 5 fig., 1 réf. bibl.; (nov. 1958), n° 629, p. 1284-1286, 4 fig. (déc. 1958), n° 630, p. 1403-1404, 4 fig. — Etude d'un programme d'essais de joints sollicités principalement à la flexion, et de joints travaillant surtout à la compression. — E. 5145, 55513, 56017.
CDU 620.16/17 : 624.078 : 624.012.3/45.

88-141. Jonction par soudage à l'arc électrique de barres d'armature travaillées à froid (Splicing of cold-worked reinforcing bars by electric-arc welding). EFSSEN (A.); *R.I.L.E.M.*, Fr. (Symposium, Liège, 3-5 juil. 1958), 12 p., 1 fig. — Compte rendu d'essais mécaniques des armatures Tentor (danoises) soudées. Réalisation des soudures de jonction et d'ancrage. Mode d'exécution et résultats de quatre séries d'essais. — E. 55193.
CDU 621.791 : 693.554 : 620.1.

Béton précontraint.

89-141. Relation entre quelques données expérimentales et le calcul du béton précon-

traint. I. II. III (fin) (Some experimental data relating to the design of prestressed concrete). BATE (S. C. C.); *Civ. Engng Publ. Works Rev.*, G.-B. (sep. 1958), vol. 53, n° 627, p. 1010-1012, 4 fig., 13 réf. bibl.; (oct. 1958), n° 628, p. 1158-1161, 11 fig., 1 réf. bibl.; (nov. 1958), n° 629, p. 1280-1284, 9 fig., 3 réf. bibl. — Présentation de résultats d'essais de chargement statiques de poutres en béton précontraint; détermination des pertes de précontrainte; examen comparatif des résultats enregistrés et des données du calcul des poutres. Une méthode simple de calcul de la résistance maximum est comparée avec les résultats expérimentaux, et une concordance satisfaisante est constatée tant pour les poutres rectangulaires que pour les poutres en I. — E. 54779, 55145, 55513.
CDU 624.04 : 624.072.2 : 624.012.46 : 69.001.5.

Dec CHARPENTE. MENUISERIE. SERRURERIE. TYPES DE STRUCTURES

90-141. Cinquantenaire juillet 1908-juillet 1958 du "Structural Engineer" — (July 1908-July 1958 — The Jubilee issue of "The Structural Engineer"). — *Struct. Engr.*, G.-B. (1958), numéro spécial, 145 p., nombr. fig. — Revue des progrès accomplis en cinquante ans dans la réalisation des différents types de structures et des différentes sortes de bâtiments et ouvrages réalisés avec emploi des différents matériaux usuels. — E. 55299.
CDU 624.01.

Dec j Travail du bois. Charpente. Menuiserie.

91-141. Rapport entre la texture de la surface du bois et la résistance des joints collés (Surface texture of wood as related to glue-joint strength). MARIAN (J. E.), STUMBO (D. A.), MAKEY (C. W.); *Forest Prod. J.*, U. S. A. (déc. 1958), vol. 8, n° 12, p. 345-351, 10 fig., 10 réf. bibl. — Faible influence de la rugosité superficielle sur la résistance des assemblages. — Le problème principal est la diminution de résistance due au contact de bois de printemps et de bois d'été. — E. 56657.
CDU 694.2 : 674.028.9 : 539.2 : 620.1.

Dec l Travail des métaux. Charpente. Soudure. Menuiserie. Construction mixte acier-béton.

92-141. La technique du collage des métaux lourds et des matériaux non métalliques (Die Klebtechnik von Schwermetall- und Nichtmetall-Werkstoffen). WINTER (H.), MECKELBURG (H.); *Schweissen-Schneiden*, All. (nov. 1958), n° 11, p. 423-428, 430-433, 20 fig., 63 réf. bibl. — Examen des problèmes de collage des métaux lourds entre eux, aux métaux légers, et au bois. Résultats d'essais récents. — E. 55765.
CDU 691.185 : 691.7/11 : 624.078.

Ded TRAVAUX D'ACHÈVEMENT Ded l Étanchéité des constructions. Joints étanches.

93-141. L'étanchement des ouvrages au moyen de produits bitumineux. Guide pour l'étude et l'exécution d'ouvrages étanches à l'eau. I. — (Bituminöse Bauwerksabdichtung. Leitfaden für Entwurf und Ausführung wasserdichter Bauwerke. I.) — LURSKY (K.); Edit.: *B. G. Teubner Verlag*, All.

(1958), 4^e éditn, viii + 232 p., 239 fig., 45 réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2667 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.8/59.
CDU 699.82 : 691.16 (03).

Def PRÉFABRICATION

94-141. L'efficiencia dans les projets de construction. BREDERO (R. H.); *Et. Trav.*, Fr. (jan. 1959), n° 92, p. 22-27, 6 fig. — Influence de la préfabrication sur l'organisation des chantiers de bâtiment. BARETS (J.); p. 28-44, 15 fig. — Les difficultés du bâtiment. La préfabrication, ses problèmes, ses étapes, ses avantages. Les résultats obtenus et les perspectives d'avenir. — E. 56336.
CDU 69.002.2 : 69.05.

Dic CLIMATISATION. PHÉNOMÈNES ET PARAMÈTRES

95-141. Etude de la combustion et de la protection chimique contre l'incendie. Notions fondamentales (Brandlehre und chemischer Brandschutz. Eine Einführung in die Grundlagen). SCHEICH (L.); Edit.: *Alf. Hüthig*, All. (1958), 2^e éditn, 1 vol., xxiv + 424 p., 49 fig. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2613^m au chapitre III « Bibliographie » de la DT. 138. — 0.55/59.
CDU 614.84 : 662 : 536 (03).

96-141. Journées de la combustion des combustibles solides et pulvérisés. Paris, 4 au 7 déc. 1957. — I. II. — VÉRON (M.), PERDON (H.); Edit.: *Inst. fr. Combustibles, Energie*, Fr. (juil. 1958), 2 vol., t. I — 367 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — t. II — p. 368-687, nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2647 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.95/59, 0.96/59.
CDU 662.66 : 697.32 (061.3) (03).

Dic l Chauffage.

97-141. Manuel des industries thermiques. Chauffage, fumisterie, ventilation, conditionnement d'air. T. II. — *Comit. sci. tech. Industr. Chauff. Ventil.* — Edit.: *Dunod*, Fr. (1959), 1 vol., xii + 179 p., nombr. fig. — Voir analyse détaillée B. 2645 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.29/59.
CDU 697.2/2 (03).

98-141. Manuel du chauffage, de la ventilation et du conditionnement d'air (Taschenbuch für Heizung, Lüftung und Klimatisierung). RECKNACEL, SPRENGER (E.); Edit.: *R. Oldenbourg Verlag GmbH*, All. (1959), 50^e éditn, 1 vol., xxiii + 883 + 170 p., 1253 fig., nombr. réf. bibl., 1 pl. h.-t. — Voir analyse détaillée B. 2670 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.33/59.
CDU 697.1/9 : 628.8 (03).

99-141. Le chauffage à l'eau surchauffée. Description des caractéristiques et propriétés essentielles (Die Heisswasserheizung. — Eine Beschreibung der wesentlichen Merkmale und Zusammenhänge). SCHMITZ (J.); Edit.: *Verlag Haenchen u. Jäh*, All. (1959), 2^e éditn, *« HR-Bücher »* n° 40, 1 vol., 92 p., 63 fig. — Voir analyse détaillée B. 2672 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.136/58.
CDU 697.44 (03).

Dic n Ventilation. Conditionnement. Traitement de la matière.

100-141. Quel est le meilleur système de conditionnement de l'air pour les immeubles à étages multiples? (For multi-room air conditioning, which system is best?). BARNARD (W. R.); *Air Condition. Heat. Ventil.*, U. S. A. (nov. 1958), vol. 55, n° 11, p. 59-64, 5 fig. —

Etude comparative des divers systèmes les plus utilisés aux U. S. A. — E. 55564.

CDU 697.97 : 721.011.27 (73).

Dif ÉCLAIRAGE

101-141. Graphiques pour la détermination rapide de la composante directe du facteur de lumière du jour dans le cas d'un ciel de luminance uniforme et dans le cas d'un ciel suivant la loi de Moon et Spencer. — DOURGNON (J.); FLEURY (D.); *Cah. C. S. T. B., Fr.* (sep. 1958), n° 33, Cah. n° 271, 8 p., 11 fig. — E. 55071.

CDU 628.92 : 551.5 : 518.

Dif m Installations électriques.

102-141. Installations électriques à haute et basse tension. T. II, et III. — MAUDUIT (A.); Edit. : *Dunod, Fr.* (1959), 3^e édit. augm. et mise à jour par L. VELLARD, 2 vol., T. II — viii + 547 p., 328 fig., réf. bibl. — T. III, viii + 430 p., 176 fig., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2644 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.86/59, 0.87/59.

CDU 621.311/316 (03).

Dif PROTECTION CONTRE LES DÉSORDRES ET ACCIDENTS.

Dif l Protection contre l'incendie.

103-141. La protection contre l'incendie dans les industries du bois. — *Cah. Centre tech.*

Bois, Fr. (oct. 1958), Cah. n° 32, Sér. 4 : Organisation des Entreprises. Questions économiques n° 4, 30 p., 23 fig. — Exposé des moyens à mettre en œuvre : mesures de prévention dans la construction, les aménagements et l'exploitation; prévision et détection; lutte contre l'incendie. — E. 55563.

CDU 614.84 : 674.

Dif nu Radioactivité.

104-141. Calcul de la protection contre les rayons X sur la base de la norme française C 15-160. Réalisations pratiques. MOHR (G.); *Tech. hospital. Fr.* (nov. 1958), n° 158, p. 48-56, 6 fig. — Etude de la protection d'un local de thérapie pendulaire au Centre Hospitalier de Mulhouse conformément aux prescriptions de la norme NF-C 15-160 (à modifier en application de la circulaire du 3-6-57). Utilisation de la norme. Réalisation d'un mur à forte protection. Conduite d'un calcul de protection. Mise en œuvre du béton au baryum. Normes étrangères. — E. 55785.

CDU 699.88 : 539.1 : 725.5 : 389.6.

Dig STOCKAGE ET CIRCULATION DES FLUIDES.

Dig l CANALISATIONS

105-141. Manuel du tuyau de béton (Concrete pipe handbook). PECKWORTH

(H. F.), Edit. : *Amer. Concr. Pipe Assoc., U. S. A.* (1958), 1 vol., vii + 497 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2656 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.26/59. CDU 621.643.2 : 624.012.3/45 (03).

Dof LES CHANTIERS ET LA SÉCURITÉ

Dof j' l Organisation des chantiers. Installations.

106-141. Logements pour la main-d'œuvre (Munkasszallas). REISCHL (A.); *Építőipari Közlekedési Műszaki Egyetem Tudományos Közleményei, Hongr.* (1957), vol. 3, n° 1, p. 47-77, 29 fig., 14 réf. bibl., 18 réf. bibl. (résumés allemand, français, anglais, espagnol). — Etude complète d'un type de logement démontable, à simple rez-de-chaussée, pour trente-deux ouvriers, aisément transformable en habitation pour quatre familles, réalisé en éléments préfabriqués de béton de perlite. Résultats de recherches sur la construction de logements démontables, sur l'emploi à cet effet d'éléments en béton léger, et sur l'utilisation d'agréats de perlite expansée pour béton léger. — E. 53705.

CDU 725.92 : 69.007 : 69.002.2 : 666.973.

F. — LES OUVRAGES

Fac ÉLÉMENTS PORTEURS

Fac j Ossatures. Piliers. Colonnes.

107-141. Les murs extérieurs portants à ossature en bois pour maisons à un niveau. (Traeskeletvaeggen som ydervaeg i lavt boligbyggeri). BRYRUP (J.); *Stat. Byggeforskningsinst. Damn.* (1958), Rapp. n° 30, 107 p., nombr. fig., 62 réf. bibl. (résumé anglais). — Avantages des murs à ossature en bois réalisés au Danemark et dans d'autres pays (États-Unis, Norvège, Suède, Canada et Finlande). Caractéristiques du mur à ossature en bois (résistance, stabilité, résistance au feu, imperméabilité au vent et à l'humidité, entretien, isolation thermique et acoustique). Préfabrication. — E. 55794.

CDU 69.022.3 : 694.5.

Fac l Poutres. Dalles. Planchers.

Auvents, Portiques. Cadres.

108-141. Poutre en treillis mixte d'un type nouveau (Composite truss of new type). HADLEY (H. M.); *Civ. Engng. U. S. A.* (nov. 1958), vol. 28, n° 11, p. 49-51, 4 fig. — Membrane inférieure en béton précontraint; treillis et membrane supérieure métalliques. Avantages : réduction de poids considérable, élimination des risques de rupture en cours de transport. Exposé des résultats d'essais. — E. 55636. CDU 624.072.2 : 624.074.5 : 624.016.

Fac m Toitures. Voûtes. Dômes.

Coupoles. Arcs. Escaliers. Voiles.

109-141. Un dôme géant recouvre un atelier de réparation du chemin de fer (Giant dome encloses railroad repair shop). *Engng News-Rec., U. S. A.* (13 nov. 1958), vol. 161, n° 20.

p. 34-36, 4 fig. — Atelier à Baton-Rouge (U. S. A.). De forme circulaire, avec un diamètre de 117 m, cet atelier est recouvert d'un dôme de forme moyenne sphérique, entièrement métallique, constitué de 321 pyramides hexagonales, réunies entre elles par soudure, et soutenues par une toile d'araignée extérieure, constituée elle-même d'hexagones en éléments tubulaires. La conception de ce dôme est celle des brevets Buckminster Fuller. — E. 55640.

CDU 624.074.2/7 : 624.014.25.

110-141. Etude d'un nouveau type de voile à double courbure. I : Théorie du voile en forme de membrane de Prandtl. — II : Coulage et essai d'un élément mince de toiture. — III (fin) : Domaines pratiques d'utilisation des éléments de couverture en voiles minces (Research on a new doubly curved shell. I : The theory of a shell in the form of a Prandtl membrane. II : Casting and testing a shell roof unit. III : Practical uses of shell roof units). RAMASWAMY (G. S.), CHETTY (S. M. K.), BHARGAVA (R. N.); *Parthasarathy (M. R.); Civ. Engng Publ. Works Rev., G.-B.* (août 1958), vol. 53, n° 626, p. 899-900, 3 fig., 4 réf. bibl.; (oct. 1958), n° 628, p. 1155-1157, 12 fig.; (nov. 1958), n° 629, p. 1278-1279, 6 fig. — Présentation des résultats des travaux de recherches entrepris au Central Building Research Institute à Roorkee (Inde) en vue de remédier aux difficultés dues à la complexité des méthodes de calcul des voiles à double courbure. Mise au point d'un nouveau type de voile à plan rectangulaire pouvant être calculé facilement. — Pour la réalisation d'un programme de constructions économiques en Inde, on a mis au point un type de toiture constitué d'éléments minces préfabriqués en béton sur place de 1,2 × 1,2 m. L'épaisseur du voile est de 25 mm. — E. 54450, 55145, 55513. CDU 624.074.4.

Fad ÉLÉMENTS NON PORTEURS. PANNEAUX

Fad j Cloisons. Plafonds. Remplissages d'ossatures. Gaines. Murs-rideaux.

111-141. Le mur-ridea à l'époque contemporaine (The contemporary curtain wall). HUNT (W. D.); Edit. : *F. W. Dodge Corp., U. S. A.* (5 déc. 1958), 1 vol., vii + 462 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2657 au chapitre II « Bibliographie ». — 0.34/59.

CDU 69.022.324 (03).

Feb HABITATIONS INDIVIDUELLES ET COLLECTIVES. AGGLOMÉRATIONS

Feb mo Immeubles de rapport.

112-141. Construction et urbanisme dans la région parisienne. — *Commis. Const. Urbanisme Région parisienne, Fr.* (20 déc. 1958) 1 vol. (23,5 × 31 cm), 377 p., nombr. fig. — Ouvrage abondamment illustré édité sous les auspices du Commissaire à la Construction et à l'Urbanisme pour la région parisienne et montrant les réalisations obtenues dans le cadre du plan de réorganisation de l'agglomération parisienne. — 0.90/59. CDU 711.4 : 728 (44) (03).

Fec BATIMENTS CULTURELS. SPORTS.

113-141. Construction d'églises (Kirchenbau). *Bauen-Wohnen, All.* (nov. 1958), n° 11, 32 p., nombr. fig. — Numéro consacré à l'étude

de conceptions architecturales modernes et à la description de réalisations marquantes dans divers pays. — E. 55620. CDU 726.5.

TRAVAUX MILITAIRES. TRAVAUX D'UTILITÉ PUBLIQUE. ALIMENTATION EN EAUX. HYGIÈNE PUBLIQUE. GÉNIE RURAL. EAUX SOUTERRAINES

Id m Hygiène publique. Évacuation des eaux.

114-141. L'assainissement urbain (Stadt-entwässerung). HOSANG (W.); Edit. : B. G. Teubner, All. (1953), 2^e éditn, 1 vol. (Best. — E. 5216), vi + 122 p., 99 fig. — Voir analyse détaillée B. 2613^k au chapitre II « Bibliographie » de la D. T. 138. — 0.24/59. CDU 628.2 (03).

115-141. Numéro consacré aux irrigations. Universitaire (Sciences Techniques), Egypte (1958), n° 1, 151 p., nombre fig. — Evaluation des besoins et aménagement d'un périmètre d'irrigation. Techniques modernes d'irrigation. Etudes et réalisation des travaux des réseaux de distribution d'eau, d'irrigation en conduites. Régularisation des débits dans les canaux d'irrigation. Installations individuelles d'irrigation par aspersion. — E. 55798. CDU 626.8.

OUVRAGES INDUSTRIELS ET COMMERCIAUX, DE PRODUCTION D'ÉNERGIE ET D'UTILITÉ PUBLIQUE.

Id ja Mines et carrières.

116-141. L'exploitation des carrières minières. Réglementation. Fiscalité. BOUSSAGEON (J.) et Fr.; Editns Actual. jurid., Fr. (1959), 1 vol., iii + 208 p., réf. bibl. — Voir analyse détaillée B. 2613^k au chapitre II « Bibliographie » de la D. T. 138. — 0.68/59. CDU 351 : 622 (03).

Id n Production d'énergie. Ouvrages hydrauliques. Barrages. Régularisation des cours d'eau. Revêtements de barrages.

117-141. Dérivation de l'eau des rivières. Ouvrage-type sans admission de débit solide. Derivacion de agua de los rios. Obra-tipo sin ingreso de arrastre. GANDOLFO (J. S.); Univ. nacion. La Plata, Argent. (déc. 1957), 217, 172 p., nombre fig., 20 réf. bibl. — Contribution à la résolution des problèmes de dérivation de l'eau des rivières à débit solide important. Etude d'un nouveau type d'ouvrage de dérivation mis au point après essais sur modèles. — E. 55809. CDU 627.4/1/8 : 532.5.

118-141. Notes sur la construction du nouveau barrage de Cancano (Notizie sulla costruzione della nuova diga di Cancano). BARIOLI (E.); Energ. elettr., Ital. (déc. 1958), vol. 35, n° 12, p. 1165-1178, 23 fig. — Description de l'équipement de chantier et des travaux de construction de ce barrage-voute. — E. 56501. CDU 627.8 : 624.074.3 : 69.059.

VOIES DE COMMUNICATION

Id ja Routes.

119-141. Etude d'une route en corniche sur éboulis exposés à la mer : la route littorale de Saint-Denis-de-la-Réunion à la Possession. BOURGOIN (J.), ODIER (L.); Ann. Ponts Chauss., Fr. (nov.-déc. 1958), n° 6, p. 713-86, 36 fig. — Etude technique et économique d'une route de 12 km de longueur destinée à

relier, en suivant le pied d'une falaise très abrupte et coupée de ravines profondes, Saint-Denis-de-la-Réunion au port de la Pointe des Galets. — Utilisation d'une représentation du terrain au 1/500 établie par stéréophotogrammétrie. — Eclairage des tunnels par ouverture de baies dans la falaise. — Caractéristiques du projet d'exécution. Travaux d'infrastructure nécessités par l'établissement d'une route sur de gros éboulis travaillés par à mer (remplissage des vides et scellement des agrégats). — E. 55878. CDU 625.73 : 627.2 : 624.19.

120-141. Etude expérimentale de revêtements routiers constitués de graviers et de liants bitumineux (Försök med oljegrusvägar). HALLBERG (S.); Stat. Väginst., Suède (1958). Meddel. n° 90, 112 p., 101 fig. (résumé anglais). — Essais exécutés par l'Institut national Suédois de la Route pour rechercher les meilleurs tapis bitumineux de gravier à employer sous les climats rigoureux. Intérêt des tapis d'enrobés. Etude des qualités de gravier, des produits hydrocarbonés et des enrobés. Description du matériel utilisé et étude de prix de revient. — E. 55245. CDU 625.75 : 625.8.06/8 : 69.001.5.

121-141. Numéro consacré à la construction des « Routes Européennes » (Europastrassen). Bitumen, All. (déc. 1958), n° 9-10, 76 p., nombre fig. — Les grands travaux routiers en France; revêtements adoptés en Italie pour les nouvelles autoroutes et les autres grandes artères; les autoroutes urbaines de Bruxelles; constructions de routes en Suède; l'autoroute Ljubljana-Beograd-Skopje (E94/E5); l'autoroute urbaine de Rotterdam; construction de routes modernes en Grande-Bretagne; les routes européennes 3 et 4 dans le Schleswig-Holstein. — E. 56088. CDU 625.711 (4).

OUVRAGES D'ART.

Fif l Soutènements.

Ouvrages de protection en montagne. Revêtements de talus.

122-141. Le mur de soutènement de la gare de Genève-La Prairie. DELISLE (R.), RECORDON (Ed.); Bull. tech. Suisse romande, Suisse (20 déc. 1958), n° 26, p. 421-425, 11 fig. — Étude de ce mur de soutènement de 188 m de longueur totale et de 6,2 m de hauteur au-dessus de la voie ferrée. Caractéristiques des sols; calcul de stabilité de l'ouvrage; constatations faites lors de l'exécution des travaux. — E. 56005. CDU 69.022.2 : 624.131.5.

Fif m Ponts.

123-141. Les ponts-routes modernes. Conclusions pratiques résultant de leur conception et de leur construction, notamment du point de vue de la normalisation (Bridgeworks on modern highways. Some practical implications arising from their design and construction with due regard to standardisation). WHITAKER (A. S.); Roads Road Constr., G.-B. (déc. 1958), vol. 36, n° 432, p. 370-376, 7 fig. — Analyse d'une communication présentée au Congrès des Travaux publics et des Services municipaux, Londres, novembre 1958. — Exposé sur les règles de calcul valables pour les ponts métalliques ou en béton en Grande-Bretagne; caractéristiques essentielles des éléments de la superstructure et de l'infrastructure; organisation des travaux. — E. 55999. CDU 624.21.01 : 625.7 : 35 (410).

124-141. Construction d'un pont à poutres cantilever creuses en béton armé sur la Betwa à Jharaghat Inde (Construction of an R. C. cantilever hollow girder bridge over Betwa river at Jharaghat). SRIVASTAVA (P. N.); J. Indian Roads Congress, Inde (nov. 1958), vol. 23, n° 1,

p. 64-115, nombre fig. — Pont de trente et une travées de 20,3 m en poutres creuses comprenant des poutres continues sur trois travées et des cantilevers équilibrés de 3,65 m de portée portant des travées centrales libres de 13 m avec appuis à rouleaux sur coussinets en fonte. Conception, bases de calcul et description détaillée de l'ouvrage et de sa construction. — E. 56101. CDU 624.27/7.012.45.

125-141. Brochure commémorative éditée à l'occasion de l'inauguration et de la mise en service du pont Weinland sur la Thur à Andelfingen (Suisse) le 17 mai 1958. — (Gedenkschrift zur Einweihung und Verkehr-sübergabe der Weinlandbrücke über die Thur bei Andelfingen am 17. Mai 1958). — Direkt. öffentl. Bauten Kantons Zurich, Suisse, 1 vol., 203 p., 270 fig. — Voir analyse détaillée B. 2613ⁿ au chapitre II « Bibliographie » de la D. T. 138. — 0.59/59. CDU 624.27.012.46 : 624/04 : 624.15.

126-141. Étude et construction du pont Pelham à Lincoln (Grande-Bretagne) (The design and construction of Pelham bridge, Lincoln). REISSER (S. M.), WRIGHT (K. M.); Struct. Engr. G.-B. (déc. 1958), vol. 36, n° 12, p. 399-407, 11 fig., 1 réf. bibl. — Pont à tracé courbe franchissant plusieurs rues et installations ferroviaires dans la ville de Lincoln. Les voies de chemin de fer sont franchies au centre par quatre travées (deux de 16,8 m et deux de 27,1 m de portée). Ces travées sont constituées de poutres métalliques soudées, avec dalle en béton. Les travées d'accès, de 9,1 m de portée sont constituées par une dalle continue en béton armé. — E. 55755. CDU 624.27/7.014.25.

127-141. Construction d'un pont en arc à l'aide de vérins montés sur chaland (Jacks on barge erect arch bridge). MOONEY (W. G.); Constr. Methods, U. S. A. (nov. 1958), vol. 40, n° 11, p. 78-80, 5 fig. — Mise en place des arcs métalliques entièrement soudés d'un pont d'environ 100 m d'ouverture, à l'aide de vérins pouvant glisser le long des poteaux métalliques doubles montés sur des chalands. — E. 55759. CDU 624.21.059 : 624.6.014.25 : 621.86.

128-141. Les ponts Bailey. I. II. (Bailey bridging). RIPLEY (J. G.); Constr. Methods, U. S. A. (sep. 1958), vol. 40, n° 9, p. 72-76, 78, 81-82, 85-88, 18 fig.; (nov. 1958), n° 11, p. 102-104, 107-108, 111-114, 118, 13 fig. Exemples d'utilisation des ponts Bailey en temps de paix sur les grands chantiers de construction. — E. 54845, 55759. CDU 624.28/8.014.2.

INCIDENCES EXTÉRIEURES

Foc Entretien. Réparations. Comportement des ouvrages. Déplacement des ouvrages.

129-141. Problèmes relatifs au vieillissement des ponts et viaducs. Effets à long terme de la fatigue et de la corrosion sur les ponts en acier et des intempéries sur la maçonnerie. — Méthodes rationnelles d'entretien des ponts. Réparation et renforcement. — CIVIDALLI (G.), LEMMERHOLD (Fr.); Rev. mens. Bull. Assoc. internat. Congr. Chemins Fer, Belg. (mai 1958), vol. 35, n° 5, p. 687-832, 50 fig.; (juin 1958), n° 6, p. 917-975, 30 fig. — Texte de deux rapports présentés au Congrès de l'Association Internationale du Congrès des Chemins de Fer, tenu à Madrid en 1958 (17^e Session). Quest. 1. — Réponses fournies par soixante-quatorze Administrations de Chemins de Fer au questionnaire qui leur avait été adressé, relatif aux principes de construction et au comportement dans le temps des ponts en maçonnerie et en béton, ainsi qu'à la surveillance et à l'entretien des ponts. — E. 55386, 55387. CDU 624.21.059 : 625.1 (061.3) (100).

II. — BIBLIOGRAPHIE

Chaque analyse bibliographique donnant le nom et l'adresse de l'éditeur et le prix de vente, les adhérents de l'Institut Technique sont priés de s'adresser directement aux éditeurs ou aux librairies pour se procurer les ouvrages qu'ils désirent acquérir; toutefois pour les ouvrages édités à l'étranger, il est préférable de les commander par l'intermédiaire de librairies spécialisées dans l'importation. Tous renseignements complémentaires seront fournis sur demande par l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, 6, rue Paul-Valéry, Paris-XVI^e.

B-2643. *Revue des normes relatives aux ciments autres que le ciment Portland* (Review of standards for cements other than Portland). *The Cement Statistical and Technical Association (CEMBUREAU)*, P.O. Box 245 Malmö Suède (1958), CEMBUREAU Papers, 1 vol. (15 × 21 cm), 164 p., sh. 30. — Cette publication donne les indications essentielles concernant 80 normes pour un ensemble de 26 pays. — Ces normes donnent les caractéristiques d'environ 200 espèces différentes de ciments pouvant être classés dans les grandes catégories : ciments de haut-fourneau, ciments sulfatés, ciments pouzzolaniques, ciments aluminés, ciments mixtes, ciments de laitier à la chaux, ciments naturels, ciments à maçonner. — O. 104/58.

B-2644. *Routes économiques. II, III.* (Estradas economicas.) — FERREIRA MENDES (M.-J.). *Labor, Ensaios Mater. Mecan. Solo Moçambique* (tiré à part de *Bol. Soc. Estud. Moçambique*, II, nov.-déc. 1957, n° 107; III, nov.-déc. 1958, n° 113 — II — Publ. n° 39, 180 p., 10 fig. — III — Publ. n° 42, 289 p., 25 fig., 214 réf. bibl. — (Le vol. I a été analysé dans notre D.T. 129 de sep. 1958, sous le n° B. 2418). — Le second volume traite des sujets suivants : lutte contre l'érosion; drainage; ouvrages d'art; revêtements en terre, en macadam, en sol stabilisé avec emploi de produits bitumineux, ou de ciment. Le troisième et dernier volume de l'ouvrage traite de l'entretien des routes, de la mécanisation des travaux routiers, de l'équipement de la route, (signalisation routière, plantations, mobilier de la route) de l'adaptation des routes à la circulation et de la rentabilité des travaux routiers. — E. 55158/A, 57507/A.

B-2644*. *Installations électriques à haute et basse tension. T. II et III.* — MAUDUIT (A.); Édité : *Dunod*, 92, rue Bonaparte, Paris, Fr. (1959), 3^e édit. augmentée et mise à jour par L. VELLARD, 2 vol. (16 × 24,5 cm), T. II, viii + 547 p., 328 fig., réf. bibl. — F 6400. — T. III, viii + 430 p., 176 fig., nombre réf. bibl. — F 5 400. — Dans la nouvelle édition refondue et mise à jour, le t. II étudie en détail l'appareillage de coupe et de commande, ainsi que la protection des réseaux contre les défauts et les surtensions. Pièces isolantes, interrupteurs, disjoncteurs, relais et dispositifs de protection, protection sélective, coupe-circuit à fusibles à basse et haute tension, étude des surtensions, notamment des surtensions dues aux phénomènes atmosphériques, coordination des isolements. — Le tome III étudie d'abord les centrales thermiques et hydrauliques, les groupes générateurs, les postes de transformation haute tension, les lignes aériennes, les postes de distribution. La dernière partie est consacrée à l'exploitation des distributions d'énergie : transport d'énergie par les lignes, stabilité statique et dynamique des réseaux, répartition ou échange des puissances entre les centrales d'une interconnexion, régulation de la tension des réseaux de distribution, prix de revient et tarification de l'énergie électrique. — 0.86/59, 0.87/59.

B-2645. *Manuel des industries thermiques. Chauffage, fumisterie, ventilation, conditionnement d'air. T. II.* — *Comité scientifique et technique de l'Industrie du Chauffage et de la Ventilation* — Édité : *Dunod*, 92,

rue Bonaparte, Paris, Fr. (1959), 1 vol. (15 × 24 cm), xii + 179 p., nombre fig. — F. 230. — Le présent ouvrage n'est pas un cours à l'usage des lecteurs désirant s'initier aux techniques du chauffage, de la ventilation et du conditionnement d'air; il n'est pas non plus un traité complet; c'est un manuel présentant les bases essentielles des techniques des industries thermiques. — Calcul, construction et entretien des conduits de fumée. Description des divers types de poêles individuels. — Le chauffage à air chaud. Étude des systèmes de chauffage à vapeur basse pression ou haute pression. Chauffage à eau chaude. Radiateurs, convecteurs, plinthes et corniches. Panneaux de types divers. Aérothermes, blocs ventilateurs. Conditionneurs et appareils connexes. Tuyauteries, pompes et accessoires. — Isolation. Chauffage urbain. Conditionnement d'air centralisé. Distribution de l'air, conduits. Ventilateurs, filtres, dépoussiéreurs, stérilisateur, laveurs et réfrigérants. Batteries. — 0.29/59.

B-2646. R. E. E. F. 58. — *Recueil des éléments utiles à l'établissement et à l'exécution des projets et marchés des bâtiments en France.* — Vol. I. — Textes législatifs et réglementaires. — *Centre Scientifique et Technique du Bâtiment*. (C.S.T.B.), Fr., 1 vol. (24 × 28 cm), 673 p. — Réglementation d'ordre général : règlements d'urbanisme; règles relatives à l'implantation, à l'aspect extérieur, protection civile. — Réglementation relative à l'habitation. Règlements sanitaires et de sécurité; caractéristiques techniques et fonctionnelles des H. L. M. et des LOGECO. — Réglementation relative à d'autres constructions : bâtiments scolaires, hospitaliers, établissements dangereux, insalubres ou incommodes. Sécurité contre l'incendie dans les bâtiments recevant du public. Piscines et bassins de natation. — 0.56/59A.

B-2647. *Journées de la combustion des combustibles solides et pulvérisés.* Paris, 4 au 7 déc. 1957. — I. II. — VÉRON (M.), PERDON (H.); Édité : *Institut français des Combustibles et de l'Énergie*, 3, rue Henri-Heine, Paris, Fr. (juil. 1958), 2 vol. (21 × 27 cm), t. I — 367 p., nombre fig., nombre réf. — t. II — p. 368-687, nombre fig., nombre réf. bibl. — L'ouvrage donne le texte des communications présentées et des interventions auxquelles elles ont donné lieu. — Le tome I reproduit le texte des communications traitant des questions suivantes : préparation des charbons; caractéristiques des charbons intéressant leur combustion; lois de la combustion et des échanges calorifiques dans les foyers à charbon; chauffe au charbon pulvérisé; foyers industriels à charbon non pulvérisé. — Le tome II traite des foyers industriels pour combustibles autres que les charbons (lignite, tourbe; déchets ligneux, schiste bitumineux pulvérisé), des foyers de chauffage des locaux, des fours chauffés au charbon, des problèmes de contrôle et de conduite des chaufferies, des essais et de la corrosion des installations. — 0.95/59 — 0.96/59.

B-2648. (Qui cherche trouve). *Wer sucht, der findet* (Cours d'allemand scientifique pour les vétérinaires). DUVAL (Cl.); *Centre nation. Rec. sci. (Enseignement tech. préparat. Rech.)*, 13, quai Anatole France, Paris, Fr. (1955), 1 vol. (16 × 25 cm), 102 p. — Ce cours s'adresse aux chercheurs et aux techniciens ayant une

bonne connaissance de l'allemand. Il comporte 24 leçons, avec vocabulaire des termes techniques et exercices. — 0.65/59.

B-2649. *Notes et formules du technicien.* I. NACHTERGAAL (A. et C.); Édité : *Maison d'Édition A. de Boeck*, 265, rue Royale, Bruxelles, Belg. — *Librairie Desforges*, 29, Quai des Grands-Augustins, Paris, Fr. (1958), 4^e édit., 1 vol. (16 × 25 cm), 762 p., 1496 fig., F 7 600. — L'ouvrage comporte sous une forme simple et pratique les renseignements de base utiles pour l'atelier et le bureau d'études. — La 4^e édit., qui comprendra trois volumes, tient compte des derniers progrès de la technique et des récentes modifications des règlements français et belges. — T. I. — Rappel des notions d'arithmétique, d'algèbre, de géométrie. Calcul des terrassements. Courbes, volumes et surfaces usuelles. Tracé, volumes et surfaces des voûtes. Tracé des abaques. Mathématiques supérieures. Géométrie descriptive. Surfaces gauches. Notions sur les vecteurs. Cinématique. Dynamique. Frottement. Graissage. Hydrostatique et hydrodynamique. Canaux. Écoulement souterrain des eaux. Distributions d'eau. Tuyauteries. Pompes. Métaux usuels. Résistance des matériaux. — 0.77/59.

B-2650. *Nouvelles tables de la colorimétrie appliquée à la physiologie de la couleur.* T. II. III. — BRAUN (Fr.); Édité : *ELPI*, 16, rue Lambert Crickx, Bruxelles, Belg. (1957), 2 vol. (21 × 27,5 cm). t. II, 124 p., t. III, 136 p. — Recueil de tables. — (Le t. I a paru dans notre Documentation Technique n° 130 d'octobre 1958, sous le n° 49). — E. 0.22/58, 0.128/58.

B-2651. *Colloque sur la conception de l'habitation sous les tropiques* (Symposium on design for tropical living). — *Natal Regional Research Committee of the South African Council for Scientific and Industrial Research and the University of Natal*, Durban (18 oct. 1957), 1 vol. (20 × 25 cm), vii + 222 p., 47 fig., nombre réf. bibl. — *National Building Research Institute (South African Council for Scientific and Industrial Research)*, P. O. Box 395, Pretoria, Afr. S. — Mémoires présentés au Colloque organisé par la Commission régionale des Recherches du Conseil Sud-Africain de Recherche scientifique et industrielle (Durban 18 oct. 1957), sur le thème : « l'influence du milieu ambiant sur l'homme et sur son habitation dans les régions tropicales et subtropicales, notamment au Natal ». — Le milieu climatique. La détérioration des matériaux. Les aspects physiologiques de la conception de l'habitation pour la vie sous les tropiques. Les aspects psychologiques de la vie dans les climats chauds. Urbanisme et aménagement régional. La lutte contre le climat par la conception des bâtiments. Le conditionnement de l'air sous les tropiques. L'architecture sous les tropiques. — 0.103/58.

B-2652. *Normes A. S. T. M. pour les matières plastiques.* — Spécifications, méthodes d'essais, nomenclature, définitions (ASTM Standards on plastics). — Specifications, methods of testing, nomenclature, definitions). — *American Society for Testing Materials*, 1916 Race St., Philadelphia 3, Pa., U.S.A. (sep. 1958), ASTM Committee D-20 on plastics, 1 vol. (15 × 23 cm), xvi + 1085 p., nombre fig.,

abr. réf. bibl. — Spécifications concernant les produits moulés et les matériaux de base : lignes ordinaires et moulées; propriétés mécaniques, thermiques, optiques des matières plastiques. — Méthodes d'essais et analyses chimiques. Moules et procédés de moulage. (Ces. — Essais électriques. — 0.72/59.

B-2653. Normes ASTM pour les agrégats minéraux et le béton, y compris les matériaux sélectionnés. — Spécifications. Méthodes d'essais. Définitions (ASTM standards on mineral aggregates and concrete — with selected highway materials — Specifications. Methods of testing. Definitions). — *American Society for Testing Materials*, 1916 Race St., Philadelphia 3, Pa., U. S. A. (sep. 1958), *ASTM Committ. C-9: On concrete and concrete aggregates — ASTM Committ. D-4: On road and paving materials*, 1 vol. (15 × 23 cm), vii + p. 445-813, nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Agrégats pour bétons bitumineux routiers (couches de base et couches de surface); agrégats pour béton de ciment; agrégats divers. Méthodes d'essais des agrégats. — Béton en œuvre en centrale; entraineurs d'air. Méthodes d'essais du béton; résistance à la compression et à la flexion; emploi de cendres volantes; résistance du béton aux alternances de gel et de dégel. Produits de cure et matériaux de remplissage des joints. Ciment. Armatures d'armature. — 0.71/59.

B-2654. Conférence sur la mécanique des sols, Mexico, 9-13 déc. 1957 (Conference on soils for engineering purposes, Universidad de Mexico, Décembre 9-13, 1957). — *American Society for Testing Materials*, 1916 Race St., Philadelphia 3, Pa., U.S.A., *ASTM Spec. tech. Publicat. STP n° 232*, iv + 501 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Texte en anglais et en espagnol des communications et des discussions. — 1°) Appareillages pour l'élevement d'échantillons et technique de consolidation : améliorations apportées aux pédomètres; consolidations des argiles de la ville de Mexico; essais de consolidation en laboratoire d'argiles expansées. — 2°) Compactage et contrôle du compactage. Étude des facteurs jouant un rôle dans l'essai de compactage dynamique. Caractéristiques de compactage des sols à base de gravier; influence de la pression des pneus et de l'épaisseur de la couche de terre sur le compactage au rouleau à pneumatiques. — Méthode rapide pour le contrôle de la construction de remblais en sols cohérents. Étude d'un sol volcanique en vue de la construction d'un barrage en terre. — 3°) Résistance des sols. Déformations des sols sous des contraintes répétées. Essais de compression simple et de cisaillement sur des argiles volcaniques de la vallée de Mexico. Essais de sols sous charges passagères. Corrélation de l'essai I. B. R. et de l'essai I. B. V. (Iowa Bearing Value). — Emploi d'isotopes radioactifs pour la détermination des infiltrations dans les ouvrages hydrauliques. Ondes de surface sinusoïdale dans les sols stratifiés. — Reprise en œuvre et renforcement d'un bâtiment de onze étages à Mexico. — 0.41/59.

B-2655. Notions fondamentales de géologie scientifique et technique (Basic geology for science and engineering). — DAPPLES (E. C.); édit.: *John Wiley and Sons*, 440 Fourth Avenue, New York 16, U. S. A. (1959), 1 vol. (15,5 × 24 cm), ix + 609 p., nombr. fig. — 0.950 — Le présent traité constitue un ouvrage fondamental pour tous les techniciens et ingénieurs qui s'intéressent à la géologie. — Il donne une explication claire des phénomènes géologiques et décrit les divers types d'alluvions et de roches. Il familiarise le lecteur avec les techniques de l'interprétation géologique et la reconstitution des conditions géologiques anciennes. — La géologie physique est présentée dans une série de chapitres dont chacun constitue la suite logique du précédent.

— Observations et groupement des données. Classification de ces données de façon à permettre l'établissement de graphiques et de tables. — Interprétation des relations observées de façon à formuler des généralisations significatives sur les phénomènes géologiques. Étude des divers types de sols. Propriétés physiques et chimiques des roches. Minéraux constitutifs des roches. Roches d'origine volcanique. Processus de formation des sols. Rivières. Formation des côtes. La nappe souterraine. Érosion éolienne et formation des dunes. Origine des glaciers. Roches sédimentaires. Déformations de la croûte terrestre. Métamorphisme. — 0.57/59.

B-2656. Manuel du tuyau de béton (Concrete pipe handbook). PECKWORTH (H. F.); Édit.: *American Concrete Pipe Association*, 228 N° La Salle Street, Chicago 1, Ill., U. S. A. (1958), 1 vol. (14 × 22 cm), vii + 497 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — L'ouvrage, essentiellement pratique, est destiné aux diverses catégories d'utilisateurs, ainsi qu'aux fabricants de tuyaux en béton; il constitue une synthèse de toutes les données nécessaires, jusqu'ici éparses dans un grand nombre de publications. — La présente édition tient compte des perfectionnements techniques les plus récents, et également des modifications apportées par l'American Society for Testing Materials, en ce qui concerne les normes relatives aux tuyaux en béton. — Domaines d'emploi des tuyaux en béton: irrigation, égouts, distributions d'eau. — Description des procédés de fabrication. Normes et épreuves. Recommandations relatives à la pose des tuyaux. Charges sur les conduites enterrées. Étude de l'écoulement de l'eau dans les canalisations. Calcul des ponceaux. Étude du ruissellement. Coefficients hydrauliques de l'écoulement. Tuyaux de béton pour égouts. Emploi de vérins pour la pose des conduites en béton armé sous des lignes de chemins de fer ou des routes sans interruption de trafic. — 0.26/59.

B-2657. Le mur-rideau à l'époque contemporaine (The contemporary curtain wall). HUNT (W. D.); Ddit.: *F. W. Dodge Corporation*, 119 West 40th Street, New York 18, New York, U. S. A. (5 déc. 1958), 1 vol. (18 × 25 cm), vii + 462 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl., \$ 12.75. — Un des traits les plus marquants de l'architecture d'aujourd'hui est, avec la construction à ossature, l'emploi du mur-rideau pour des bâtiments de toutes sortes. — Cet ouvrage constitue une synthèse de toutes les données techniques nécessaires et comporte, avec de nombreux tableaux et graphiques, des photographies illustrant l'emploi aux U. S. A. de murs-rideaux dans des réalisations remarquables : bâtiments commerciaux, constructions scolaires, magasins, usines, entrepôts. — Aperçu historique, rôle du mur-rideau, éléments qui le composent et matériaux employés dans sa fabrication : aluminium, acier inoxydable, autres métaux, porcelaine émaillée, verre, matières plastiques, béton, pierre, céramique, panneaux de type composite, revêtements organiques. Méthodes de montage et fixation; joints. Perspectives d'avenir. — 0.34/59.

B-2658. Comptes rendus de la Société pour l'Étude expérimentale des Contraintes (Proceedings of the Society for experimental Stress Analysis). — *Society for experimental Stress Analysis*, Central Square Station, P. O. Box 168, Cambridge 39, Mass., U. S. A. (1958), vol. XVI, n° 1, (21,5 × 28,5 cm), xii + 198 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — Texte de vingt-deux mémoires comprenant notamment les études suivantes : Détermination de la contrainte effective et de la contrainte maxima de cisaillement au moyen de petits cubes prélevés sur des modèles photoélastométriques. — La fatigue. Prédiction de la

durée de vie utile basée sur des essais à taux de contrainte donné. — Détermination par analogie de spectres de choc généralisés. — La distribution des contraintes dynamiques autour d'une fissure en formation. Analyse photoélastométrique. — Résolution au moyen d'un réseau de résistances de quelques problèmes de déformation par flexion et de stabilité. — Concentration de contraintes produite dans des bandes perforées soumises à une traction. — Machine d'essai au choc pour les matières plastiques et les matériaux analogues au caoutchouc. — Montages à rouleau pour essais de poteaux articulés en bout. — Théorie de la répartition des contraintes tangentielles résiduelles dans les poutres courbes. — 0.60/59.

B-2659. Séismologie élémentaire (Elementary seismology). — RICHTER (Ch. F.); Édit.: *W.H. Freeman and Co*, 660 Market St., San Francisco 4, Calif., U. S. A. (1958), 1 vol. (16 × 24 cm), viii + 768 p., 252 fig., \$ 12.00. — Cours professé aux étudiants en géologie du California Institute of Technology, cet ouvrage constitue un exposé très détaillé de la séismologie, de son état actuel et de ses problèmes à l'usage des géologues non spécialisés et des ingénieurs. Il est divisé en trois parties : nature et observation des séismes (la nature des tremblements de terre, leurs effets, les instruments d'observation; les organismes internationaux); géographie et géologie des tremblements de terre; notes de calculs et tableaux numériques; — Chaque chapitre est accompagné d'une bibliographie très abondante. — 0.94/59.

B-2660. Communications présentées au Trente-septième Congrès annuel de la Western Association of State Highway Officials (WASHO) à Salt Lake City, Utah, du 3 au 6 juin 1958 (Proceedings 37th Annual Conference — WASHO — Salt Lake City, Utah, June, 3-6, 1958). — *Western Association of State Highway Officials*, U. S. A. (1958), 1 vol., vii + 289 p. — *Wyoming Highway Department, Headquarters Office, Cheyenne, Wyoming*, U. S. A. — Texte des communications présentées, portant sur des sujets très variés, et notamment sur le programme de construction de routes aux U. S. A., les péages, les problèmes de construction de chaussées dans les zones urbaines à trafic intense, la technique des routes en sol-ciment, le compactage des sols, l'entretien des autoroutes, les progrès réalisés dans la construction des routes à revêtement bitumineux. Résolutions adoptées. — 0.36/59.

B-2661. Troisième Congrès de la Fédération internationale de la Précontrainte, Berlin 1958. — Communications (Third Congress of the Fédération internationale de la Précontrainte, Berlin 1958. — Papers). — *Cement and Concrete Association (C.A.C.A.)*, 52 Grosvenor Gardens, Londres S. W. 1, G. B. (1958), 1 vol. (16 × 25 cm), x + 766 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl., (résumés français, anglais, allemand et espagnol), t. 8. — L'ouvrage donne le texte intégral de 62 communications et des trois rapports généraux. — Session I. Évolution des méthodes de calcul : 24 communications (6 en allemand, 12 en anglais, 5 en français, 1 en espagnol), et rapport général par H. RÜSCH. — Session II. Le progrès dans la technique des chantiers, notamment dans le domaine de l'injection, des ancrages, de la diminution de l'adhérence et des mesures de protection : 19 communications (8 en allemand, 5 en anglais, 5 en français, 1 en espagnol), et rapport général par G. F. JANSSEN. — Session III. — Progrès dans la fabrication en usine d'éléments en béton précontraint et dans l'utilisation et l'assemblage sur chantier d'éléments préfabriqués : 19 communications (6 en allemand, 9 en anglais, 3 en français, 1 en espagnol), et rapport général par D. H. NEW. — Chaque communication est imprimée dans la langue de l'auteur et fait l'objet d'un résumé en alle-

mand, anglais, français et espagnol. — D'autre part, le texte des rapports généraux est imprimé en entier dans les quatre langues. — 0.74/59.

B-2662. **Structure et propriétés des matériaux poreux** (The structure and properties of porous materials). EVERETT (D. H.), STONE (F.S.); Edit. : *Butterworths scientific Publications*, 4, 5 Bell Yard, Londres, W. C. 2, G.-B. (1958), 1 vol. (19 × 26 cm), xiv + 389 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl. — 62 s. 6 d. — Comptes rendus du Dixième colloque de la Colston Research Society, tenu à l'Université de Bristol, 24-27 mars 1958. — Dix-sept mémoires consacrés à l'étude physique et chimique des corps poreux, et à l'interprétation analytique des phénomènes physiques reconnus. — Une communication étudiée notamment la structure de la pierre de construction et son comportement sous l'action des agents atmosphériques. — 0.48/59.

B-2663. **L'étude des travaux de drainage du sol** (The design of land drainage works). BERKELEY THORN (R.); Edit. : *Butterworths scientific Publications*, 4, 5 Bell Yard, Londres, W. C. 2, G.-B. (1959), 1 vol. (14,5 × 21,5 cm), viii + 235 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl., 35 s. — Recueil d'articles de divers auteurs parus dans des revues techniques britanniques depuis 1950, accompagnés de notes complémentaires. Ouvrage destiné aux ingénieurs et visant à mettre à leur disposition un ensemble de connaissances pratiques pour l'étude des projets de travaux de drainage et de protection contre les crues, le contrôle du niveau de la nappe aquifère, la conservation de l'eau, l'irrigation, la protection des polders contre la mer, l'amélioration des canaux. — 0.78/59.

B-2664. **Fondations de pylônes pour les lignes électriques à haute tension, les installations de caténaires, et les lignes d'alimentation des chemins de fer.** (Masgründungen für Freileitungen. Fahrleitungsanlagen und Bahnspeiseleitungen). SÜERKRÜB (M.); Edit. : *Wilhelm Ernst und Sohn*, 169 Hohenzollern damm, Berlin-Wilmersdorf, All. (1958), 1 vol. (15 × 21 cm), viii + 124 p., 80 fig., 37 réf. bibl., DM. 16.80. — Après des considérations générales sur la force portante du sol et les conditions de stabilité des pylônes, l'auteur présente en procédé de calcul de leurs fondations, qu'il fait suivre d'une série d'abaques commentés pour des fondations à base carrée ou rectangulaire de diverses caractéristiques. — Il étudie ensuite une série d'autres types de fondations et ajoute des indications sur l'exécution des massifs de fondations, et la mise en œuvre d'un béton approprié. — 0.23/59.

B-2665. **Annuaire technique 1959 de l'industrie des tuiles et briques** (Ziegelei technisches Jahrbuch 1959). HILDEBRAND (R.); Edit. : *Bauverlag GmbH*, Kleine Wilhelmstrasse 7, Wiesbaden, All. (1958), 1 vol. (10 × 15 cm), 404 p., nombr. fig., DM. 5.00. — La technique de production des matériaux de construction est actuellement en pleine évolution; cette constatation vaut particulièrement pour l'industrie des tuiles et briques, qui a obtenu des succès appréciables dans l'automatisation et la rationalisation de ses entreprises. — Le présent annuaire donne chaque année un tableau précis des perfectionnements les plus récents. — Organisation de l'industrie des tuiles et briques en Allemagne fédérale. — Bibliographie

sur la céramique grossière. — Rapports sommaires sur les innovations dans le domaine des machines de l'industrie céramique. Lutte contre les efflorescences. — Tables et abaques d'emploi des briques et tuiles. — Représentation et calcul de la courbe granulométrique d'une matière première d'après le résultat d'une analyse. L'automatisation dans les briqueteries. — 0.70/59.

B-2666. **Annuaire des blocs préfabriqués en béton, 1959** (Betonstein-Jahrbuch 1959). *Bauverlag GmbH*, Kleine Wilhelmstrassen 7, Wiesbaden (16), All. (1959), 1 vol. (11 × 14,5 cm), 504 p., nombr. fig., nombr. réf. bibl., DM. 6.50. — Outre les renseignements professionnels classiques (organisation de la profession, liste des laboratoires d'essais, des établissements d'enseignement), l'annuaire 1959 publie les études suivantes : Les tuyaux en béton depuis 100 ans : éléments d'égouts en béton; les chaussées en éléments de béton préfabriqués; les éléments préfabriqués en béton précontraint; les éléments préfabriqués dans la construction agricole; le toit et les tuiles en béton; les revêtements de sol intérieurs en carreaux de béton; ciments spéciaux; contrôle en atelier dans la production de pièces préfabriquées en béton lourd; contrôle en atelier dans la production de pièces préfabriquées en béton léger; normes pour les produits en agglomérés de béton. — 0.39/59.

B-2667. **L'étanchement des ouvrages au moyen de produits bitumineux. Guide pour l'étude et l'exécution d'ouvrages étanches à l'eau.** I. (Bituminöse Bauwerksabdichtung. Leitfaden für Entwurf und Ausführung. Vasserdichter Bauwerke. I.). LUFISKY (K.); Edit. : *B. G. Teubner Verlag*, Goldschmidtstrasse 28, Leipzig, All. (1958), 4^e édit., viii + 232 p., 239 fig., 45 réf. bibl., DM. 15.30. — Ce premier volume de l'ouvrage est en grande partie consacré à des généralités sur l'étude de l'attaque des ouvrages par l'eau et à la description des procédés, notamment des étanchéités multicouches, employés pour l'éviter, ainsi qu'à la description des matériaux bitumineux utilisés (enduits, pâtes, papiers, cartons). — Un chapitre traite des couvelages et revêtements d'étanchéité des ouvrages soumis à la pression de l'eau (fondations, ouvrages de retenue), et de leur exécution. L'ouvrage est abondamment illustré et comporte de nombreux exemples de réalisations. Importante bibliographie (uniquement allemande). — 0.8/59.

B-2668. **Calcul des voiles cylindriques** (Die Berechnung der Zylinderschalen). AASJA-KOBSSEN (A.); Edit. : *Springer-Verlag*, Abt. VI Heidelberger Platz 3, West-Berlin, All. (1958), 1 vol. (16 × 23,5 cm), xii + 160 p., 30 fig., DM. 22.50. — Exposé d'une méthode simplifiée et rapide de calcul à l'aide d'un voile fictif facilitant l'intégration des équations différentielles fondamentales. — Étude des charges en surface et exposé de la théorie de la membrane. Calcul des voiles isotropes chargés suivant une génératrice. — Étude des voiles d'épaisseur variable. Méthodes de calcul des couvertures cylindriques. Les armatures principales de traction. Calcul des raidisseurs de bordure. Moments longitudinaux et transversaux. Charges le long de la bordure transversale. Importante bibliographie. — 0.80/59.

B-2669. **Étude et calcul des ouvrages métalliques. T. I. Principes fondamentaux de la**

construction métallique (Entwurf und Berechnung von Stahlbauten. Erster Band — Grundlagen des Stahlbaues). STRÜSS (Fr.); Edit. : *Springer-Verlag*, Abt. VI; Heidelberger Platz 3, West-Berlin, All. (1958), 1 vol. (17 × 25,5 cm), xi + 577 p., 524 fig., DM. 55.50. — L'ouvrage établit une synthèse des possibilités de la technique et des connaissances théoriques dans le domaine de la construction en acier. — Il s'appuie sur les expériences et réalisations d'un grand nombre de constructeurs éminents, mais cherche en outre à apporter quelques éléments susceptibles de faire progresser la technique. — Le chapitre premier est consacré à l'exposé des notions générales sur les domaines d'application de la construction métallique. — Le chapitre II traite de l'acier en tant que matériau de construction : composition, fabrication, profilés, résistance et déformation, corrosion. — Le chapitre III décrit les moyens d'assemblage : rivets, boulons, procédés de soudage. — Le chapitre IV expose les méthodes de résolution numérique des équations différentielles de la statique des constructions. Les problèmes de la flexion et de la torsion de la barre élastique à parois minces sont étudiés au chapitre V. — Au chapitre VI sont traités les phénomènes de flambement, de déversement et de voilement. — Les chapitres suivants sont consacrés aux vibrations dans les poutres, à la conception et au dimensionnement des éléments de construction : poutres pleines, poutres à treillis, appuis et articulations, ainsi qu'aux travaux en atelier, et opérations de montage des constructions métalliques. — 0.27/59.

B-2670. **Manuel du chauffage, de la ventilation et du conditionnement d'air** (Taschenbuch für Heizung, Lüftung und Klimatechnik). RECKNAGEL, SPRENGER (E.); Edit. : *R. Oldenbourg Verlag GmbH*, Rosenheim, Strasse 145, Munich, All. (1959), 50^e édit., 1 vol. (12,5 × 19 cm), xxiii + 883 + 170 p., 1253 fig., nombr. réf. bibl., 1 pl. h.-t., DM. 48.20. — Cette 50^e édition comporte de nombreux remaniements et adjonctions tenant compte des progrès les plus récents dans un domaine en pleine évolution. — Une place importante a été faite aux problèmes d'hygiène et de confort, au chauffage au mazout, au chauffage à l'air chaud, au chauffage par rayonnement, au conditionnement de l'air, ainsi qu'aux chaudières en acier. — Notions fondamentales : données météorologiques, physiologiques (confort); physique de la chaleur : gaz, vapeurs, air humide, transmission de chaleur, combustibles. — Étude de l'écoulement, des pertes de charge; notions d'acoustique; techniques de mesure. — Description des divers types d'appareils de chauffage et de leurs éléments. Calcul des installations de chauffage. Le chauffage dans les divers types de bâtiments : maisons d'habitation, cinémas, bâtiments administratifs; hôpitaux, palais des sports, garages. — Étude de la ventilation et de la climatisation. Description de l'appareillage utilisé. — Amortissement du bruit, disposition de réglage des installations de ventilation et de conditionnement de l'air. — Aménagement des installations de ventilation dans les divers types de locaux et bâtiments. Étude des chauffe-eau. Installations industrielles de dépoussiérage par aspiration. — La technique du froid; principes et étude des différents appareillages. — E. 33/59.

(Reproduction interdite.)

CENTRE D'ÉTUDES SUPÉRIEURES

MANUEL DE LA CHARPENTE EN BOIS (18)

ABILITÉ DES CONSTRUCTIONS APPLIQUÉE AUX BOIS

TROISIÈME PARTIE

ÉTUDE DES SYSTÈMES CONSTRUCTIFS

par MM. G. VRAIN,

Ingénieur des Ponts et Chaussées, Attaché au Service Central d'Études Techniques du Ministère des Travaux Publics

et J. GREZEL,

Ingénieur Civil de l'École Nationale des Ponts et Chaussées

SOMMAIRE

CLASSIFICATION DES SYSTÈMES.....	868	II — Systèmes hyperstatiques.....	899
Systèmes isostatiques.....	869	A. GÉNÉRALITÉS SUR LES POUTRES DROITES HYPERSTATIQUES.....	900
A. CONSOLE.....	869	B. POUTRE ENCASTRÉE A UNE SEULE EXTRÉMITÉ.....	903
1° et 2°) soumise à une ou plusieurs charges concentrées.....	869	Exemple de calcul (effet du poids propre, d'une surcharge uniforme, d'une charge concentrée, lignes représentatives du moment fléchissant et de l'effort tranchant).....	904
3°) soumise à une charge uniformément répartie.....	870	Poutre à section et à moment d'inertie constants (Tableau relatif à différents cas de charge) ..	909
4°) soumise à un système de charge répartie quelconque.....	870	C. POUTRE ENCASTRÉE AUX DEUX EXTRÉMITÉS.....	910
5° et 6°) soumise à une charge à répartition linéaire.....	872	Poutre à section et à moment d'inertie constants.....	910
B. POUTRE DROITE A MOMENT D'INERTIE CONSTANT SUR APPUIS SIMPLES.....	872	D. POUTRE CONTINUE SUR APPUIS SIMPLES.....	911
1°-2°-3°-4°) soumise à une ou plusieurs charges concentrées.....	872	a-b) notations et équation des trois moments de Clapeyron.....	911
5°-6°-7°-8°) soumise à une charge uniformément répartie.....	876	c-d) foyers.....	913
9°-10°-11°) soumise à une charge à répartition linéaire.....	880	e) moments sur les deux appuis d'une travée chargée.....	915
12°) soumise à une charge à répartition suivant une loi parabolique.....	882	f) poutre continue à moment d'inertie constant avec dénivellation des appuis.....	915
13°) soumise à une charge répartie quelconque..	884	g) théorème des deux moments de Maurice Lévy — Application.....	919
14°) soumise à deux charges concentrées placées à distance constante l'une de l'autre.....	885	E. GÉNÉRALITÉS SUR LES ARCS HYPERSTATIQUES.....	919
Théorème de Barré.....	886	F. ARCS A DEUX ARTICULATIONS.....	919
15°) soumise à des charges mobiles quelconques — lignes d'influence.....	886	G. ARCS ENCASTRÉS.....	921
C. POUTRE DROITE SUR APPUIS INTERMÉDIAIRES.....	888		
D. POUTRES CANTILEVER.....	893		
E. ARC A TROIS ARTICULATIONS.....	894		

STABILITÉ DES CONSTRUCTIONS APPLIQUÉE AUX BOIS

TROISIÈME PARTIE

ÉTUDE DE DIFFÉRENTS SYSTÈMES CONSTRUCTIFS

CLASSIFICATION DES SYSTÈMES

SYSTÈMES ISOSTATIQUES — SYSTÈMES HYPERSTATIQUES

Nous allons aborder maintenant, avec quelques détails, l'étude des systèmes constructifs, en tant que types de systèmes, types séries par leur définition mécanique même. Nous les classons en deux grandes familles :

- I. Les systèmes isostatiques.
- II. Les systèmes hyperstatiques.

Dans les premiers nous étudierons successivement :

- A. La console;
- B. La poutre droite sur appuis simples;
- C. La poutre droite sur appuis intermédiaires;
- D. Les poutres cantilever;
- E. L'arc à trois articulations.

Dans les seconds nous parlerons assez succinctement d'ailleurs à cause de la limite du programme envisagé :

- A. Des poutres droites hyperstatiques en général;
- B. Des poutres encastrées à une extrémité et articulées à l'autre;
- C. Des poutres encastrées aux deux extrémités;
- D. Des poutres continues;
- E. Des arcs hyperstatiques en général;
- F. Des arcs à deux articulations;
- G. Des arcs encastrés.

Les indications qui figurent dans l'introduction de la deuxième partie relative au calcul des systèmes constructifs en général restent valables pour la troisième partie.

RÉSUMÉ

Le but de la présente étude est de rappeler, aussi succinctement et clairement que possible, comment doivent être appliqués les principes exposés dans le chapitre relatif aux « calculs des systèmes constructifs en général » pour aboutir à des *méthodes pratiques et rapides* dans l'étude des différents systèmes constructifs susceptibles d'être rencontrés dans les *charpentes en bois*.

Après une classification des systèmes isostatiques et hyperstatiques, est passée en revue, pour les différents cas de charge pouvant se présenter, l'étude des consoles, des poutres droites isostatiques, des arcs à trois articulations, des poutres encastrées à une ou deux extrémités, des poutres continues, des arcs à deux articulations et des arcs encastrés. De nombreux *tableaux* numériques figurant dans le texte sont susceptibles d'abréger notablement les calculs qui incombent généralement aux projeteurs. D'autres *tableaux* et quelques exemples sont destinés à servir de guide pratique sur la façon de conduire les études dans les cas les plus complexes, afin de faciliter la tâche des projeteurs.

SUMMARY

The purpose of this study is to show as briefly and clearly as possible how the methods set forth in the chapter on « Calculations for Construction Systems in General » must be applied in order to arrive at *rapid and practical methods* for design of various structural systems which may be encountered in *wood framing*.

After a classification of statically determinate and indeterminate systems, various load conditions are reviewed in connection with the design of brackets, statically determinate straight beams, three hinge arches, continuous beams, beams restrained at one or both ends, two hinge arches and fixed end arches. Numerous numerical *tables* are reproduced in the text to aid in design calculations. Other tables and examples give a practical guide where design calculations are highly complex, in order to make the study easier for designers.

I. — LES SYSTÈMES ISOSTATIQUES

A. — Console.

Une console est une pièce prismatique, encastrée à une extrémité et libre sur toute sa portée l .

1 Console soumise à une charge concentrée P (fig. 1)

Soit α l'abscisse de la charge P comptée à partir de l'origine, située à l'encastrement.

Les composantes de la réaction d'appui seront :

Une réaction verticale R_0 de sens opposé à P .

Un moment d'encastrement M_0 égal à $P\alpha$.

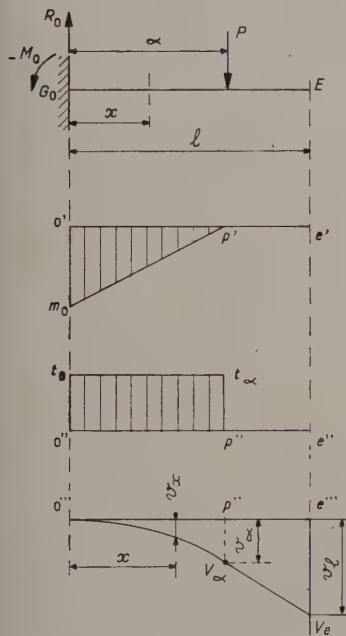


FIG. 1.

Pour tout point d'abscisse x compris entre 0 et α le moment fléchissant sera égal à $M = -P(\alpha - x)$, il devient nul pour $x \geq \alpha$. La ligne représentative de ce moment sera la droite m_0p' d'ordonnée $o'm_0 = -P\alpha$ pour $x = 0$, elle se confond avec l'axe des x sur la longueur $p'e'$ au delà de la charge où le moment est nul.

L'effort tranchant est constant sur toute la longueur α et égal à P ; au delà de la charge il est nul; sa ligne représentative sera la droite t_0t_α d'ordonnée constante $o''t_0 = P$; elle se confond avec l'axe des x sur la longueur $p''e''$ au delà de la charge.

Quant à la fibre déformée elle est représentée par $o'''V_\alpha$ dont l'ordonnée $p'''V_\alpha$ est égale à $\frac{P}{3EI} \alpha^3$ et, l'ordonnée V_α en

un point quelconque d'abscisse x est donnée par l'équation

$$v_x = \frac{P}{6EI} x^2 (3\alpha - x).$$

Au-delà du point V_α cette fibre déformée est une droite $V_\alpha V_e$ dont l'ordonnée au point e''' est :

$$v_l = \frac{P\alpha^2}{6EI} [2\alpha + 3(l - \alpha)] = \frac{P\alpha^2}{6EI} (3l - \alpha).$$

Il est facile d'établir ces formules en partant des équations de déformation.

1° La rotation ω_α dont aura tourné la section située à l'abscisse α (au droit de la charge P) est donnée par :

$$\omega_\alpha = \int_0^\alpha \frac{Md\xi}{EI}, \quad \text{or : } M = P(\alpha - \xi) \quad (1)$$

(puisque la section origine ne tourne pas, on n'a qu'à faire la somme entre 0 et α des rotations élémentaires $\frac{Md\xi}{EI}$ qui sont la quantité dont tourne la section $\xi + d\xi$ par rapport à la section ξ). On a donc :

$$\omega_\alpha = \int_0^\alpha \frac{P(\alpha - \xi)}{EI} d\xi, \quad \text{et si } \frac{P}{EI} \text{ est constant, on a :}$$

$$\omega_\alpha = \frac{P}{EI} \int_0^\alpha (\alpha - \xi) d\xi \quad \text{c'est-à-dire :}$$

$$\omega_\alpha = \frac{P}{EI} \left[\alpha\xi - \frac{\xi^2}{2} \right]_0^\alpha$$

ce qui donne : $\omega_\alpha = \frac{P}{2EI} \alpha^2$ (la parenthèse étant prise entre 0 et α , c'est-à-dire que l'on prend sa valeur pour $\xi = \alpha$ moins sa valeur pour $\xi = 0$).

2° La valeur v_x de l'ordonnée de la fibre déformée au point d'abscisse x sera égale — (en utilisant la 2^e équation de Bresse) — à :

$$v_x = \int_0^x \frac{M}{EI} (x - \xi) d\xi \quad (2),$$

et comme $M = P(\alpha - \xi)$ on a :

$$\begin{aligned} v_x &= \int_0^x \frac{P}{EI} (\alpha - \xi) (x - \xi) d\xi = \\ &= \frac{P}{EI} \int_0^x (\alpha - \xi) (x - \xi) d\xi. \end{aligned}$$

(1) On désigne par ξ l'abscisse des sections successives que l'on considère le long de la poutre et pour lesquelles on évalue les valeurs correspondantes de M et de I .

(2) Dans ces formules ξ est l'abscisse variable comme il est dit en (1) et x joue le rôle d'une constante, c'est la limite supérieure de l'intervalle d'intégration.

En développant on obtient successivement :

$$v_x = \frac{P}{EI} \int_0^x (\alpha x - \xi x - \alpha \xi + \xi^2) d\xi,$$

$$v_x = \frac{P}{EI} \left[\alpha x \xi - \frac{\xi^2 x}{2} - \frac{\alpha \xi^2}{2} + \frac{\xi^3}{3} \right]_0^x$$

$$v_x = \frac{P}{EI} \left[\alpha x^2 - \frac{x^3}{2} - \frac{\alpha x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \right]$$

$$v_x = \frac{P}{EI} \left[\frac{\alpha x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right] = \frac{P}{6EI} x^2 (3\alpha - x),$$

formule que nous avons trouvée ci-dessus. Nous avons à dessein développé ce calcul pour le lecteur peu habitué à cette gymnastique du calcul algébrique.

En faisant, dans cette formule $x = \alpha$, on retrouve immédiatement la flèche dans la section située sous la charge :

$$v_\alpha = \frac{P\alpha^3}{3EI}.$$

Quant à la flèche v_l à l'extrémité de la poutre ce sera cette valeur v_α à laquelle on ajoutera l'abaissement que produit la droite inclinée $v_\alpha v_e$ dont on a calculé ci-dessus le coefficient angulaire :

$$\omega_\alpha = \frac{P\alpha^2}{2EI} \quad (1)$$

On aura donc :

$$v_l = \frac{P\alpha^3}{3EI} + \frac{P\alpha^2}{2EI} (l - \alpha) \text{ ce qui donne :}$$

$$v_l = \frac{P\alpha^2}{6EI} [2\alpha + 3(l - \alpha)] = \frac{P\alpha^2}{6EI} (3l - \alpha).$$

2° Console soumise à plusieurs charges concentrées $P_1 P_2 P_3 \dots P_n$.

On pourrait traiter ce problème de la même manière, il suffirait, pour calculer en un point d'abscisse x le moment fléchissant M , de dire que ce moment est la somme des n moments des n forces P en ce point. De même pour l'effort tranchant et la déformation v .

Mais nous avons là l'occasion de développer l'application de nos connaissances en statique graphique et cette solution est simple, rapide et très largement suffisante quant à la précision des résultats qu'elle fournit.

Supposons la console G_0E de 3 m de portée, sur laquelle on disposera les charges figurées (fig. 2). Construisons le dynamique des forces $P_1 P_2 P_3 P_4$ en $g_0-1-2-3-4$. Sur l'horizontale issue de 4 prenons un pôle 0 à une distance polaire 0-4 égale à 2 cm (échelle 1/50). Construisons ensuite le polygone funiculaire en partant du point p_4 sur l'horizontale de g_0 . Nous aurons la ligne brisée $p_4 m_3 m_2 m_1 m_0$. Nous savons que cette ligne est la ligne représentative du moment

fléchissant en tout point de la poutre rapportée à l'horizontale de référence $g_0 p_4$. Ainsi les vecteurs $p_3 m_3$, $p_2 m_2$, $p_1 m_1$, lus à l'échelle des moments nous donneront la valeur de ces moments aux différents points de la poutre. En particulier on lit $g_0 m_0 = 7,5$ cm soit 3 750 kgm (le calcul donnerait 3 775 kgm). D'autre part en rappelant horizontalement les points 1, 2, 3, 4 du dynamique des forces sur les verticales issues de ces forces on obtient le contour en escalier qui représente la ligne représentative des efforts tranchants rapportée à l'horizontale de référence op'_4 . On voit ainsi que dans l'intervalle $G_0 P_1$ la valeur de T est égale à l'ordonnée $p'_1 t_1$, que dans l'intervalle $P_1 P_2$ elle est égale à $p'_2 t_2$, etc... L'effort tranchant est constant entre deux charges appliquées.

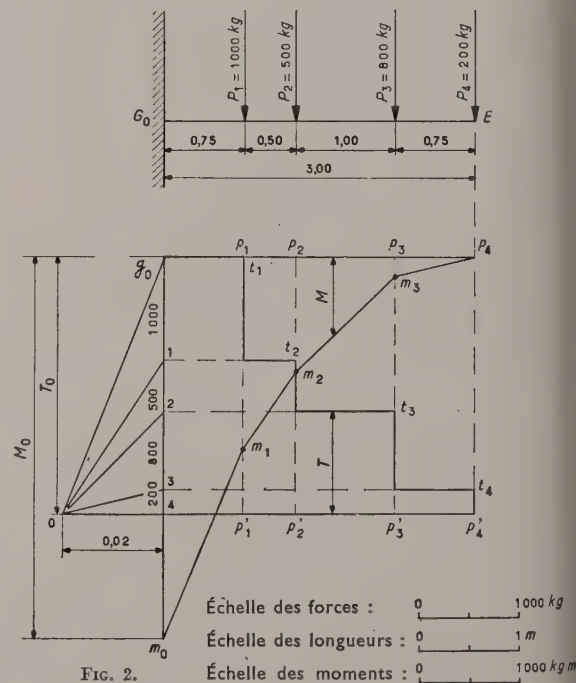


FIG. 2.

3° Console soumise à une charge uniformément répartie.

Considérons la console G_0E de portée l soumise à une charge uniformément répartie p kg/m par exemple (fig. 3). Les composantes de la réaction d'appui seront :

$$\text{Composante verticale } R_0 = pl.$$

$$\text{Moment d'encastrement} - M_0 = \frac{pl^2}{2}.$$

(c'est le moment directement opposé au moment en G_0 des forces appliquées à la pièce dont la résultante pl a sa ligne d'action à la distance $\frac{l}{2}$ de G_0).

(1) ω_α est l'angle dont a tourné, après déformation, la section d'abscisse α . C'est un nombre pur (sans dimension). Il exprime des radians. Comme nous sommes en présence d'angles très petits on confond l'angle avec sa tangente.

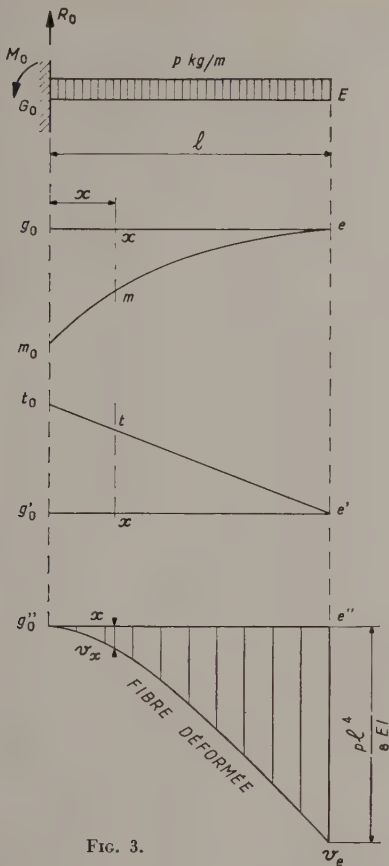


FIG. 3.

La ligne représentative du moment fléchissant en tout point d'abscisse x a pour équation :

$$I = -\frac{P(l-x)^2}{2} \quad [\text{c'est le moment des charges appliquées entre le point } x \text{ et le point } E \text{ dont la résultante égale à } (l-x) \text{ à sa ligne d'action à la distance } \frac{l-x}{2} \text{ de } x].$$

En particulier pour $x = 0$ on a :

$$M_0 = -\frac{Pl^2}{2} \quad (\text{ordonnée } g_0 m_0).$$

Cette ligne est une parabole passant par m_0 et tangente en à la ligne de référence g_0e .

L'effort tranchant, dans la section d'abscisse x est égal à $T = p(l-x)$ et a pour valeur $t_0 = pl$ en G_0 (ordonnée g_0t_0). La droite t_0e' est la ligne représentative de T rapportée à la ligne de référence g_0e' .

La fibre déformée aura pour équation :

$$y = \frac{pl^4}{8EI} \frac{1}{3} \frac{x^2}{l^2} \left(6 + \frac{x^2}{l^2} - 4 \frac{x}{l} \right).$$

Elle résulte de l'intégration entre 0 et x de l'expression :

$$v_x = \int_0^x \frac{M}{EI} (x-\xi) d\xi$$

précédemment citée (p. 869) dans laquelle on fait :

$$M = \frac{p(l-\xi)^2}{2}$$

ce qui donne

$$v_x = \frac{p}{2EI} \int_0^x (l-\xi)^2 (x-\xi) d\xi.$$

On a donné cette équation en fonction de l'argument $\frac{x}{l}$,

assez commode à employer, car il suffit alors de partager la portée l en autant de parties égales qu'on voudra, n par exemple, le rapport $\frac{x}{l}$ étant ainsi $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \dots$, dont il est facile d'évaluer le carré : $\frac{1}{n^2}, \frac{4}{n^2}, \frac{9}{n^2}, \dots$

Dans le tableau ci-dessous on donne les valeurs de la fonction :

$$\frac{1}{3} \frac{x^2}{l^2} \left(6 + \frac{x^2}{l^2} - 4 \frac{x}{l} \right)$$

pour la portée l divisée en dix parties égales.

On multipliera donc la valeur $\frac{pl^4}{8EI}$, qui est précisément la flèche maximum en E prise par la console sous l'influence de la charge p , par les coefficients de la dernière ligne de ce tableau et on aura les déformations de la console de $1/10$ en $1/10$ de sa longueur. En joignant tous ces points on aura la représentation, à l'échelle qu'on voudra, de la fibre déformée. L'allure de cette ligne est donnée par la courbe g_0v_e du bas de la figure 3 rapportée à l'horizontale g_0e'' .

4° Console soumise à un système de charge répartie quelconque.

On pourra toujours se fixer une ligne de charge quelconque (fig. 4) mn , représentant en un point d'abscisse x l'intensité de la charge p agissant en ce point sur une console G_0E de portée l . Si cette ligne de charge obéit à une loi mathématique simple (droite ou parabole du 2^e degré par exemple)

$\frac{x}{l} =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,00
$\frac{1}{3} \frac{x^2}{l^2} \left(6 + \frac{x^2}{l^2} - 4 \frac{x}{l} \right)$	0,0187	0,0699	0,1467	0,2432	0,3542	0,4752	0,6027	0,7339	0,8667	1

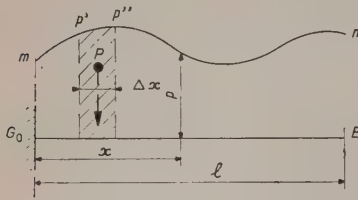


FIG. 4.

on pourra toujours traiter le problème analytiquement. Si cette ligne est quelconque, on divisera la portée en intervalles Δx égaux et on évaluera la charge élémentaire P correspondant à chaque intervalle. Cette charge élémentaire aura pour intensité la surface de l'aire hachurée assimilée à un trapèze. Sa ligne d'action sera supposée être au milieu de Δx . On n'aura plus alors qu'à traiter le problème de n charges P équidistantes agissant sur la console G_0E . Rappelons à ce propos que T est l'intégrale première de E vers G_0 de la ligne de charge et que M en est l'intégrale seconde (ou intégrale première de T) effectuée de E vers G_0 .

5° Cas d'une charge à répartition linéaire variant de 0 à p (fig. 5).



FIG. 5.

On obtient, dans ce cas, en traitant le problème analytiquement :

$$T = \frac{pl}{2} \left(1 - \frac{x^2}{l^2} \right)$$

ce qui donne en G_0 : $T_0 = \frac{pl}{2}$ (avec $x = 0$)

$$M = -\frac{pl^2}{6} \left[2 + \frac{x^3}{l^3} - 3 \frac{x}{l} \right]$$

ce qui donne en G_0 pour $x = 0$: $M_0 = -\frac{pl^2}{3}$

6° Cas d'une charge à répartition linéaire variant de p à 0 (fig. 6).

On obtient alors :

$$T = \frac{pl}{2} \left(1 - 2 \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right)$$

ce qui donne en G_0 avec $x = 0$

$$T_0 = \frac{pl}{2}$$

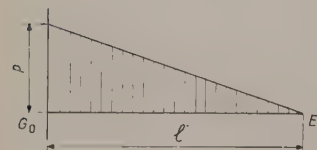


FIG. 6.

$$\text{et} \quad M = -\frac{pl^2}{6} \left[1 - 3 \frac{x}{l} + 3 \frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3} \right]$$

ce qui donne en G_0 avec $x = 0$

$$M = -\frac{pl^2}{6}$$

REMARQUE. — Chacun de ces deux derniers cas de charge est complémentaire de l'autre par rapport au cas du paragraphe 3° (charge uniformément répartie).

Les formules trouvées pour M et T doivent donc donner par addition :

$$\begin{aligned} M &= -\frac{pl^2}{6} \left[2 + \frac{x^3}{l^3} - 3 \frac{x}{l} \right] \\ &\quad - \frac{pl^2}{6} \left[1 - 3 \frac{x}{l} + 3 \frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3} \right] = \\ &= -\frac{pl^2}{6} \left[3 - 6 \frac{x}{l} + 3 \frac{x^2}{l^2} \right] = -\frac{pl^2}{2} \left[1 - 2 \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right] = \\ &= -\frac{pl^2}{2} \left(1 - \frac{x}{l} \right)^2 \end{aligned}$$

qui est identique à celle qui est donnée au paragraphe 3;

$M = -\frac{p}{2} (l - x)^2$ dans laquelle on a introduit l'argument de calcul $\frac{x}{l}$.

De même :

$$\begin{aligned} T &= \frac{pl}{2} \left(1 - \frac{x^2}{l^2} \right) + \frac{pl}{2} \left(1 - 2 \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right) = \\ &= \frac{pl}{2} \left(2 - 2 \frac{x}{l} \right) = pl \left(1 - \frac{x}{l} \right) \end{aligned}$$

identique à celle du paragraphe 3; $T = p(l - x)$.

B. — Poutre droite à moment d'inertie constant sur appuis simples (1).

1° Poutre droite soumise à une charge concentrée P verticale.

Soit la poutre G_0G_1 et α l'abscisse de la charge concentrée fixe P comptée à partir de l'origine G_0 (fig. 7).

Les appuis G_0G_1 sont du premier genre et ne peuvent développer que des réactions d'appui verticales.

Pour les déterminer on dispose des deux équations :

$$R_0 + R_1 = P$$

$$R_1 l = P \alpha$$

la seconde exprimant que les moments des forces appliquées se font équilibre au point G_0 .

(1) Nous disons ici à *Moment d'inertie constant*. La variation du moment d'inertie n'affecte pas le calcul des réactions d'appui, des moments fléchissants et des efforts tranchants puisque nous sommes en présence d'un système isostatique, mais elle affecterait le calcul des rotations ω et des déformations v .

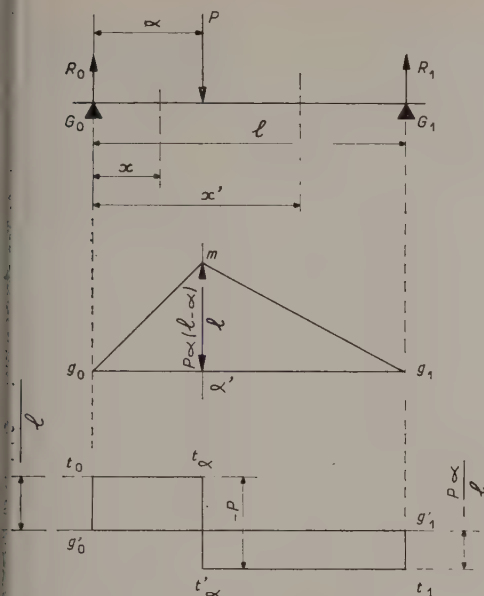


FIG. 7.

On en déduit facilement :

$$R_1 = \frac{P\alpha}{l} \text{ et } R_0 = \frac{P(l-\alpha)}{l}.$$

Le moment fléchissant aura deux expressions différentes suivant que la section qu'on considère sera entre G_0 et P ou entre P et G_1 . Dans le premier cas, pour $x < \alpha$ on a :

$M_x = R_0 x = \frac{P(l-\alpha)}{l} x$ (moment des forces appliquées à gauche de x , ces forces se limitant ici à la réaction de l'appui de gauche);

Dans le second cas, pour $x' > \alpha$ on a :

$M_{x'} = R_1(l-x') = \frac{P\alpha(l-x')}{l}$ (moment des forces appliquées à droite de x' , ces forces se limitant ici à la réaction de l'appui de droite).

Dans ces deux formules, on trouve en y substituant α à x la valeur du moment fléchissant maximum sous la charge P :

$$M_p = \frac{P\alpha(l-\alpha)}{l}.$$

La ligne représentative du moment sera donc formée de deux segments de droite G_0m et mg_1 l'ordonnée à l'abscisse α étant :

$$\alpha'm = \frac{P\alpha(l-\alpha)}{l}.$$

L'effort tranchant aura, lui aussi, deux expressions qui seront :

pour $x < \alpha$ $T_x = R_0 = \frac{P(l-\alpha)}{l}$ (somme des forces à gauche de x se limitant ici à la réaction de l'appui de gauche),

pour $x' > \alpha$ $T_{x'} = -R_1 = -\frac{P\alpha}{l}$ (somme des forces à droite de x' , se limitant ici à la réaction de l'appui de droite, changée de signe).

On remarquera que chacune de ces expressions de T représente le coefficient angulaire de l'une des deux droites du diagramme du moment fléchissant G_0m et mg_1 .

Cet effort tranchant est constant entre les appuis et la charge P . Au droit de la charge il présente une discontinuité égale à $(-P)$, entre les valeurs qu'il a immédiatement à gauche de P et immédiatement à droite de P . On voit aisément pourquoi pour calculer l'effort tranchant en x' on peut considérer aussi la somme des forces à gauche de x' on a :

$$T_{x'} = R_0 - P = \frac{P(l-\alpha)}{l} - P = -\frac{P\alpha}{l}.$$

La ligne représentative de T est formée par les horizontales t_0t_α et $t_\alpha t_1$.

$t_\alpha t_\alpha'$ représente la discontinuité $-P$ dont nous avons parlé.

La fibre déformée présente, elle aussi, deux expressions analytiques ⁽¹⁾ :

pour $x < \alpha$:

$$v_x = \frac{Pl^3}{6EI} \left(1 - \frac{\alpha}{l}\right) \frac{x}{l} \left[\frac{\alpha}{l} \left(2 - \frac{\alpha}{l}\right) - \frac{x^2}{l^2} \right]$$

et pour $x' > \alpha$:

$$v_{x'} = \frac{Pl^3}{6EI} \frac{\alpha}{l} \left(1 - \frac{x'}{l}\right) \left[\frac{x'}{l} \left(2 - \frac{x'}{l}\right) - \frac{\alpha^2}{l^2} \right].$$

Présentées sous cette forme avec les arguments $\frac{x}{l}$ et $\frac{\alpha}{l}$ elles nous semblent faciles à calculer car les termes entre parenthèses ne sont que des puissances de $\frac{x}{l}$ ou de $\frac{\alpha}{l}$ plus petits que l'unité. On a donc des nombres très maniables à employer.

Ces deux expressions donnent, en faisant dans chacune d'elles $\frac{x}{l} = \frac{\alpha}{l}$, la valeur de v_p , déformation au droit de la charge P qui est :

$$v_p = \frac{Pl^3}{3EI} \frac{\alpha^2}{l^2} \left(1 - \frac{\alpha}{l}\right)^2.$$

Le maximum de v a lieu dans le plus grand des deux intervalles $G_0\alpha$ ou αG_1 .

Si $\alpha > l - \alpha$ le maximum a lieu à l'abscisse relative ⁽²⁾

⁽¹⁾ Ces deux expressions donnent la valeur de l'ordonnée v_x de la fibre déformée, à l'abscisse x , par rapport à la droite G_0G_1 lorsqu'une charge P est à l'abscisse α .

⁽²⁾ Nous rappelons que l'abscisse du maximum d'une fonction est la valeur de la variable qui annule la dérivée de cette fonction.

Dans le cas qui nous occupe ($\alpha > l - \alpha$) nous avons à dériver la première des deux expressions donnant v_x . Nous obtenons (dérivée d'un produit) :

(suite de la note au verso)

$$\frac{x}{l} = \sqrt{\frac{1}{3} \frac{\alpha}{l} \left(2 - \frac{\alpha}{l}\right)},$$

$\frac{\alpha}{l}$ ne peut alors varier qu'entre 0,5 et 1.

On voit alors que $\frac{x}{l}$ varie entre 0,5 et 0,58. Le maximum a donc lieu *tout près du milieu de la poutre* et il est suffisamment précis de calculer la flèche en ce point.

On a donc, en faisant dans les expressions ci-dessus $x = \frac{1}{2}$:

$$\text{pour } \frac{\alpha}{l} > \frac{1}{2} \quad f = \frac{Pl^3}{12 EI} \left(1 - \frac{\alpha}{l}\right) \left[\frac{\alpha}{l} \left(2 - \frac{\alpha}{l}\right) - \frac{1}{4}\right]$$

$$\text{pour } \frac{\alpha}{l} < \frac{1}{2} \quad f = \frac{Pl^3}{12 EI} \frac{\alpha}{l} \left[\frac{3}{4} - \frac{\alpha^2}{l^2}\right].$$

2° Cas particulier où la charge P est au milieu de la portée.

Dans ce cas : $R_0 = R_1 = \frac{P}{2}$.

Le moment fléchissant maximum au milieu de la portée est égal à :

$$M_P = P \frac{l}{4}$$

il suffit de vérifier en effet que la formule de la page 873 donnant M_P reproduit cette valeur $\frac{Pl}{4}$ en y faisant

$$\alpha = l - \alpha = \frac{l}{2}.$$

La flèche est maximum sous la charge P . La fibre déformée est symétrique par rapport au milieu de la poutre. En faisant dans les formules de la page 873 ci-dessus :

$\frac{\alpha}{l} = \frac{1}{2}$, on a pour la première moitié de la poutre :

$$v_x = \frac{Pl^3}{12 EI} \frac{x}{l} \left(\frac{3}{4} - \frac{x^2}{l^2}\right) \text{ et la flèche maximum sera obtenue pour } \frac{x}{l} = \frac{1}{2} \text{ d'où } f = \frac{Pl^3}{48 EI}.$$

(suite de la note de la page 873).

$$\frac{dv_x}{dx} = \left\{ \frac{x}{l} \times \left(-2 \frac{x}{l}\right) + \left[\frac{\alpha}{l} \left(2 - \frac{\alpha}{l}\right) - \frac{x^2}{l^2}\right] \times 1 \right\} \times K,$$

$$\text{en posant } K = \frac{Pl^3}{6 EI} \left(1 - \frac{\alpha}{l}\right), \text{ facteur constant.}$$

$$\text{Ou } \frac{dv_x}{dx} = \left[-3 \frac{x^2}{l^2} + \frac{\alpha}{l} \left(2 - \frac{\alpha}{l}\right)\right] \times K.$$

Cette expression s'annule pour $-3 \frac{x^2}{l^2} + \frac{\alpha}{l} \left(2 - \frac{\alpha}{l}\right) = 0$

$$\text{c'est-à-dire } \frac{x^2}{l^2} = \frac{1}{3} \frac{\alpha}{l} \left(2 - \frac{\alpha}{l}\right).$$

3° Poutre droite soumise à deux charges concentrées P verticales disposées symétriquement par rapport aux appuis $G_0 G_1$.

Sans entrer dans le détail des calculs nous donnerons pour ce cas de charge les valeurs utiles à connaître (voir fig. 8).

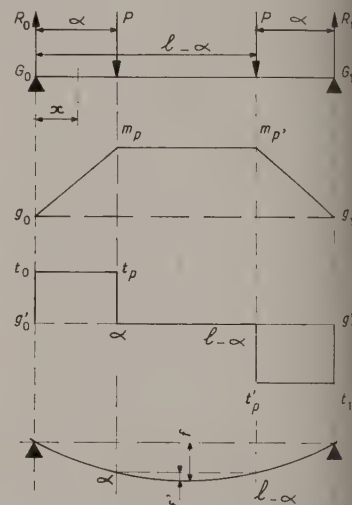


FIG. 8.

Soit α la distance d'une charge à l'appui le plus voisin.

Par suite de la symétrie $R_0 = R_1 = P$.

Le moment fléchissant varie linéairement entre G_0 et α .

A l'abscisse $x < \alpha$, il est égal à $R_0 x = Px$.

Pour $x = \alpha$, on a $M_P = P\alpha$, moment au droit de la charge. Ce moment est ensuite constant entre les deux charges P .

La ligne représentative est donc le contour trapézoïdal $g_0 m_p m_p' g_1$.

L'effort tranchant est constant entre G_0 et α et égal à P . Il est nul entre les charges P et devient constant et négatif entre la deuxième charge P et l'appui G_1 . Son diagramme est représenté par le contour $t_0 t_p \alpha, l - \alpha, t_p' t_1$.

Dans la zone à moment constant, la fibre déformée est un arc de cercle dont le rayon est $\rho = \frac{EI}{M} = \frac{EI}{P\alpha}$.

La flèche partielle f' à mi-portée sur la longueur $l - 2\alpha$ séparant les charges P est :

$$\frac{Pl^3}{8 EI} \frac{\alpha}{l} \left(1 - 2 \frac{\alpha}{l} + 4 \frac{\alpha^2}{l^2}\right) \text{ et la flèche totale à mi-portée}$$

rapportée à la droite $G_0 G_1$ est $f = \frac{Pl^3}{24 EI} \frac{\alpha}{l} \left(3 - 4 \frac{\alpha^2}{l^2}\right)$.

4° Poutre droite soumise à n charges concentrées verticales P .

Ce problème peut se traiter en sommant, dans une section donnée, les valeurs M_i , T_i et v_i trouvées pour les diffé-

tes charges P_i en appliquant les formules développées au 1^o ci-dessus.

Ainsi, dans le cas représenté fig. 9 on trouvera :

$$R_0 = P_1 \frac{l - \alpha_1}{l} + P_2 \frac{l - \alpha_2}{l} + P_3 \frac{l - \alpha_3}{l}$$

$$R_1 = P_1 \frac{\alpha_1}{l} + P_2 \frac{\alpha_2}{l} + P_3 \frac{\alpha_3}{l}$$

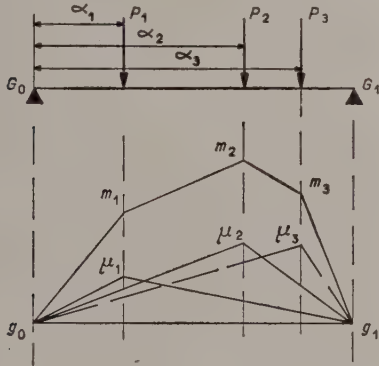


FIG. 9.

$M_x = \sum (\mu_{i(x)}, \mu_{i'(x)})$ désignant le moment au point x dû à la charge P_i . Ces moments ont les diagrammes $g_0 \mu_1 g_1$, $g_0 \mu_2 g_1$ et $g_0 \mu_3 g_1$ dont les ordonnées maximum au droit de chacune des charges sont : $\mu_1 = \frac{P_1 \alpha_1 (l - \alpha_1)}{l}$

$$\mu_2 = \frac{P_2 \alpha_2 (l - \alpha_2)}{l}$$

$$\mu_3 = \frac{P_3 \alpha_3 (l - \alpha_3)}{l}$$

En en faisant la somme en chacune des abscisses $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$ on trouve aisément le diagramme $g_0 m_1 m_2 m_3 g_1$.

Ce problème se traite avec facilité par la statique graphique et mérite de s'y étendre sur un exemple concret.

Supposons la poutre $G_0 G_1$ de 10 m de portée soumise aux charges P_1, P_2, P_3, P_4 définies (fig. 10).

Construisons le dynamique des P_i

$$a, 1, 2, 3, 4.$$

Prenons un pôle O avec une distance polaire égale à 2 cm. A l'aide de ce pôle construisons le polygone funiculaire $g_0, P_1, P_2, P_3, P_4, 4$ que nous commencerons par le point 4.

Menons la ligne de fermeture $g_0' 4$.

Du pôle O menons la parallèle Or à cette ligne de fermeture.

$a r$ du dynamique est la réaction d'appui en G_0 et $r 4$ est la réaction en G_1 . Les ordonnées μ du polygone funiculaire par rapport à sa ligne de fermeture fournissent, à l'échelle des moments, la valeur du moment fléchissant M en un

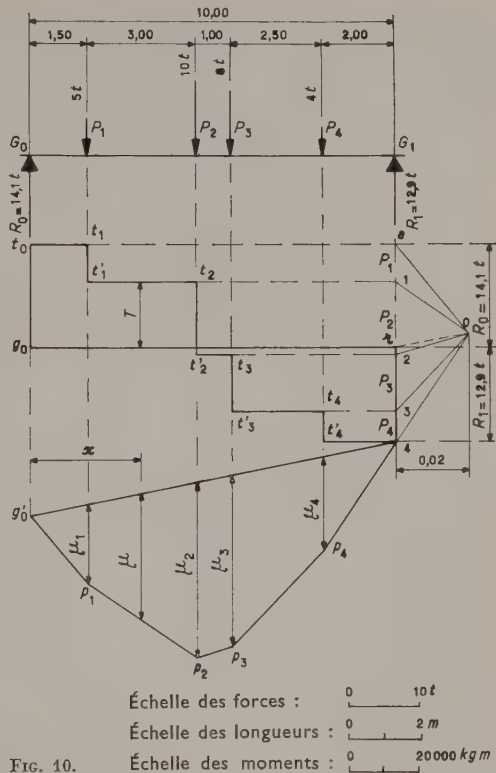


FIG. 10.

point quelconque d'abscisse x . Pour construire la ligne représentative des efforts tranchants il suffit de rappeler horizontalement les points $a, 1, 2, 3, 4$ du dynamique des forces respectivement en $t_0 t_1, t_1' t_2, t_2' t_3, t_3' t_4, t_4' 4$. Les valeurs des efforts tranchants T sont lues sur cette épure à l'échelle des forces par rapport à la ligne de fermeture $g_0 r$. On constate que l'on a bien ainsi : $T_0 = g_0 t_0 = ar =$ réaction R_0 et qu'au droit du point d'application de chaque charge P_i l'effort tranchant à ε à gauche et à ε à droite de ce point présente une discontinuité égale à P_i .

Pour connaître la ligne élastique de la poutre déformée, on pourra traiter le problème graphiquement, comme on l'a déjà indiqué (2^e partie, § 1^{er}), en divisant la portée en intervalles égaux Δx , en évaluant pour chaque intervalle le moment M au milieu de celui-ci à l'aide de la ligne représentative des μ de la figure 10, en calculant pour chacun

de ces intervalles les forces fictives $\frac{M}{EI} \Delta x$ et en construisant

d'après un dynamique de ces forces fictives un polygone funiculaire dont on rapportera les ordonnées à une ligne de fermeture joignant les intersections des côtés extrêmes de ce polygone funiculaire avec les verticales des appuis. Nous laissons à nos lecteurs le soin de s'exercer à cette construction pour laquelle ils se fixeront eux-mêmes les valeurs de I et de E compatibles avec le matériau choisi et les contraintes admissibles de ce matériau en fonction des valeurs M de l'épure de la figure 10.

Le moment d'inertie I pourra être variable le long de la portée de la poutre comme il est logique de le faire, l'épure n'est pas plus compliquée. Il suffit de se rappeler que dans le calcul des valeurs $\frac{M}{EI}$, si on adopte le kg et le mètre pour unités, M sera évalué en kgm, E en kg/m², I en m⁴ et Δx en m.

5° Poutre droite soumise à une charge uniformément répartie s'étendant sur toute la portée.

Ce problème, l'un des plus fréquemment posés dans les applications pratiques, se résout d'une manière très simple. Soit la poutre G_0G_1 de portée l soumise à la charge uniforme p kg/m par exemple (voir fig. 11).

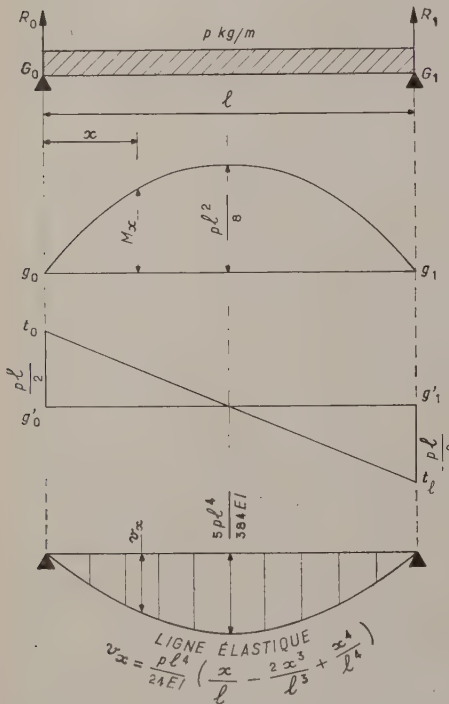


FIG. 11.

Par raison de symétrie on a :

$$R_0 = R_1 = p \frac{l}{2}.$$

Le moment fléchissant $M_{(x)}$ en un point d'abscisse x sera :

$M_{(x)} = R_0 x - p x \frac{x}{2}$ qui exprime le moment des forces appliquées à la poutre, à gauche du point d'abscisse x , ce qui s'écrit :

$$M_{(x)} = \frac{p l}{2} x - \frac{p x^2}{2} = \frac{p x}{2} (l - x)$$

en mettant en évidence l'argument $\frac{x}{l}$ (abscisse relative du point x) on a la forme :

$$M_{(i)} = \frac{p l^2}{2} \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

particulièrement facile à calculer en se servant du tableau ci-dessous donnant les valeurs du terme variable.

Ce terme a pour ligne représentative une parabole symétrique par rapport à l'axe passant par le milieu de la portée.

La ligne représentative de M est donc une parabole dont l'ordonnée maximum, au milieu de la portée, est :

$$M_{(\frac{l}{2})} = \frac{p l^2}{2} 0,25 = \frac{p l^2}{8}, \text{ valeur qu'on retrouve d'ailleurs en}$$

faisant, dans la formule générale donnant $M_{(x)}$; $x = \frac{l}{2}$. On pourra construire cette parabole soit par les procédés graphiques connus, soit en la construisant par points de 1/10 en 1/10 en s'aidant des valeurs du tableau ci-dessus.

L'effort tranchant $T_{(x)}$, somme des forces à gauche de x , est égal à :

$$T_{(x)} = R_0 - p x = \frac{p l}{2} - p x = p \left(\frac{l}{2} - x\right)$$

$$\text{en faisant } \begin{cases} x = 0 & \text{on a } T_{(0)} = \frac{p l}{2} \\ x = l & \text{on a } T_{(l)} = -\frac{p l}{2} \\ x = \frac{l}{2} & \text{on a } T_{(\frac{l}{2})} = 0. \end{cases}$$

Sa ligne représentative est la droite $t_0 t_l$ rapportée à l'axe origine $g_0 g_1$.

La ligne élastique de la poutre déformée est représentée en fonction de l'argument $\frac{x}{l}$ par l'équation :

$v_{(i)} = \frac{p l^4}{24 EI} \left(\frac{x}{l} - \frac{2x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4}\right)$ qui suppose le moment d'inertie de la poutre constant sur toute la longueur.

$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$	0	0,09	0,16	0,21	0,24	0,25	0,24	0,21	0,16	0,09	0

$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\frac{x}{l} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4}$	0	0,0981	0,1856	0,2541	0,2976	0,3125 = 5/16	0,2976	0,2541	0,1856	0,0981	0

Le tableau ci-dessus permet de trouver les valeurs du terme entre parenthèses de 1/10 en 1/10 de la portée.

En particulier, la flèche maximum au milieu de la portée sera, en faisant dans l'équation $v(\frac{x}{l})$ ci-dessus $\frac{x}{l} = \frac{1}{2}$.

$$v(\frac{l}{2}) = \frac{pl^4}{24 EI} \frac{5}{16} = \frac{5 pl^4}{384 EI}$$

Poutre droite soumise à une charge uniformément répartie s'étendant sur une fraction de la portée entre deux abscisses quelconques α et β .

(Voir fig. 12.) Soit la poutre G_0G_1 qui supporte une charge uniformément répartie d'intensité p kg/m s'étendant entre les abscisses α et β . La charge totale appliquée entre ces deux points est égale à $p(\beta - \alpha)$ et sa résultante agit à une distance :

$$\frac{\alpha + \beta}{2} \text{ de l'appui } G_0.$$

On a donc ainsi :

$$R_0 = \frac{pl}{2} \left(\frac{\beta}{l} - \frac{\alpha}{l} \right) \left[2 - \left(\frac{\alpha}{l} + \frac{\beta}{l} \right) \right]$$

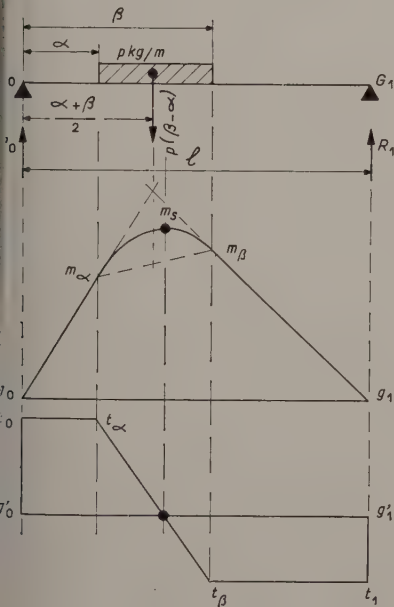


FIG. 12.

$$R_1 = \frac{pl}{2} \left(\frac{\beta}{l} - \frac{\alpha}{l} \right) \left(\frac{\alpha}{l} + \frac{\beta}{l} \right).$$

Moment fléchissant. Son expression est différente suivant que x est compris dans les zones non chargées ou dans la zone chargée.

a) x est compris entre 0 et α :

$$M_{(x)} = R_0 x = \frac{pl^2}{2} \left(\frac{\beta}{l} - \frac{\alpha}{l} \right) \left[2 - \left(\frac{\alpha}{l} + \frac{\beta}{l} \right) \right] \frac{x}{l}$$

Sa ligne représentative est une ligne droite $g_0 m_\alpha$ dont l'ordonnée au point $x = \alpha$ est, en faisant $\frac{x}{l} = \frac{\alpha}{l}$.

$$M_{(\alpha)} = \frac{pl^2}{2} \frac{\alpha}{l} \left(\frac{\beta}{l} - \frac{\alpha}{l} \right) \left[2 - \left(\frac{\alpha}{l} + \frac{\beta}{l} \right) \right].$$

b) x est compris entre β et l :

$$M_{(x)} = R_1 (l - x) = \frac{pl^2}{2} \left(\frac{\beta}{l} - \frac{\alpha}{l} \right) \left(\frac{\alpha}{l} + \frac{\beta}{l} \right) \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

au point $x = \beta$ on a :

$$M_{(\beta)} = \frac{pl^2}{2} \left(1 - \frac{\beta}{l} \right) \left(\frac{\beta}{l} - \frac{\alpha}{l} \right) \left(\frac{\alpha}{l} + \frac{\beta}{l} \right).$$

La ligne représentative est la droite $m_\beta g_1$. Cette droite coupe la précédente sur la verticale du centre de gravité de la charge totale.

c) enfin x est compris entre α et β :

$$M_{(x)} = R_0 x - \frac{p(x - \alpha)^2}{2}$$

la valeur de $R_0 x$ est donnée par l'expression trouvée ci-dessus, d'où :

$$\begin{aligned} M_{(x)} &= \frac{pl^2}{2} \left(\frac{\beta}{l} - \frac{\alpha}{l} \right) \left[2 - \left(\frac{\alpha}{l} + \frac{\beta}{l} \right) \right] \frac{x}{l} - \frac{p(x - \alpha)^2}{2} \\ &= \frac{pl^2}{2} \left\{ \frac{x}{l} \left[2 \left(\frac{\beta}{l} - \frac{\alpha}{l} \right) + \frac{\alpha^2}{l^2} - \frac{\beta^2}{l^2} \right] - \left(\frac{x^2}{l^2} - \frac{2\alpha x}{l^2} + \frac{\alpha^2}{l^2} \right) \right\} \\ &= \frac{pl^2}{2} \left\{ \frac{x}{l} \left[2 \left(\frac{\beta}{l} - \frac{\alpha}{l} \right) + \frac{\alpha^2}{l^2} - \frac{\beta^2}{l^2} - \frac{x}{l} + \frac{2\alpha}{l} \right] - \frac{\alpha^2}{l^2} \right\} \\ &= \frac{pl^2}{2} \left\{ \frac{x}{l} \left[\frac{\alpha^2}{l^2} + \frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) - \frac{x}{l} \right] - \frac{\alpha^2}{l^2} \right\}. \end{aligned}$$

La ligne représentative est la parabole $m_\alpha m_s m_\beta$ tangente en m_α et m_β aux droites ci-dessus $g_0 m_\alpha$ et $m_\beta g_1$. Son maximum m_s a lieu pour l'abscisse x pour laquelle la tangente à la courbe est horizontale, c'est-à-dire pour laquelle la dérivée de $M_{(x)}$ par rapport à x s'annule.

Cette dérivée a pour valeur, abstraction faite du facteur $\frac{pl^2}{2}$:

$$\frac{x}{l} \left(-\frac{1}{l} \right) + \left[\frac{\alpha^2}{l^2} + \frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) - \frac{x}{l} \right] \frac{1}{l} = \\ = \frac{1}{l} \left[\frac{\alpha^2}{l^2} + \frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) - \frac{2x}{l} \right].$$

Elle s'annule pour :

$$\frac{x}{l} = \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha^2}{l^2} + \frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) \right]$$

qui est donc l'abscisse relative du maximum de $M_{(x)}$. Ce maximum a donc pour valeur :

$$M_{\max.} = \frac{pl^2}{2} \left\{ \left(\frac{1}{2} \left[\frac{\alpha^2}{l^2} + \frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) \right] \right) \times \right. \\ \left. \left(\frac{\alpha^2}{l^2} + \frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) - \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha^2}{l^2} + \frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) \right] \right) \right\} - \frac{\alpha^2}{l^2} \left\{ \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha^2}{l^2} + \frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) \right] \right\} \\ = \frac{pl^2}{2} \left\{ \frac{1}{4} \left[\frac{\alpha^2}{l^2} + \frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) \right]^2 - \frac{1}{4} \frac{\alpha^2}{l^2} \right\} \\ = \frac{pl^2}{8} \left\{ \left[\frac{\alpha^2}{l^2} + \frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) \right]^2 - \left(\frac{2\alpha}{l} \right)^2 \right\} \\ M_{\max.} = \frac{pl^2}{8} \left\{ \left[\frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) + \frac{\alpha}{l} (\alpha + 2) \right] \times \right. \\ \left. \left[\frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) + \frac{\alpha}{l} (\alpha - 2) \right] \right\} \\ M_{\max.} = \frac{pl^2}{8} \left\{ \left[\frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) + \frac{\alpha}{l} \left(2 + \frac{\alpha}{l} \right) \right] \times \right. \\ \left. \left[\frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) - \frac{\alpha}{l} \left(2 - \frac{\alpha}{l} \right) \right] \right\}.$$

Efforts tranchants. Entre G_0 et α l'effort tranchant est constant et égal à la réaction d'appui R_0 , c'est la droite horizontale $t_0 t_\alpha$. Entre β et G_1 on a de même une droite $t_\beta t_1$ représentant un effort tranchant négatif égal à $-R_1$. Entre α et β la ligne représentative est la droite $t_\alpha t_\beta$ qui coupe l'axe de référence $g_0 g_1$ au point où le moment est maximum (abscisse de m_s). Son expression générale sera dans cet intervalle : $T_{(x)} = R_0 - p(x - \alpha)$.

En remplaçant R_0 par sa valeur ci-dessus :

$$T_{(x)} = \frac{pl}{2} \left(\frac{\beta}{l} - \frac{\alpha}{l} \right) \left[2 - \left(\frac{\alpha}{l} + \frac{\beta}{l} \right) \right] - p(x - \alpha) \\ = pl \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{2\beta}{l} - \frac{2\alpha}{l} + \frac{\alpha^2}{l^2} - \frac{\beta^2}{l^2} + \frac{2\alpha}{l} \right] - \frac{x}{l} \right\} \\ = pl \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{2\beta}{l} + \frac{\alpha^2}{l^2} - \frac{\beta^2}{l^2} \right] - \frac{x}{l} \right\} \\ T_{(x)} = pl \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) + \frac{\alpha^2}{l^2} \right] - \frac{x}{l} \right\}.$$

7° **Poutre droite soumise à une charge uniformément répartie s'étendant sur une fraction de la portée, symétriquement de part et d'autre du milieu de la poutre.**

(Voir fig. 13.) Soit la poutre $G_0 G_1$ qui supporte la charge p kg/m entre les abscisses symétriques α et $l - \alpha$. Il suffit, dans les expressions du cas n° 6, de remplacer $\frac{\beta}{l}$ par $1 - \frac{\alpha}{l}$ et on en déduit :

Réaction d'appui :

$$R_0 = R_1 = \frac{pl}{2} \left(1 - 2 \frac{\alpha}{l} \right).$$

Moment fléchissant :

Dans l'intervalle $G_0 \alpha$ on a :

$$M_{(x)} = R_0 x = \frac{pl^2}{2} \left(1 - 2 \frac{\alpha}{l} \right) \frac{x}{l}$$

c'est la droite $g_0 m_\alpha$ dont l'ordonnée en α est :

$$M_\alpha = \frac{pl^2}{2} \left(1 - 2 \frac{\alpha}{l} \right) \frac{\alpha}{l}.$$

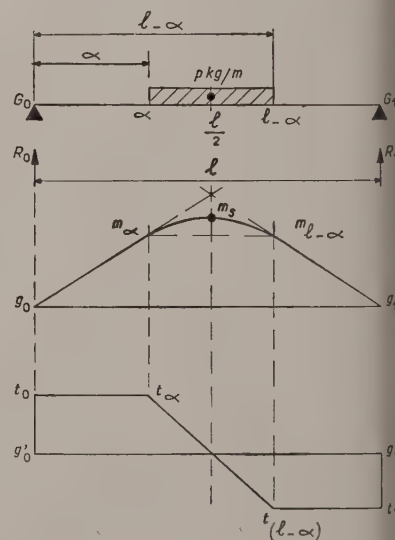


FIG. 13.

Dans l'intervalle où agit la charge, entre α et $(l - \alpha)$, le moment a pour expression :

$$M_{(x)} = \frac{pl^2}{2} \left[\frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{\alpha^2}{l^2} \right] \text{ c'est la parabole } m_\alpha m_s m_{l-\alpha} \text{ (symétrique par rapport au milieu de la portée).}$$

Sa valeur est maximum en m_s au milieu de la poutre, pour $\frac{x}{l} = \frac{1}{2}$ et on obtient :

$$M_{\max.} = \frac{pl^2}{8} \left[1 + 2 \frac{\alpha}{l} \right] \left[1 - 2 \frac{\alpha}{l} \right] = \frac{pl^2}{8} \left(1 - 4 \frac{\alpha^2}{l^2} \right).$$

Effort tranchant. Il est constant dans les zones non chargées : $T_0 = R_0$ et $T_1 = -R_1$. Dans la zone chargée il varie linéairement entre :

$$\frac{pl}{2} \left(1 - 2 \frac{\alpha}{l} \right), \text{ pour } x = \alpha, \text{ et } -\frac{pl}{2} \left(1 - 2 \frac{\alpha}{l} \right),$$

pour $x = l - \alpha$.

Poutre droite soumise à une charge uniformément répartie s'étendant entre l'appui de gauche et une abscisse β quelconque.

(Voir fig. 14.) Soit la poutre G_0G_1 qui supporte la charge kg/m entre G_0 et l'abscisse β . Il suffit, dans les expressions du cas n° 6, de remplacer $\frac{\alpha}{l}$ par zéro et on en déduit :

Réaction d'appui :

$$R_0 = \frac{pl}{2} \frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right)$$

$$R_1 = \frac{pl}{2} \frac{\beta^2}{l^2}.$$

Moment fléchissant :

Dans la zone chargée entre G_0 et β on a :

$$M_x = \frac{pl^2}{2} \frac{x}{l} \left[\frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) - \frac{x}{l} \right].$$

La ligne représentative est la parabole g_0m_β .

Son maximum m_s a lieu à l'abscisse relative

$$\frac{x}{l} = \frac{1}{2} \left[\frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) \right]$$

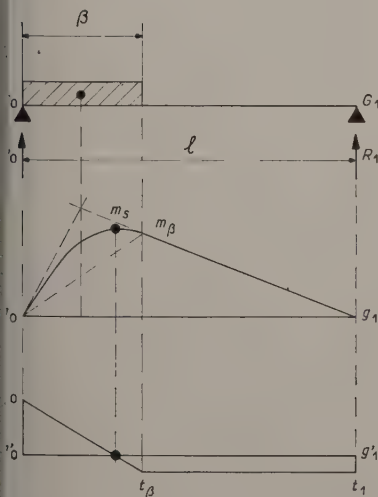


FIG. 14.

et ce maximum a pour valeur :

$$M_{\max.} = \frac{pl^2}{8} \left[\frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) \right]^2.$$

Dans la zone non chargée, le moment a pour expression :

$$M_{(x)} = \frac{pl^2}{2} \frac{\beta^2}{l^2} \left(1 - \frac{x}{l} \right).$$

C'est la droite $m_\beta g_1$ du diagramme de la figure 14.

La valeur du moment à l'extrémité de la charge est égale à :

$M_{(\beta)} = \frac{pl^2}{2} \frac{\beta^2}{l^2} \left(1 - \frac{\beta}{l} \right)$ valeur qu'on obtient en faisant dans l'une quelconque des deux expressions de $M_{(x)}$ ci-dessus

$$\frac{x}{l} = \frac{\beta}{l}.$$

On remarquera dans le diagramme ci-dessus, que la parabole g_0m_β est tangente en m_β à la droite $m_\beta g_1$ et que sa tangente en g_0 coupe la droite $m_\beta g_1$ sur la verticale située au milieu de la longueur d'application de la charge. Cette particularité permet d'en effectuer le tracé graphique avec la précision qu'on voudra.

Efforts tranchants. Le diagramme représentatif est formé des segments de droite t_0t_β et $t_\beta t_1$, l'ordonnée de t_0 est égale à la réaction d'appui en G_0 $T_0 = R_0$ et l'ordonnée de t_1 est égale à $T_1 = -R_1$. L'expression de T dans la zone chargée est :

$T = pl \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) - \frac{x}{l} \right] \right\}$. Cet effort tranchant est bien nul pour $\frac{x}{l} = \frac{1}{2} \left[\frac{\beta}{l} \left(2 - \frac{\beta}{l} \right) \right]$ point où le moment fléchissant est maximum.

REMARQUE. — Le cas 6° peut se déduire du cas 8° en remarquant que, toute charge appliquée p entre les abscisses α et β peut se ramener à la superposition des deux cas suivants (fig. 15) :

1° charge positive p kg/m appliquée entre G_0 et β , de laquelle on déduit :

2° la charge négative ($-p$ kg/m) appliquée entre G_0 et α .

On a avantage à traiter le cas 6° de cette manière car les formules du cas 8° sont beaucoup plus maniables que celles que nous avons données plus haut (p. 877 et 878) en traitant directement le cas 6°.

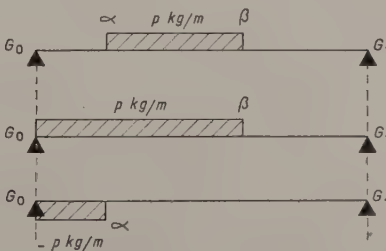


FIG. 15.

9° Charge à répartition variant linéairement de 0 sur l'appui de gauche à p kg/m sur l'appui de droite G_1 .

(Voir fig. 16.) Soit la poutre G_0G_1 soumise à une charge répartie dont l'intensité croît régulièrement de 0 à p , valeur atteinte sur l'appui de droite G_1 . Cette charge obéit donc à la loi linéaire $p' = p \frac{x}{l}$.

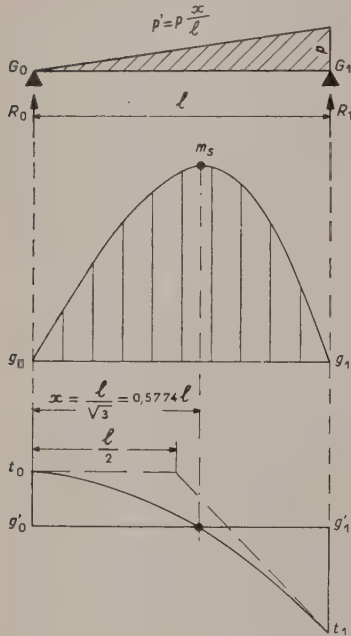


FIG. 16.

La charge totale sur la poutre est donc égale à : $P = \frac{pl}{2}$.

Le centre de gravité de la charge totale étant aux $\frac{2}{3}$ de la distance G_0G_1 à partir de G_0 ,

les réactions d'appui sont :

$$R_0 = \frac{pl}{6}$$

$$R_1 = \frac{pl}{3}$$

Le moment fléchissant en un point x sera :

$$M_{(x)} = \frac{pl}{6} x - p \frac{x}{l} \frac{x^2}{6} = \frac{pl^2}{6} \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right).$$

Cette expression est maximum pour $\frac{x}{l} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ et en ce point le moment maximum, ordonnée de m_s est égal à $M_{\max} = \frac{pl^2}{27} \sqrt{3} = \frac{pl^2}{15,589}$. Cette valeur est très voisine de $\frac{pl^2}{16}$ qui serait celle du moment produit au milieu par une charge uniforme d'intensité moyenne $\frac{p}{2}$.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de :

$\frac{x}{l} \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)$ en fonction de l'argument $\frac{x}{l}$ variant de 1/10 en 1/10. Il permettra de construire par points la ligne représentative du moment fléchissant en multipliant le facteur

$\frac{pl^2}{6}$ par les valeurs du tableau.

L'effort tranchant, en un point x sera :

$$T_x = \frac{pl}{6} \left(1 - 3 \frac{x^2}{l^2}\right).$$

Cette expression s'annule bien pour $\frac{x}{l} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, abscisse du moment maximum. Elle est représentée par une parabole du second degré, t_0t_1 dont l'ordonnée t_0 est égale à $\frac{pl}{6}$ et

l'ordonnée t_1 est égale à $\frac{pl}{3}$. La tangente en t_0 est horizontale; la tangente en t_1 coupe la précédente sur la verticale du milieu de la portée.

REMARQUE. — Ce cas permettra de résoudre le problème d'une charge variant linéairement entre les valeurs extrêmes p_0 et p_1 . On le traitera par superposition des effets produits : 1° par une charge uniformément répartie p_0 sur toute la portée et 2° par une charge linéairement variable d'intensité ($p_1 - p_0$) à l'extrémité G_1 (fig. 17). Il suffira d'établir les diagrammes correspondant aux deux cas de charge et de cumuler les résultats. En se basant sur la remarque

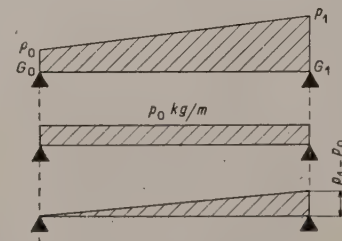


FIG. 17.

$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	$\frac{0,5774}{\sqrt{3}/3}$	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\frac{x}{l} \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)$	0	0,099	0,192	0,273	0,336	0,375	0,3849	0,384	0,357	0,288	0,171	0

ite ci-dessus pour la charge à répartition triangulaire, on pourra, si on peut se contenter d'un résultat approché, remplacer la charge variable par une charge uniforme d'intensité $\frac{p_0 + p_1}{2}$.

0° Charge répartie, linéairement variable de zéro sur les deux appuis à l'intensité maximum p au milieu de la portée.

(Voir fig. 18.) Soit la poutre G_0G_1 soumise à une charge d'intensité maximum p kg/m au milieu de la portée, cette charge variant linéairement de 0 pour $x = 0$ à p pour $x = \frac{l}{2}$;

elle obéit à la loi $p' = 2p \frac{x}{l}$.

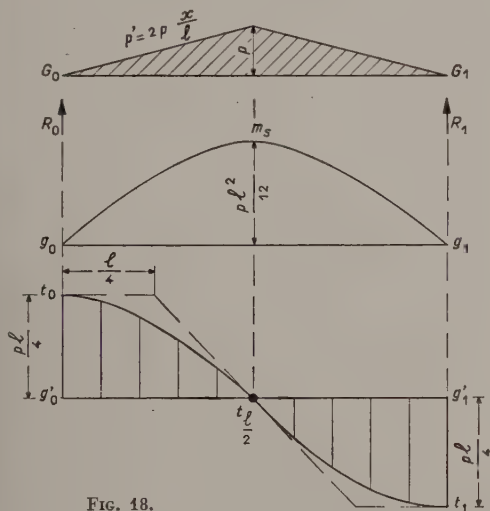


FIG. 18.

Réaction d'appui :

$$R_0 = R_1 = \frac{pl}{4}.$$

Moment fléchissant en un point d'abscisse x plus petit que $\frac{l}{2}$:

$$M_x = \frac{pl^2}{12} \frac{x}{l} \left(3 - 4 \frac{x^2}{l^2} \right)$$

au milieu de la portée :

$$M_{\max.} = \frac{pl^2}{12}.$$

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de l'expression $\frac{x}{l} \left(3 - 4 \frac{x^2}{l^2} \right)$ en fonction de l'argument $\frac{x}{l}$ variant de 1/10 en 1/10 jusqu'à : $\frac{x}{l} = 0,5$.

La dernière ligne du tableau permet de construire par points le diagramme du moment dans la première moitié de la poutre. La seconde moitié lui est symétrique. Ce diagramme est représenté par la courbe $g_0m_s g_1$.

Efforts tranchants. Dans la première moitié de la poutre on a pour $\frac{x}{l} < \frac{1}{2}$:

$T_{(x)} = \frac{pl}{4} \left[1 - 4 \frac{x^2}{l^2} \right]$. Cette valeur s'annule bien pour $\frac{x}{l} = \frac{1}{2}$, point où le moment est maximum.

Sa ligne représentative est la parabole du second degré $t_0 t_{\frac{l}{2}}$ et sa symétrique $t_l t_1$; on a : $T_0 = -T_1 = \frac{pl}{4}$. Les tangentes aux sommets sont horizontales. Au point milieu de la portée, la tangente au diagramme recoupe les précédentes au droit du $\frac{1}{4}$ et des $\frac{3}{4}$ de la portée. Il est ainsi facile de tracer graphiquement ce diagramme.

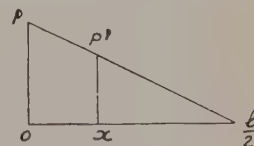
11° Charge répartie linéairement variable depuis l'intensité p au droit des appuis jusqu'à zéro au milieu de la portée.

Soit (fig. 19) la poutre G_0G_1 soumise à une charge d'intensité variant linéairement, et égale à p kg/m au droit des appuis, pour s'annuler au milieu de la portée. Cette charge obéit à la loi :

$p' = p \left(1 - 2 \frac{x}{l} \right)$ (que l'on obtient par des considérations de triangles semblables).

Réaction d'appui :

$$R_0 = R_1 = \frac{pl}{4}.$$



Moment fléchissant : en un point d'abscisse $x < \frac{l}{2}$ on a en représentant les charges situées à gauche de la section x considérée par les surfaces S_1 et S_2 de deux triangles figurés page 882 de bases p et p' et de hauteur commune x , S_1 et S_2 étant concentrées aux centres de gravité des deux triangles :

$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\frac{x}{l} \left(3 - 4 \frac{x^2}{l^2} \right)$	0	0,296	0,568	0,792	0,944	1,000

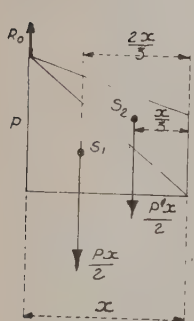
$$M_x = R_0 x - S_1 \frac{2x}{3} - S_2 \frac{x}{3}$$

Or :

$$S_1 = \frac{px}{2}$$

$$S_2 = \frac{p'x}{2} = p \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \frac{x}{2} = \frac{px}{2} - \frac{px^2}{l}$$

d'où :



$$M_x = \frac{pl}{4} x - \frac{px^2}{3} - \frac{px^2}{6} + \frac{px^3}{3l}$$

$$M_x = \frac{pl}{4} x - \frac{px^2}{2} + \frac{px^3}{3l}$$

$$= \frac{pl^2 x}{4l} - \frac{pl^2 x^2}{2l^2} + \frac{pl^2 x^3}{3l^3}$$

$$= \frac{pl^2}{12l} \left[3 - 6 \frac{x}{l} + 4 \frac{x^2}{l^2} \right]$$

$$= \frac{pl^2}{12l} \left[3 \left(1 - 2 \frac{x}{l} \right) + 4 \frac{x^2}{l^2} \right]$$

au milieu de la portée le moment est maximum et égale à :

$$M_{\max.} = \frac{pl^2}{24}$$

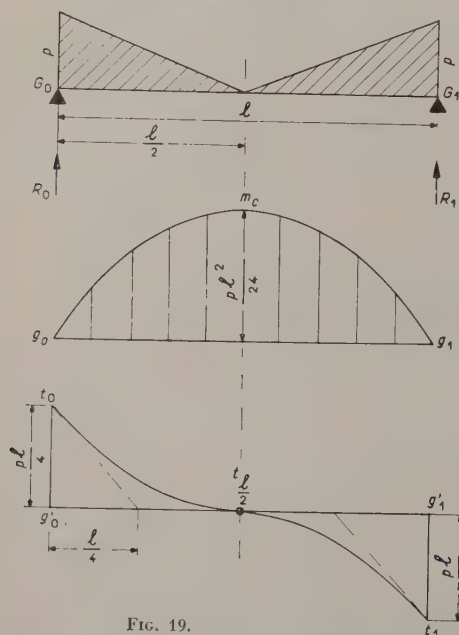


FIG. 19.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs du coefficient variable en fonction de $\frac{x}{l}$ variant de 0 à 0,5. La dernière ligne de ce tableau permet de construire par points le diagramme des moments dans la première moitié de la portée. Dans la seconde moitié ce diagramme est symétrique. Il est représenté par la courbe $g_0 m_s g_1$.

Efforts tranchants. Pour la première moitié de la poutre, c'est-à-dire pour $x < \frac{l}{2}$, on a trouvé comme expression du moment fléchissant :

$$M_x = \frac{pl^2}{12} \left[\frac{3x}{l} - \frac{6x^2}{l^2} + \frac{4x^3}{l^3} \right]$$

En dérivant cette formule par rapport à x on obtient l'expression de l'effort tranchant (valable également pour $x > \frac{l}{2}$) :

$$\begin{aligned} T_x &= \frac{pl^2}{12} \left[\frac{3}{l} - \frac{12x}{l^2} + \frac{12x^2}{l^3} \right] \\ &= \frac{pl}{4} \left[1 - \frac{4x}{l} + \frac{4x^2}{l^2} \right] \\ &= \frac{pl}{4} \left[1 - 4 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right] \end{aligned}$$

Expression qui s'annule pour $\frac{x}{l} = \frac{1}{2}$, c'est-à-dire au milieu de la portée où le moment est maximum.

La ligne représentative de T est un arc de parabole $t_0 t_1$ dont le sommet est tangent au milieu de la portée à l'axe $g_0 g_1$.

En G_0 , pour $\frac{x}{l} = 0$ on a : $T_0 = \frac{pl}{4}$. La tangente du diagramme en t_0 coupe l'axe $g_0 g_1$ au $1/4$ de la portée. Dans la deuxième moitié de la poutre, le diagramme est $t_1 t_0$ symétrique du précédent, la valeur de T_1 étant égale à $-\frac{pl}{4}$.

12° Charge répartie sur toute la portée, variable suivant une loi parabolique entre zéro sur appuis et p kg/m au milieu de la portée.

Soit la poutre $G_0 G_1$ (fig. 20). Elle est soumise à une charge nulle sur appui et d'intensité p au milieu de la portée.

$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\frac{x}{l} \left[3 \left(1 - 2 \frac{x}{l} \right) + 4 \frac{x^2}{l^2} \right]$	0	0,244	0,392	0,468	0,496	0,5

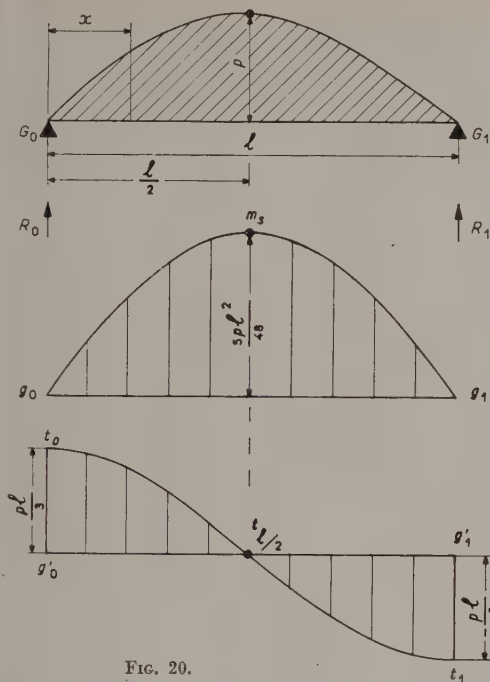


FIG. 20.

Tout le long de la poutre la charge est représentée par l'ordonnée y du segment de parabole hachuré ci-dessous.

Rapportée aux axes de coordonnées XOY, la parabole a pour équation :

$$X^2 = -2cY. \quad (1)$$

Pour trouver l'expression de y , faisons un changement d'axes de coordonnées, et cherchons ce que devient l'équation précédente dans le système d'axes de coordonnées xoy .

Pour : $Y = 0$, on a : $y = p$; donc $Y = y - p$

Pour : $X = 0$, on a : $x = \frac{l}{2}$; donc $X = x - \frac{l}{2}$.

Portons ces valeurs de X et Y (en fonction de x et y) dans l'équation (1), il vient :

$$\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 = -2c(y - p) \quad (2)$$

c'est l'équation de la parabole dans le système d'axes de coordonnées xoy .

Or pour : $x = 0$, on a : $y = 0$, d'où :

$$\left(-\frac{l}{2}\right)^2 = -2c(-p), \text{ où : } \frac{l^2}{4} = 2cp, \text{ et : } c = \frac{l^2}{8p}.$$

En remplaçant c par cette valeur dans l'équation (2), il vient :

$$\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 = -\frac{l^2}{4p}(y - p)$$

$$x^2 - lx + \frac{l^2}{4} = -\frac{l^2 y}{4p} + \frac{l^2}{4}$$

$$x(x - l) = -\frac{l^2 y}{4p}$$

$$y = \frac{-x(x - l)4p}{l^2} = \frac{x(l - x)4p}{l^2}.$$

En remplaçant y par p' dans cette équation, nous obtenons comme expression de la charge p' en un point d'abscisse x :

$$p' = 4p \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

dont la loi de variation est une parabole du second degré.

Réaction : $R_0 = R_1 = \frac{1}{3}pl$ (c'est la moitié de l'aire du segment de parabole).

Moment fléchissant : $S_{(x)}$ étant l'aire du segment de parabole limité par l'axe ox et la parallèle AA' à l'axe oy d'abscisse x , en un point d'abscisse x le moment fléchissant est égal à :

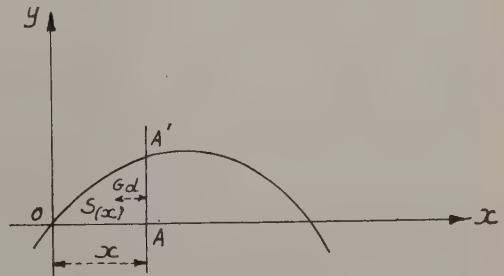
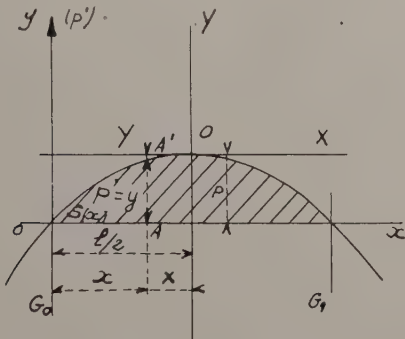
$$M_{(x)} = R_0x - S_{(x)}d.$$

d = distance du centre de gravité G de $S_{(x)}$ à la parallèle AA' à oy d'abscisse x .

$$M_{(x)} = R_0x - S_{(x)} \left(\frac{m_{(x)}}{S_{(x)}}\right),$$

en représentant par $m_{(x)}$ le moment statique de $S_{(x)}$ par rapport à la droite AA' .

$$\text{On a donc : } M_{(x)} = R_0x - m_{(x)} = \frac{plx}{3} - m_{(x)}.$$

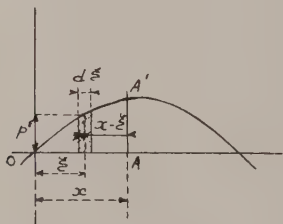


$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\frac{x}{l} \left[1 - \frac{x}{l} \left(2 \frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right) \right]$	0	0,0981	0,1856	0,2541	0,2976	0,3125

Cherchons la valeur de $m_{(x)}$.

Par définition c'est la somme des produits de toutes les petites surfaces hachurées (comprises entre 0 et AA') par la distance du centre de gravité de ces petites surfaces à AA'; c'est donc :

$$m_{(x)} = \sum p' d\xi (x - \xi).$$



Remplaçons p' par son expression ci-dessus dans laquelle nous remplacerons également x par ξ , il vient :

$$m_{(x)} = \int_0^x 4p \frac{\xi}{l} \left(1 - \frac{\xi}{l} \right) d\xi (x - \xi)$$

$$m_{(x)} = \int_0^x \left(\frac{4p\xi}{l} - \frac{4p\xi^2}{l^2} \right) (x - \xi) d\xi$$

$$m_{(x)} = \int_0^x \left(\frac{4p\xi}{l} - \frac{4p\xi^2}{l^2} \right) x d\xi - \int_0^x \left(\frac{4p\xi^2}{l} - \frac{4p\xi^3}{l^2} \right) d\xi$$

$$= \left[\left(\frac{4p\xi^2}{2l} - \frac{4p\xi^3}{3l^2} \right) x \right]_0^x - \left[\frac{4p\xi^3}{3l} - \frac{4p\xi^4}{4l^2} \right]_0^x$$

$$= \frac{2px^3}{l} - \frac{4px^4}{3l^2} - \frac{4px^3}{3l} + \frac{px^4}{l^2}$$

$$m_{(x)} = \frac{2px^3}{3l} - \frac{px^4}{3l^2}.$$

Portons cette valeur dans l'expression de $M_{(x)}$, on a :

$$M_{(x)} = \frac{plx}{3} \left[\frac{2px^3}{3l} + \frac{px^4}{3l^2} \right] = \frac{pl^2 x}{3} \left[1 - \frac{2x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \right]$$

$$M_{(x)} = \frac{pl^2 x}{3} \left[1 - \frac{x}{l} \left(2 \frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right) \right].$$

La ligne représentative du moment fléchissant est la courbe $g_0 m_s g_1$.

Au milieu de la portée le moment est maximum et a pour valeur :

$$M_{\max.} = \frac{5pl^2}{48}.$$

Le tableau ci-dessus donne les valeurs du terme variable en fonction de $\frac{x}{l}$ variant de 1/10 en 1/10 entre 0 et 0,5.

Entre 0,5 et 1 l'expression est symétrique par rapport au milieu de la portée.

Effort tranchant. En un point d'abscisse x on a :

$$T_x = \frac{pl}{3} \left[1 - 2 \frac{x^2}{l^2} \left(3 - 2 \frac{x}{l} \right) \right]$$

pour $\frac{x}{l} = 0$ on a bien $T_0 = \frac{pl}{3}$

pour $\frac{x}{l} = 1$ on a bien $T_l = -\frac{pl}{3}$

pour $\frac{x}{l} = \frac{1}{2}$ on a $T_{\frac{l}{2}} = 0.$

La courbe représentative est la ligne $t_0 t_l t_1$. C'est une cubique à tangente horizontale au droit de la section d'abscisse $x = 0$.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de 1/10 en 1/10 du terme variable en fonction de $\frac{x}{l}$ variant entre 0 et 0,5.

Entre 0,5 et 1 les valeurs de cette fonction sont égales et de signe contraire, symétriques par rapport au milieu de la poutre.

13° Charges réparties quelconques.

Soit (fig. 21) la ligne de charge mn représentant en un point quelconque d'abscisse x l'intensité de la charge p en ce point, sur la poutre $G_0 G_1$ de portée l . Cette ligne de charge est supposée quelconque. On divisera la portée l en intervalles égaux Δx et on évaluera la charge élémentaire

$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$1 - 2 \frac{x^2}{l^2} \left(3 - 2 \frac{x}{l} \right)$	1	0,944	0,792	0,568	0,296	0

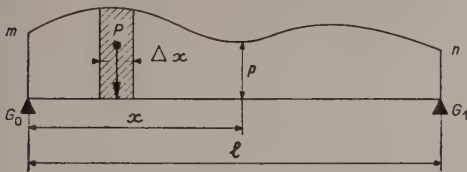


FIG. 21.

correspondant à chaque intervalle. Cette charge élémentaire aura pour valeur la surface de l'aire hachurée assimilée à un trapèze. Sa ligne d'action sera supposée appliquée au milieu de l'intervalle Δx . On n'aura plus alors qu'à traiter le problème de n charges P agissant sur la poutre G_0G_1 problème traité au cas 4^o ci-dessus.

4^o Poutre droite soumise à deux charges concentrées P_1, P_2 liées l'une à l'autre par la distance d — Théorème de Barré.

C'est un cas particulier du cas général des surcharges mobiles étudié plus loin (15^o). Il est assez fréquemment rencontré; en particulier dans l'étude des chemins de roulement de ponts roulants ou dans l'étude des poutres de plancher industriel supportant une circulation de wagonnets. On peut dans ce cas établir directement les courbes enveloppes des moments fléchissants et des efforts tranchants. On appelle *courbe enveloppe* d'un effet quelconque, la courbe qui joint les points maximum de cet effet dans chacune des sections successives de la poutre.

Calculons le moment fléchissant produit dans la section l'abscisse x au droit de laquelle se trouve l'essieu P_1 (P_1 opposé plus grand que P_2 , ce qui sera toujours possible) (fig. 22); on a :

Réactions d'appui :

$$R_0 = P_1 \left(\frac{l-x}{l} \right) + \frac{P_2 (l-x-d)}{l}$$

ou

$$R_0 = (P_1 + P_2) \left(1 - \frac{x}{l} \right) - P_2 \frac{d}{l}$$

ou

$$R_1 = P_1 \frac{x}{l} + P_2 \frac{x+d}{l}$$

$$R_1 = (P_1 + P_2) \frac{x}{l} + P_2 \frac{d}{l}$$

d'où :

$$M_x = R_0 x = \left[(P_1 + P_2) \left(1 - \frac{x}{l} \right) - P_2 \frac{d}{l} \right] x$$

qu'on pourra écrire, en faisant apparaître partout l'argument $\frac{x}{l}$:

$$(A) \quad M_x = l \frac{x}{l} \left[(P_1 + P_2) \left(1 - \frac{x}{l} \right) - P_2 \frac{d}{l} \right].$$

Cette expression atteint son maximum ⁽¹⁾ pour la valeur :

$$(B) \quad x = \frac{l}{2} - \frac{1}{2} \frac{P_2 d}{P_1 + P_2} = \frac{l}{2} - \frac{u}{2}.$$

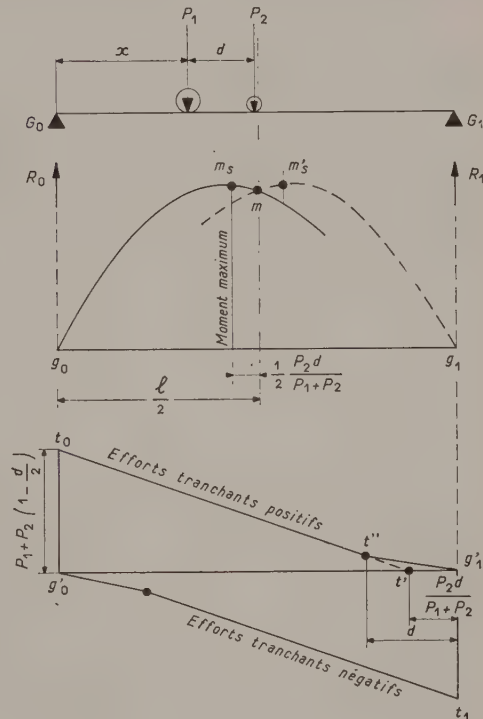


FIG. 22.

Car $\frac{P_2 d}{P_1 + P_2}$ est la distance u qui sépare l'essieu P_1 de la résultante (ou centre de gravité) des charges P_1 et P_2 (voir fig. 23). Ce moment maximum a pour valeur :

$$M_{\max.} = l (P_1 + P_2) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{P_2 d}{P_1 + P_2} \right)^2 =$$

⁽¹⁾ On sait qu'une expression est maximum pour la valeur de x qui annule sa dérivée.

$$\text{Or} \quad \frac{dM_x}{dx} = (P_1 + P_2) \left(1 - \frac{2x}{l} \right) - P_2 \frac{d}{l}.$$

Cette dérivée est égale à zéro pour

$$x = \frac{l}{2} \frac{P_1 + P_2 - P_2 \frac{d}{l}}{P_1 + P_2} = \frac{l}{2} \left(1 - \frac{P_2 d}{P_1 + P_2} \right) = \frac{l}{2} - \frac{1}{2} \frac{P_2 d}{P_1 + P_2}.$$

$$M_{\max.} = \frac{l}{4} (P_1 + P_2) \left(1 - \frac{P_2 d}{P_1 + P_2} \right)^2 - \frac{l}{4} (P_1 + P_2) \left(1 - \frac{u}{l} \right)^2$$

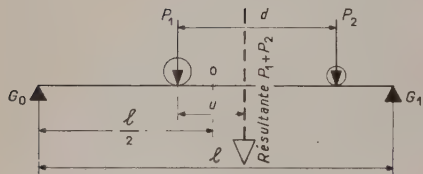


FIG. 23.

THÉORÈME DE BARRÉ.

On voit donc d'après la relation (B) que le moment maximum dans la poutre sous l'essieu P_1 aura lieu sous cet essieu pour une position telle que le milieu de la poutre se trouve à égale distance de la résultante (ou centre de gravité) des forces du système mobile et de l'essieu P_1 . Cette proposition est connue sous le nom de Théorème de Barré.

L'expression (A) de M_x établie ci-dessus est la courbe enveloppe des moments fléchissants. Il suffit de la tracer pour la première moitié de la poutre et on a évidemment son symétrique pour la deuxième moitié. Elle affecte la forme représentée fig. 22 en $g_0 m, m$.

L'effort tranchant positif maximum dans une section donnée d'abscisse x a lieu lorsque l'essieu P_1 se trouve au droit de cette section. Il est égal à la valeur de la réaction d'appui en G_0 , soit :

$$T_x = (P_1 + P_2) \left(1 - \frac{x}{l} \right) - P_2 \frac{d}{l}$$

Cette expression devient nulle pour $x = l - \frac{P_2 d}{P_1 + P_2}$.

Elle est maximum pour $\frac{x}{l} = 0$, c'est-à-dire quand P_1 est au droit de l'appui G_0 , elle a alors pour valeur :

$$T_0 = P_1 + P_2 \left(1 - \frac{d}{l} \right)$$

La ligne enveloppe est donc la partie $t_0 t''$ de la droite représentative de T_x ci-dessus définie et la droite $t'' g'_1$ qui représente théoriquement l'effort tranchant positif que produit l'essieu P_1 se dirigeant vers l'appui G_1 à partir de l'instant où l'essieu P_2 sort du champ de la poutre.

La ligne enveloppe de l'effort tranchant négatif est symétrique de la précédente par rapport au milieu de la poutre.

Cas particulier (deux charges égales).

Lorsque $P_1 = P_2$ (deux charges P égales distantes de d) on obtient :

$$R_0 = 2P \left[1 - \frac{x}{l} - \frac{1}{2} \frac{d}{l} \right]$$

$$R_1 = 2P \left[\frac{x}{l} + \frac{1}{2} \frac{d}{l} \right]$$

$$M_x = 2Pl \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} - \frac{1}{2} \frac{d}{l} \right)$$

maximum pour : $x = \frac{l}{2} - \frac{d}{4}$ ou $\frac{x}{l} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \frac{d}{l}$

avec la valeur $M_{\max.} = 2Pl \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \frac{d}{l} \right)^2$, expression particulièrement simple.

$$\text{Enfin, } T_x = 2P \left(1 - \frac{x}{l} - \frac{1}{2} \frac{d}{l} \right)$$

$$\text{et } T_0 = 2P \left(1 - \frac{1}{2} \frac{d}{l} \right)$$

15° Charges mobiles quelconques. Lignes d'influence.

L'étude d'une poutre soumise à des charges mobiles quelconques disposées en convoi dont les différents essieux sont liés par des distances fixes sera d'une application assez rare. Elle n'est à envisager que dans le cas de ponts routiers en bois, de ponts roulants (et encore a-t-on affaire souvent au cas 14° envisagé ci-dessus) ou de planchers industriels soumis à une circulation de trains de wagonnets. Une telle étude est particulièrement simplifiée par l'emploi des lignes d'influence dont nous avons parlé d'une façon générale dans la deuxième partie.

a) Ligne d'influence du moment fléchissant dans une section donnée.

Appelons G la section d'abscisse x pour laquelle on veut établir la ligne d'influence (fig. 24 et 25).

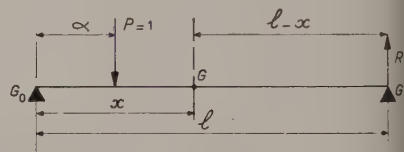


FIG. 24.

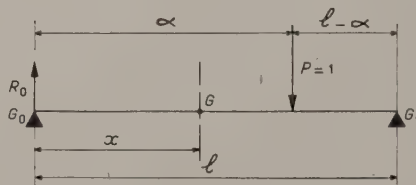


FIG. 25.

Appliquons la charge $P = 1$ à l'abscisse α de la poutre. Deux cas sont à considérer :

1° α est plus petit que x , $P = 1$ est à gauche de G et le moment fléchissant en G est le produit de la réaction d'appui R_1 en G_1 égale à $\frac{\alpha}{l}$ par la distance $(l - x)$ de G à G_1 .

$$M = \frac{\alpha}{l} (l - x).$$

2° α est plus grand que x , $P = 1$ est à droite de G et son moment fléchissant en G est le produit de la réaction R_0 en G_0 égale à $\frac{l-\alpha}{l}$ par la distance x de G_0 à G .

$$M = \frac{l-\alpha}{l} x.$$

La ligne d'influence est donc formée de deux droites puisque α l'abscisse variable de la charge, est au premier degré dans ces expressions. Il est évident que ces deux droites doivent se couper sur la verticale de G , puisque si la charge $P = 1$ est en G on doit avoir dans les deux cas :

$$M = \frac{x(l-x)}{l},$$

en faisant $\alpha = x$ dans les deux expressions.

On aura donc ainsi, pour ligne d'influence de la section G , celle figurée ci-contre (fig. 26).

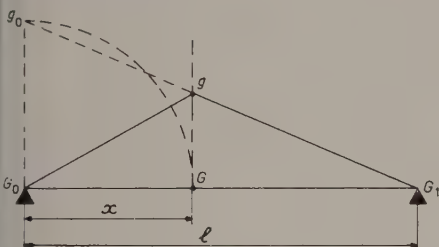


FIG. 26.

$$\text{L'ordonnée } G_g = \frac{x(l-x)}{l}$$

ou encore, si on la juge plus facile d'emploi :

$$G_g = l \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

exprimée en fonction de l'argument $\frac{x}{l}$. Le tableau ci-après

donne les valeurs de $\frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$ en fonction de cet argument, variant entre 0 et 0,5 de 1/20 en 1/20.

Au point de vue géométrique, le point g peut s'obtenir graphiquement en rabattant par un arc de cercle de centre G_0 le point G en g_0 . On joint ensuite g_0G_1 . g est à l'intersection de cette droite g_0G_1 avec la verticale issue de G . Il est facile, par des considérations de triangles semblables ($G_0G_1g_0$ et GG_1g) de vérifier l'exactitude de cette construction, en effet, on a :

$$G_0g_0 = (Gg) \frac{l}{l-x} = \left(x \frac{l-x}{l}\right) \frac{l}{l-x} = x.$$

b) Ligne d'influence de l'effort tranchant dans une section donnée.

Les deux mêmes cas sont à envisager :

1° Si $P = 1$ est entre G_0 et G (se reporter à la fig. 24), T est égal à la réaction en G_1 changée de signe, soit :

$$T = -\frac{\alpha}{l}.$$

2° Si $P = 1$ est entre G et G_1 (fig. 25), T est égal à la réaction en G_0 , soit :

$$T = \frac{l-\alpha}{l}.$$

La ligne d'influence de T dans la section d'abscisse x est donc formée par les deux segments de droite G_0t' et tG_1 réunis par la verticale $t't$. Cette discontinuité $t't$ est égale à l'unité au droit de la section G (fig. 27).

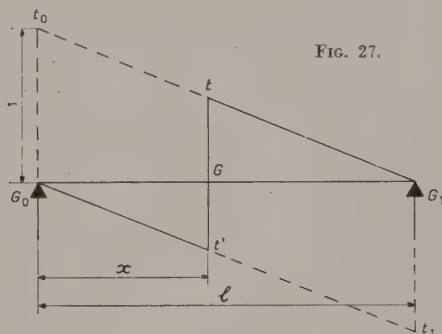


FIG. 27.

On l'obtient graphiquement en portant les ordonnées $G_0t'_0$ et G_1t_1 égales à l'unité et en traçant les deux droites parallèles t'_0G_1 et G_0t_1 . Au droit de G on réunit ces droites par la verticale $t't$.

On a ainsi deux zones : une zone négative $G_0t'G$ (toute charge placée sur cette zone donnera en G un effort tranchant négatif) ; une zone positive GtG_1 (toute charge placée sur cette zone donnera en G un effort tranchant positif).

REMARQUE. — Rappelons que l'effort tranchant dans une section G est la somme des forces situées à gauche de la section. 1°) Considérons une charge P située à gauche de G mais très près de ce point. On aura bien (dans la section G) : $T = R_0 - P$, résultat négatif puisque P est toujours plus grand en valeur absolue que R_0 . Le diagramme représentatif de T est représenté (fig. 28) par les droites t'_0t' et t_1t . Au droit de G , $T = Gt$ (négatif).

2°) Considérons la même charge immédiatement à droite de G . On aura (dans la section G) : $T = R_0$, résultat positif.

$\frac{x}{l}$	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$	0	0,0475	0,090	0,1275	0,1600	0,1875	0,21	0,2275	0,2400	0,2475	0,2500

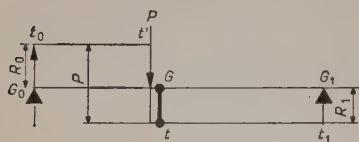


FIG. 28.

Le diagramme représentatif (voir fig. 29) sera formé des deux droites $t_0 t''$ et $t' t_1$. Au droit de G, $T = Gt$ (positif).

Voici donc une explication tangible de la discontinuité de l'effort tranchant au droit d'une section G.

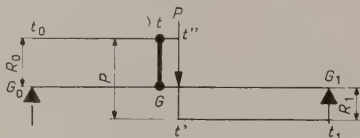


FIG. 29.

c) *Usage de ces lignes d'influence.* — Si l'on a à étudier une poutre sur appuis simples soumise à des charges mobiles, on tracera pour un certain nombre de sections G également espacées, de $1/10$ en $1/10$ de la portée par exemple, et pour la première moitié de la poutre, les lignes d'influence de M et de T dans chacune de ces sections. Puis, à la même échelle des longueurs, on tracera sur un calque des ordonnées parallèles distantes les unes des autres de la quantité dont sont espacées les essieux du convoi à envisager. On posera ce calque sur les lignes d'influence tracées de telle sorte qu'un essieu coïncide avec la section étudiée et on évaluera les ordonnées de la ligne au droit de chacun des essieux. On n'aura plus qu'à multiplier la valeur de l'ordonnée lue sur la ligne par l'intensité de la charge placée en ce point pour connaître par sommation de tous ces produits la valeur de M ou de T correspondante. En faisant cette recherche pour différentes positions du convoi on trouvera donc le maximum de l'effet cherché. Le nombre des essais est relativement limité, (généralement trois au plus), car il est bien évident que, dans la plupart des cas, ce sera lorsque l'essieu le plus lourd sera au droit de la section que ce maximum sera atteint.

Connaissant les M et T maximum dans chacune des sections étudiées, on pourra construire, sur un graphique, la courbe enveloppe des M et des T en reliant ces maximum par des courbes continues.

Si l'on a affaire, non plus à un convoi, mais à une charge uniforme à répartition variable, on disposera cette charge dans la zone correspondant à l'effet cherché, et il suffira de multiplier l'intensité p de la charge, exprimée par exemple en kg par m, par l'aire positive ou négative pour avoir M en kgm (l'aire étant exprimée en m^2) et T en kg (l'aire étant exprimée en m).

Cette méthode est facile d'emploi et donne des résultats très sûrs. Nous l'illustrerons par un exemple étudié ci-après.

Cherchons à déterminer les lignes enveloppes de M et de T dans une poutre de 16 m de portée soumise :

1° à son poids propre, soit une charge permanente uniforme de 2,5 t par mètre au total,

2° à un système de convoi dont le schéma est représenté figure 30 : essieux de 3 t espacés de 1,5 m et de 2,5 m en nombre indéfini,

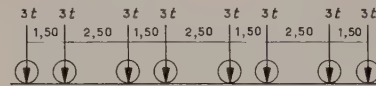


FIG. 30.

3° à un système de surcharge répartie de densité constante égale à 2 t par mètre mais de longueur quelconque.

Sur les épreuves ci-contre nous indiquons :

1° (Fig. 31.) Les lignes d'influence des moments fléchissants dans les sections 0,2 l, 0,3 l, 0,4 l, 0,5 l. Sur ces lignes d'influence nous avons figuré la position du convoi donnant le moment maximum et indiqué l'ordonnée de la ligne d'influence au droit de chaque essieu. En regard de chaque ligne nous indiquons l'aire S de la ligne d'influence, la valeur du moment M_d dû à la charge permanente, celle M_{d1} dû au convoi, celle M_{d2} dû à la surcharge répartie, puis la valeur totale $M = M_e + M_{d1} + M_{d2}$. Ensuite nous traçons les lignes enveloppes de ces différents moments.

2° (Fig. 32.) Les lignes d'influence des efforts tranchants dans les sections 0,0 l, 0,1 l, 0,2 l, 0,3 l, 0,4 l, 0,5 l, avec indication de la position du convoi donnant les efforts tranchants maximum positif et négatif, et de la valeur des ordonnées au droit des essieux.

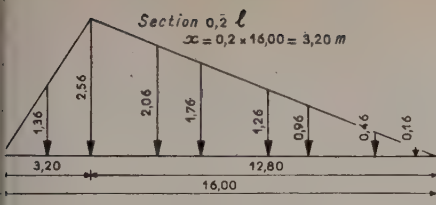
Puis en regard de chaque ligne d'influence nous indiquons l'aire positive S et l'aire négative S' de chaque zone, puis le calcul de l'effort tranchant T_e (charge permanente) T_{d1} (convoi) T_{d2} (surcharge uniforme). Enfin nous avons tracé les lignes enveloppes de ces différents efforts tranchants. On remarquera sur ces dernières qu'en raison de la charge permanente, l'effort tranchant total ne peut changer de sens que dans la partie centrale de la poutre.

G. — Poutre droite sur appuis intermédiaires.

On désigne sous ce nom une poutre droite sur appuis simples prolongée, au delà de ses appuis, par des consoles. On pourra donc avoir les deux schémas représentés figure 33, suivant que la poutre $G_0 G_1$ sera prolongée par deux consoles $G_0 E_0$ et $G_1 E_1$, ou par une seule $G_0 E_0$ par exemple.

L'étude des consoles ne présente rien de particulier. Chacune d'elle sera soumise aux moments fléchissants et aux efforts tranchants développés par le système de charge qui lui est appliqué. Tout système de charge appliqué à la poutre proprement dite entre G_0 et G_1 est sans influence sur les consoles, sauf toutefois en ce qui concerne les déformations. Il est clair en effet (fig. 34) qu'un système S appliqué seulement sur la poutre $G_0 G_1$ provoque une déformation de celle-ci; on pourra en particulier calculer l'angle ω_0 que forme la tangente à la fibre déformée en G_0 . La console $G_0 E_0$ se relèvera et la nouvelle position de sa fibre moyenne fera ce même angle ω_0 avec sa position primitive. Il n'en résulte dans cette console aucun effort, abstraction faite, évidemment, de la rapidité de mise en charge du système S et des vibrations qui peuvent résulter de ce fait, vibrations d'ailleurs rapidement amorties.

Section 0,2 ℓ
 $x = 0,2 \times 16,00 = 3,20 \text{ m}$



Ordonnée maximum $16,00 \times 0,2 \times 0,8 = 2,56 \text{ m}$.

$$S = \frac{1}{2} \times 2,56 \times 16 = 20,48 \text{ m}^2,$$

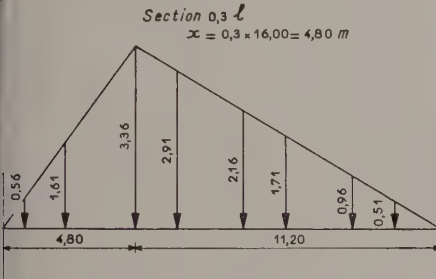
$$M_c = 20,48 \times 2,5 = 51,2 \text{ tm},$$

$$M_{d1} = 3 [1,36 + 2,56 + 2,06 + 1,76 + 1,26 + 0,96 + 0,46 + 0,16] = 31,74 \text{ tm},$$

$$M_{d2} = 20,48 \times 2 = 40,96 \text{ tm},$$

$$M = 123,90 \text{ tm}.$$

Section 0,3 ℓ
 $x = 0,3 \times 16,00 = 4,80 \text{ m}$



Ordonnée maximum : $16,00 \times 0,3 \times 0,7 = 3,36 \text{ m}$.

$$S = \frac{1}{2} \times 3,36 \times 16 = 26,88 \text{ m}^2,$$

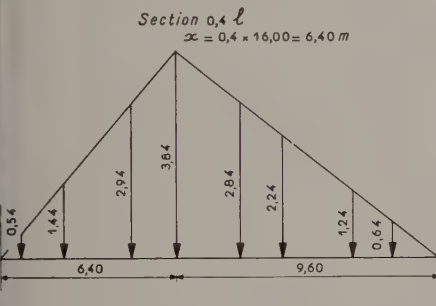
$$M_c = 26,88 \times 2,5 = 67,2 \text{ tm},$$

$$M_{d1} = 3 [0,56 + 1,61 + 3,36 + 2,91 + 2,16 + 1,71 + 0,96 + 0,51] = 41,34 \text{ tm},$$

$$M_{d2} = 26,88 \times 2 = 53,76 \text{ tm},$$

$$M = 162,30 \text{ tm}.$$

Section 0,4 ℓ
 $x = 0,4 \times 16,00 = 6,40 \text{ m}$



Ordonnée maximum $16,00 \times 0,4 \times 0,6 = 3,84 \text{ m}$.

$$S = \frac{1}{2} \times 3,84 \times 16,00 = 30,72 \text{ m}^2,$$

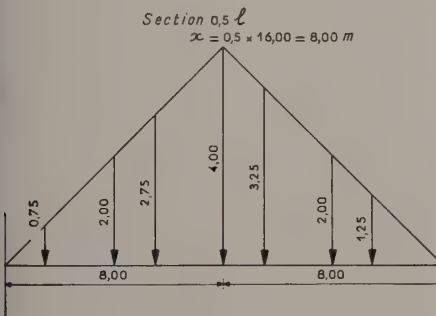
$$M_c = 30,72 \times 2,5 = 76,8 \text{ tm},$$

$$M_{d1} = 3 [0,54 + 1,44 + 2,94 + 3,84 + 2,84 + 2,24 + 1,24 + 0,64] = 47,16 \text{ tm},$$

$$M_{d2} = 30,72 \times 2 = 61,44 \text{ tm},$$

$$M = 185,40 \text{ tm}.$$

Section 0,5 ℓ
 $x = 0,5 \times 16,00 = 8,00 \text{ m}$



Ordonnée maximum : $16,00 \times 0,5 \times 0,5 = 4,00$.

$$S = \frac{1}{2} \times 4,00 \times 16,00 = 32 \text{ m}^2,$$

$$M_c = 32,00 \times 2,5 = 80 \text{ tm},$$

$$M_{d1} = 3 [0,75 + 2,00 + 2,75 + 4,00 + 3,25 + 2,00 + 1,25] = 48 \text{ tm},$$

$$M_{d2} = 32,00 \times 2 = 64 \text{ tm},$$

$$M = 192 \text{ tm}.$$

Courbes enveloppes des moments

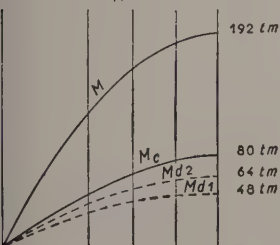
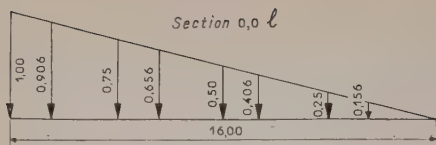


FIG. 31. — Moments fléchissants.

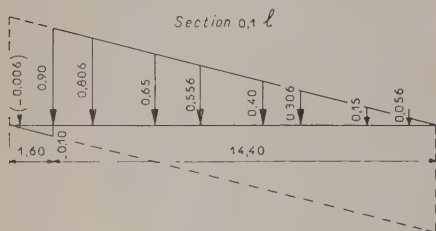


$$S = \frac{1}{2} 16,00 \times 1,00 = 8,00 \quad | \quad S' = 0.$$

$$T_c = 2,5 \times 8,00 = 20 \text{ t,}$$

$$T_{d_1} = 3 (1 + 0,906 + 0,75 + 0,656 + 0,50 + 0,406 + 0,25 + 0,156) = 13,87 \text{ t, } T'_{d_1} = 0,$$

$$T_{d_2} = 2 \times 8,00 = 16 \text{ t} \quad T'_{d_2} = 0 \quad T = \begin{cases} + 49,87 \text{ t.} \\ + 20 \text{ t} \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} 0,9 \times 14,40 = 6,48 \quad | \quad S' = \frac{1}{2} 0,1 \times 1,60 = -0,08.$$

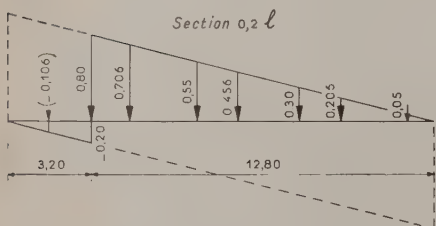
$$T_c = 2,5 (6,48 - 0,08) = 16 \text{ t,}$$

$$T_{d_1} = 3 (0,9 + 0,806 + 0,65 + 0,556 + 0,40 + 0,306 + 0,15 + 0,056) = 11,47 \text{ t,}$$

$$T'_{d_1} = 3 (0,1 + 0,006) = -0,32 \text{ t,}$$

$$T_{d_2} = 2 \times 6,48 = 12,96 \text{ t} \quad T'_{d_2} = 2 \times 0,08 = -0,16 \text{ t}$$

$$T = \begin{cases} + 40,43 \text{ t} \\ + 15,52 \text{ t} \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} 0,8 \times 12,80 = 5,12 \quad | \quad S' = \frac{1}{2} 0,2 \times 3,20 = -0,32.$$

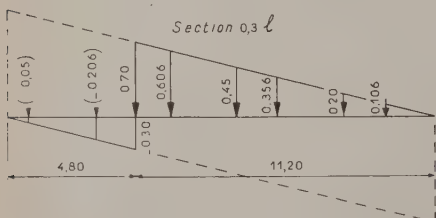
$$T_c = 2,5 (5,12 - 0,32) = 12 \text{ t,}$$

$$T_{d_1} = 3 (0,8 + 0,706 + 0,55 + 0,456 + 0,30 + 0,206 + 0,05) = 9,20 \text{ t}$$

$$T'_{d_1} = 3 (0,20 + 0,106) = -0,92 \text{ t,}$$

$$T_{d_2} = 2 \times 5,12 = 10,24 \text{ t} \quad T'_{d_2} = 2 \times 0,32 = -0,64 \text{ t}$$

$$T = \begin{cases} + 31,44 \text{ t} \\ + 10,44 \text{ t} \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} 0,7 \times 11,20 = 3,92 \quad | \quad S' = \frac{1}{2} 0,3 \times 4,80 = -0,72.$$

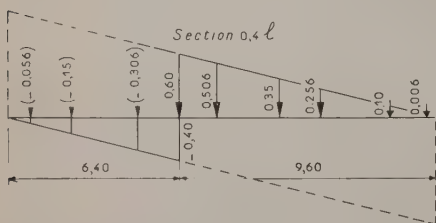
$$T_c = 2,5 (3,92 - 0,72) = 8 \text{ t,}$$

$$T_{d_1} = 3 (0,7 + 0,606 + 0,45 + 0,356 + 0,20 + 0,106) = 7,25 \text{ t,}$$

$$T'_{d_1} = 3 (0,30 + 0,206 + 0,05) = -1,67 \text{ t,}$$

$$T_{d_2} = 2 \times 3,92 = 7,84 \text{ t} \quad T'_{d_2} = 2 \times 0,72 = -1,44 \text{ t}$$

$$T = \begin{cases} + 23,09 \text{ t} \\ + 4,89 \text{ t} \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} 0,6 \times 9,60 = 2,88 \quad | \quad S' = \frac{1}{2} 0,4 \times 6,40 = -1,28.$$

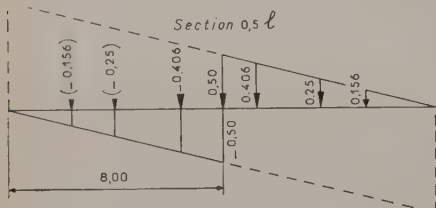
$$T_c = 2,5 (2,88 - 1,28) = 4 \text{ t,}$$

$$T_{d_1} = 3 (0,60 + 0,506 + 0,35 + 0,256 + 0,10 + 0,006) = 5,45 \text{ t,}$$

$$T'_{d_1} = 3 (0,40 + 0,306 + 0,15 + 0,056) = -2,74 \text{ t,}$$

$$T_{d_2} = 2 \times 2,88 = 5,76 \text{ t} \quad T'_{d_2} = 2 \times 1,28 = -2,56 \text{ t}$$

$$T = \begin{cases} + 15,21 \text{ t} \\ - 1,30 \text{ t} \end{cases}$$



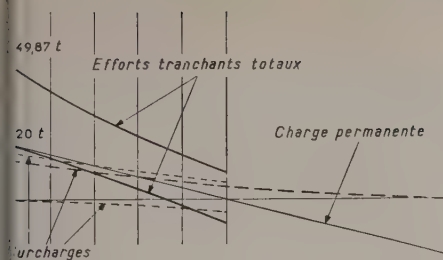
$$S = \frac{1}{2} 0,5 \times 8,00 = 2,00 \quad | \quad S' = -2,00.$$

$$T_c = 0,$$

$$T_{d_1} = 3 (0,50 + 0,406 + 0,25 + 0,156) = 3,94 \text{ t,}$$

$$T'_{d_1} = -3,94 \text{ t,}$$

$$T_{d_2} = 2 \times 2,00 = 4 \text{ t} \quad T'_{d_2} = -4 \text{ t} \quad T = \begin{cases} + 7,94 \text{ t} \\ - 7,94 \text{ t} \end{cases}$$



NOTA : Les efforts tranchants totaux seront donnés par :

$$T_c + T_{d_1} + T_{d_2}$$

et

$$T_c + T'_{d_1} + T'_{d_2}$$

FIG. 32. — Efforts tranchants.

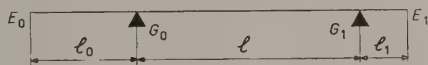


FIG. 33.

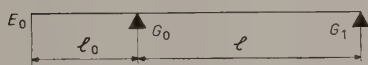


FIG. 34.

1^o Analysons maintenant comment se comporte une poutre droite G_0G_1 prolongée par une console G_0E_0 sous l'effet d'un système S_0 de charges appliquées à la console (fig. 35).

Le système S_0 crée en G_0 :

1. une réaction verticale R'_0 égale et opposée à la résultante de S_0 ;
2. un moment d'encastrement M_0 , négatif en l'espèce, égal au moment de la résultante de S_0 par rapport à G_0 .

Pour que le système $E_0G_0G_1$ reste stable, il faudra que les appuis G_0 et G_1 développent des réactions verticales R'_0 et R'_1 formant un couple égal et de sens opposé à M_0 . On aura donc : $R_1 l = M_0$, d'où : $R_1 = \frac{M_0}{l}$ et, comme M_0 est négatif, R_1 le sera également, ce qui montre que la réaction en G_1 est dirigée vers le bas, ce qui est intuitif. On en déduit :

$$R''_0 = -R_1 = -\frac{M_0}{l}$$

La présence de cette réaction R_1 crée, en un point d'abscisse x rapportée à l'origine G_0 , un moment égal à : $R_1 (l - x)$ ou, en raison de la valeur de R_1 trouvée ci-dessus :

$$M_x = M_0 \left(\frac{l - x}{l} \right)$$

Le diagramme représentatif du moment tout le long de la poutre est la droite m_0g_1 et la valeur du moment au point x est l'ordonnée gm de ce diagramme.

L'effort tranchant T_x tout le long de G_0G_1 sera constant, égal et de sens opposé à R_1 . C'est l'ordonnée $g't$ égale à $\frac{M_0}{l}$ par exemple du diagramme correspondant de la figure 35 (positif dans ce cas). $T_x = -\frac{M_0}{l}$.

Enfin la réaction en G_0 sera égale à $R_0 = R'_0 + R''_0$, c'est-à-dire : $R'_0 - \frac{M_0}{l}$ le signe — pris devant le deuxième terme provenant du fait que M_0 est négatif. En fait R_0 sera une réaction ascendante égale à la somme des valeurs absolues de R'_0 et de $\frac{M_0}{l}$.

Un tel système n'est autre que la résolution d'un problème de leviers.

REMARQUE. — Si la console était située à droite de G_1 (fig. 36) et soumise au système de force S_1 on aurait, en conservant des notations identiques et les mêmes conventions de signe :

M_1 : moment d'encastrement dû au système S_1 sur G_1E_1 .

R'_1 : réaction dans la console due au système S_1 .

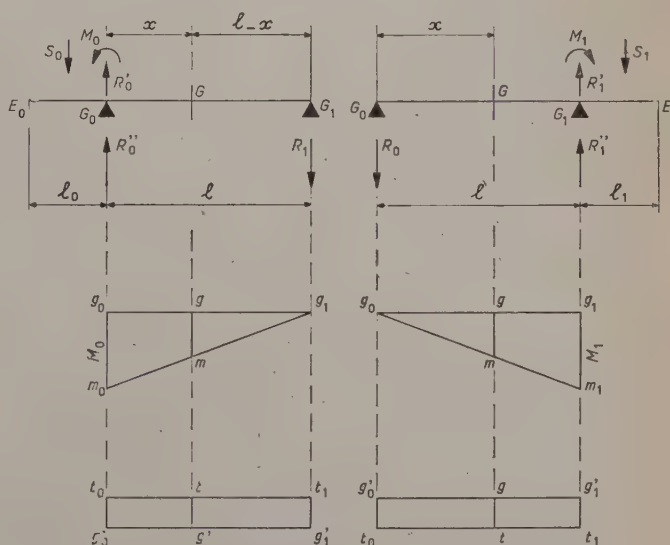


FIG. 35.

FIG. 36.

$$R_0 = \frac{M_1}{l} \quad R_1'' = -\frac{M_1}{l} \quad (1)$$

$$R_1 = R_1' + R_1'' = R_1' - \frac{M_1}{l}$$

En un point d'abscisse x :

$$M_x = M_1 \frac{x}{l} \quad (\text{ordonnée } gm \text{ du diagramme})$$

$T_x = R_0 = \frac{M_1}{l}$ (négatif à cause du signe de M_1 ; T_x est l'ordonnée $g't$ du diagramme de T).

2° Si nous considérons une poutre G_0G_1 prolongée par deux consoles soumises aux systèmes de forces S_0 sur G_0E_0 et S_1 sur G_1E_1 , il suffit alors de cumuler les résultats obtenus ci-dessus dans les deux cas étudiés et on obtiendra :

si R_0' est la réaction provoquée par S_0 dans la console G_0E_0 ,

$$R_1' \quad \text{—} \quad S_1 \quad \text{—} \quad G_1E_1.$$

M_0 est le moment produit par S_0 sur l'appui G_0 .

$$M_1 \quad \text{—} \quad S_1 \quad \text{—} \quad G_1.$$

$$\text{Réaction en } G_0 : R_0 = R_0' - \frac{M_0}{l} + \frac{M_1}{l}.$$

$$\text{Réaction en } G_1 : R_1 = R_1' + \frac{M_0}{l} - \frac{M_1}{l}.$$

Moment en un point d'abscisse x :

$$M_x = M_0 \left(\frac{l-x}{l} \right) + M_1 \frac{x}{l}.$$

Effort tranchant constant tout le long de G_0G_1

$$T_x = -\frac{M_0}{l} + \frac{M_1}{l}.$$

Les diagrammes représentatifs de M et de T seront ceux représentés figure 37. Ils sont obtenus en cumulant les diagrammes correspondants des figures 35 et 36.

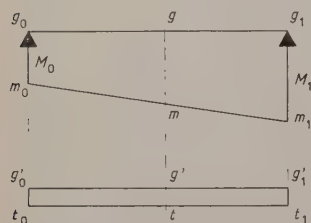


FIG. 37.

Rappelons encore que, dans les formules ci-dessus M_1 et M_0 sont négatifs ce qui explique pourquoi, dans le cas de la figure 37 où M_1 est en valeur absolue plus grand que M_0

(1) Il faut observer que le signe négatif attribué à M_0 ou à M_1 est une convention se rapprochant de celle qu'on fait dans l'étude de la poutre droite sur appuis simples, savoir : un moment fléchissant est positif lorsque la fibre inférieure est tendue, il sera négatif lorsque la fibre supérieure sera tendue. Cette convention est, on le voit dans le cas de la console de droite, en contradiction avec les hypothèses de signe faites habituellement en mécanique rationnelle.

nous avons obtenu pour T une valeur que nous avons figurée négative.

Telles qu'elles sont symbolisées, les formules ci-dessus sont générales. Nous les retrouverons dans tous les systèmes de poutres soumises à des moments sur appuis, quel que soit le signe attribué à M_0 ou à M_1 , en particulier dans les poutres encastrées et dans les poutres continues.

3° Nous pouvons maintenant envisager une poutre sur appuis intermédiaires soumise à un système de charge quelconque agissant aussi bien sur les consoles que sur la poutre centrale. Il suffira de cumuler les résultats obtenus pour les consoles avec ceux qu'on obtiendra dans la travée centrale en considérant celle-ci comme une travée indépendante sur appuis simples. Si un système S produit, dans cette travée indépendante, en un point d'abscisse x , un moment $\mu_{(x)}$ et un effort tranchant $\tau_{(x)}$, le moment fléchissant et l'effort tranchant résultants seront donc :

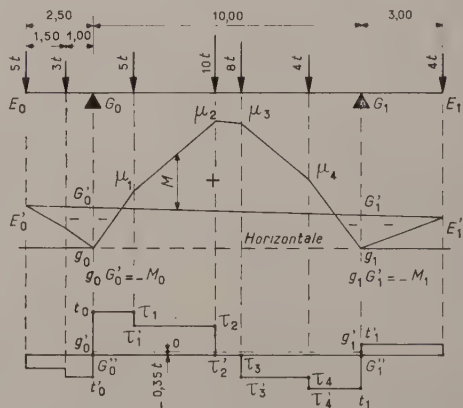
$$M_{(x)} = \mu_{(x)} + M_0 \left(\frac{l-x}{l} \right) + M_1 \frac{x}{l}$$

$$T_{(x)} = \tau_{(x)} - \frac{M_0}{l} + \frac{M_1}{l}.$$

Autrement dit, le diagramme représentatif des M sera celui des μ rapporté à la ligne droite joignant les moments sur appuis changés de signe, c'est-à-dire ($-M_0$) et ($-M_1$), appelée en l'occurrence *ligne de fermeture*. Celui des T sera le diagramme des τ rapporté à l'horizontale d'ordonnée

$$-\frac{M_1 - M_0}{l}.$$

4° Exemple numérique. Pour nous résumer sur un cas concret nous envisagerons l'exemple suivant. Une poutre G_0G_1 de 10 m de portée est soumise aux charges définies figure 38. Ce sont celles déjà étudiées au paragraphe B 4° ci-dessus (fig. 10). Cette poutre a été prolongée par les deux consoles : G_0E_0 de 2,50 m de portée supportant



Échelle des longueurs : 0 à 3 m
 Échelle des moments : 0 à 20 000 kgm
 Échelle des forces : 0 à 20 t

FIG. 38.

deux charges de 5 et 3 t et G_1E_1 de 3 m de portée supportant à l'extrémité une charge de 4 t.

Dans la console G_0E_0 on a :

$$M_0 = -5 \times 2,50 - 3 \times 1,00 = -15,5 \text{ tm.}$$

$$R_0 = 5 + 3 = 8 \text{ t.}$$

Dans la console G_1E_1 on a :

$$M_1 = -4 \times 3,00 = -12 \text{ tm.}$$

$$R_1 = 4 \text{ t.}$$

Le diagramme représentatif des moments μ dans la poutre G_0G_1 considérée comme poutre indépendante sur appuis simples est la ligne polygonale $g_0\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4g_1$ dont les ordonnées par rapport à g_0g_1 sont celles calculées au paragraphe 140 ci-dessus cité.

Portons en g_0 la valeur du moment ($-M_0$) soit 15,5 tm et en g_1 la valeur du moment ($-M_1$) soit 12 tm.

La droite $E'_0G'_0G'_1E'_1$ sera ainsi la ligne de référence à laquelle seront rapportés les moments M dans l'ensemble de la poutre.

Le diagramme représentatif des efforts tranchants τ dans la poutre sur appuis simples G_0G_1 sera la ligne $t_0\tau_1\tau'_1\tau'_4t_1$, rapportée à la ligne de référence $g'_0g'_1$

$$\frac{M_1 - M_0}{l} = \frac{-12 - (-15,5)}{10,00} = +0,35 \text{ t.}$$

Le diagramme ci-dessus sera donc à rapporter à l'horizontale $G'_0G'_1$ distante de $g'_0g'_1$ de $-0,35$ t. On a reporté sur ce diagramme celui des efforts tranchants produits dans les consoles.

La réaction totale sur l'appui de gauche G_0 sera le nombre $t_0t'_0$ lue à l'échelle des forces, celle sur l'appui G_1 sera le nombre $t_1t'_1$.

Elles ont numériquement pour valeur :

$$R_0 = 14,1 + 0,35 + 8 = 22,45 \text{ t.}$$

$$R_1 = 12,9 - 0,35 + 4 = 16,55 \text{ t.}$$

$(R_0 + R_1)$ égale bien la somme des forces appliquées soit 34 t.

Il est facile de reprendre le problème en entier, par le tracé graphique, en s'inspirant de ce qui a été développé au § B 40 (fig. 10) ci-dessus. Il suffira de considérer l'ensemble de toutes les forces appliquées et de construire un polygone funiculaire de ces forces.

Les points d'intersection des côtés extrêmes de ce funiculaire avec les lignes d'action des réactions d'appui donnent les points de passage de la ligne de fermeture du funiculaire (1).

Cette ligne de fermeture et ces côtés extrêmes seront la ligne de référence par rapport à laquelle on lira les ordonnées du funiculaire à l'échelle des moments pour connaître les valeurs des moments M le long de la poutre (1).

D. — Poutres Cantilever.

Ces systèmes dérivent de ceux étudiés précédemment (console et poutre droite) dont ils sont des combinaisons. Ces combinaisons peuvent varier à l'infini, la figure 39 en donne quelques exemples.

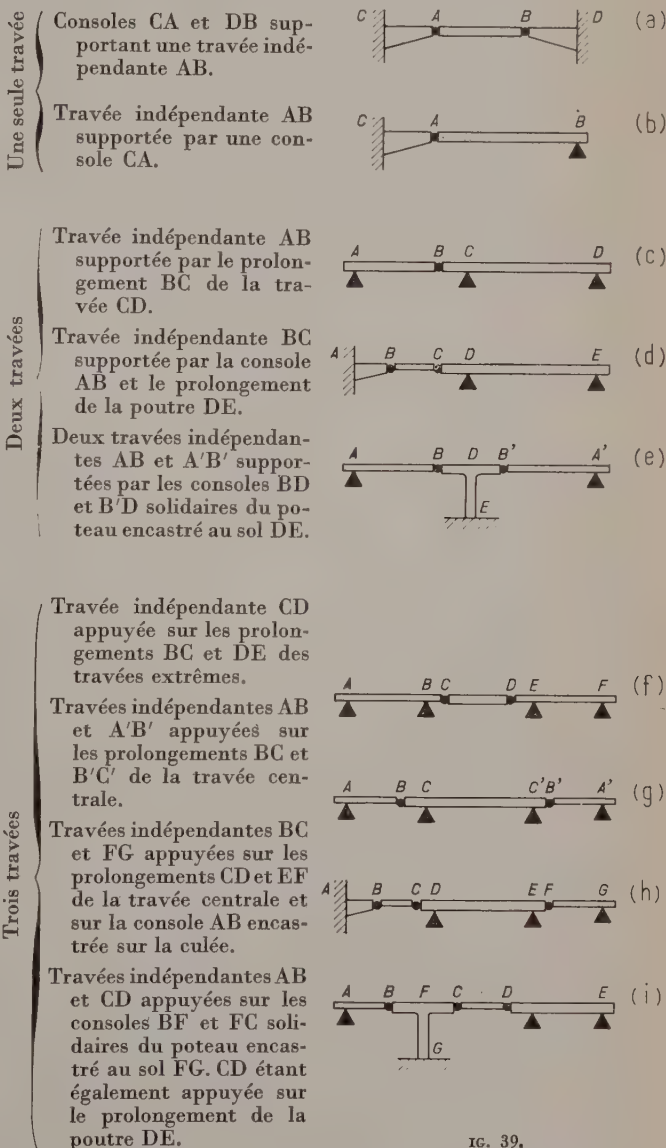


FIG. 39.

On pourrait imaginer d'autres dispositions basées sur ces principes et étendre ces exemples au cas de quatre ou cinq travées. On ne ferait que reproduire les schémas des deux premiers groupes ci-dessus.

Tous ces schémas doivent être stables sous des surcharges pouvant agir sur certaines parties à l'exclusion des autres.

(1) Voir statique graphique.

Certains appuis pourront être conçus pour s'opposer à des efforts de soulèvement éventuels.

Les systèmes Cantilever sont, de par leur constitution même, isostatiques et, sous l'effet de charges verticales, il ne se développe aux appuis que des réactions verticales. Ils sont insensibles aux variations de température et les tassements des appuis ne produisent dans leurs éléments aucun effort. Cette propriété les fait souvent préférer aux systèmes continus lorsqu'on a des doutes sur la qualité des sols de fondation.

Leur étude ne présente aucune difficulté spéciale.

Elle demande seulement beaucoup d'attention.

Supposons, (fig. 40,) un système Cantilever du type 39 g. Ce système est soumis à une charge permanente d'intensité généralement différente d'une travée à l'autre. Il peut recevoir ensuite des surcharges quelconques distribuées sur les travées d'une façon également quelconque.

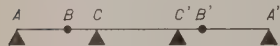


FIG. 40.

Une première étude de la charge permanente seule, portera d'abord sur les travées indépendantes AB et A'B' et fournira en particulier, dans ces travées, les réactions des appuis, les moments et les efforts tranchants.

Il suffira ensuite d'étudier la poutre BCC'B' sous l'effet de sa charge permanente propre et sous l'effet des réactions des travées indépendantes en B et en B', ce que nous avons vu au paragraphe C précédent. On aura alors, dans cette poutre, les réactions des appuis C et C', les moments et les efforts tranchants.

On passera ensuite à l'étude des surcharges mais il ne faut pas perdre de vue qu'il faut dans ce cas, rechercher les effets maximum. Ainsi, pour la console BC le moment sera maximum pour une surcharge disposée sur elle-même et sur la travée contiguë AB. Dans la travée CC' le moment maximum positif sera développé par une surcharge s'étendant seulement entre C et C', puisque toute charge au-delà de C ou de C' y produirait un moment négatif. Par contre, dans cette même travée CC', le moment maximum négatif sera produit par des surcharges s'étendant au-delà des appuis C et C'. La réaction d'appui maximum en C aura lieu pour AB, BC et CC' chargés, alors que la réaction de soulèvement maximum de ce même appui C sera déterminée par une surcharge s'étendant sur C'B' et B'A'.

Il n'y a là rien de complexe, il suffit d'analyser soigneusement les effets produits sur l'ensemble du système par une force agissant en un point donné. Le cumul de tous les cas de charge et de surcharge compatibles permettra de construire les diagrammes des moments, positifs ou négatifs, des efforts tranchants positifs ou négatifs, et de déterminer les valeurs extrêmes des réactions d'appuis, afin d'adapter ceux-ci au rôle qu'ils peuvent avoir à jouer (appui ou soulèvement).

Dans les cas plus délicats de surcharges roulantes on pourra tracer les lignes d'influence des différents effets cherchés.

La ligne d'influence, par exemple, du moment fléchissant en travée centrale, au 1/4 de la portée (section S), aura l'allure du croquis ci-dessous (fig. 41). Entre C et C' c'est la ligne d'influence connue de la travée sur appuis simples. Une charge en C ou C' produit en S un moment nul. Une charge en B produit un couple en C, qui se traduit par une valeur réduite en S, d'après ce que nous avons vu précédemment; ce moment en S sera l'ordonnée Bb limitée à la droite bC prolongeant CS', et ainsi de suite.

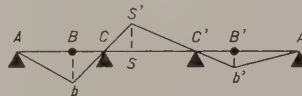


FIG. 41.

On n'aura partout que des droites à construire joignant les points singuliers situés au droit des articulations.

La ligne d'influence de la réaction d'appui en C aurait l'allure de la figure 42 qui illustre ce que nous avons dit plus haut au sujet des soulèvements possibles de C sous l'effet des charges agissant sur C'B'A'.

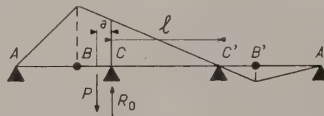


FIG. 42.

Nous ne pouvons qu'effleurer ce sujet, tant il est vaste; mais il ne présente dirons-nous encore, aucune difficulté réelle.

E. — Arc à trois articulations.

Les systèmes en arc à trois articulations se rencontreront assez fréquemment à cause de la sûreté et de la facilité de leur calcul, à cause aussi de leur insensibilité aux variations thermiques ou à des déplacements de leurs retombées. On les emploie assez couramment dans les charpentes industrielles ou de halles. Comme tous les systèmes en arc ils développent des poussées, même en cas de charges verticales, poussées qu'il faut transmettre au sol dans les meilleures conditions possibles eu égard à la constitution géologique de celui-ci. Cette particularité, commune à tous les arcs, incite à la prudence lorsqu'on se trouve en présence de sols argileux à faible coefficient de frottement.

Nous savons que, dans un système plan quelconque, on est à même de connaître pour tout point de sa fibre moyenne, la position, l'intensité et le sens de la force extérieure à la section normale passant par ce point si on connaît les réactions d'appui développées par l'ensemble de charges appliquées. Cette force extérieure est définie, rappelez-le, par son moment par rapport au centre de gravité de la section (moment fléchissant) par sa composante parallèle à la tangente à la fibre moyenne (effort normal) et par sa composante perpendiculaire à cette même tangente située par conséquent dans le plan de la section (effort tranchant) étant entendu que dans toutes ces études d'ouvrages nous ne considérons que des systèmes plans dont les fibres moyennes sont dans un même plan ainsi que les lignes d'action des forces appliquées; nous éliminons ain-

les efforts de torsion qui posent des problèmes difficiles à aborder dans le cadre que nous nous sommes fixé.

Un arc à trois articulations est ainsi dénommé parce que la pièce courbe formant ce système présente deux articulations aux extrémités, dites « retombées », s'appuyant sur des appareils fixés aux maçonneries d'appui et une troisième articulation intermédiaire, fréquemment appelée « clé » située en un point quelconque de la fibre moyenne. Cette troisième articulation crée dans cette fibre moyenne un point singulier dont le moment d'inertie est nul et par conséquent la force extérieure correspondant à cette section doit passer obligatoirement par cette articulation, puisque la section (nulle) en ce point d'articulation ne peut résister à aucun moment fléchissant.

1° Recherche des réactions d'appui. Cette recherche est particulièrement simple dans le cas de l'arc à trois articulations et peut se résoudre à l'aide des seules équations d'équilibre fournies par la mécanique statique. Nous en donnons un aperçu dans les problèmes que nous avons déjà traités soit au chapitre de la statique graphique, soit à celui-ci où nous étudions les généralités que nous avons données sur les arcs courbes (recherche des réactions d'appui).

Au risque de nous répéter nous en parlerons de nouveau. Considérons le système en arc $G_0 G_c G_1$ comportant deux articulations de retombée G_0 et G_1 et une articulation intermédiaire G_c (fig. 43).

Soit G le point de passage sur la fibre moyenne de la résultante F d'un système quelconque de forces appliquées.

Les conditions d'équilibre d'un tel système imposent que les trois forces F , R_0 , R_1 , ces deux dernières étant les réactions d'appui, soient concourantes. Ce point de concours est fixé dans le cas qui nous occupe, car l'une des réactions, en l'espèce R_1 , doit obligatoirement avoir sa ligne d'action confondue avec la corde $G_1 G_c$ (1) de l'élément d'arc qui est chargé directement qui joue alors le rôle de béquille d'appui de l'élément d'arc chargé $G_0 G_c$.

La solution graphique du problème apparaît donc immédiatement : un polygone funiculaire des forces appliquées $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ fournira en position, intensité et sens la résultante de ces forces appliquées et une simple décomposition de cette résultante suivant les directions $G_1 O$ et $G_0 O$ donnera les réactions d'appui R_1 et R_0 .

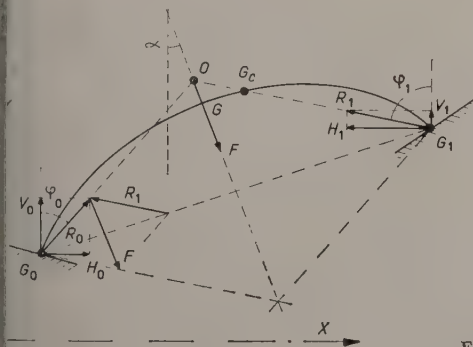


FIG. 43.

Pour traiter analytiquement le problème on pourra poser les trois équations d'équilibre du système :

$$(1) \begin{cases} \text{Somme des projections verticales} &= 0 \\ \text{Somme des projections horizontales} &= 0 \\ \text{Somme des moments par rapport à un point quelconque du plan} &= 0. \end{cases}$$

A cet effet on choisira un axe de référence pour définir les angles que forment les lignes d'action des forces avec cet axe (sur la figure 43 on a pris l'axe oy du système de coordonnées choisi).

Les projections verticales seront de la forme $f_n \cos \alpha_n$
Les projections horizontales seront de la forme $f_n \sin \alpha_n$ } toutes quantités connues

Les composantes des réactions d'appui seront :

— Projections verticales : $R_0 \cos \varphi_0$ et $R_1 \cos \varphi_1$ qu'on pourra appeler V_0 et V_1 .

— Projections horizontales : $R_0 \sin \varphi_0$ et $R_1 \sin \varphi_1$ qu'on pourra appeler H_0 et H_1 .

Ces quatre dernières quantités inconnues sont liées par la relation qui exprime que la ligne d'action de R_1 passe par G_c (fig. 44) ce qui permet d'établir le rapport :

$$\frac{V_1}{H_1} = \frac{b_1}{a_1}$$

dans lequel a_1 est la projection horizontale du tronçon d'arc $G_1 G_c$ et b_1 sa projection verticale.

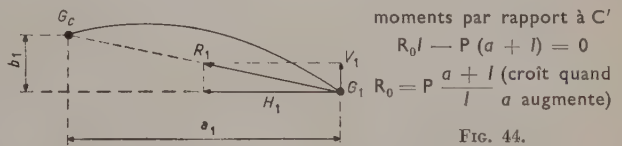


FIG. 44.

On en tire donc : $H_1 = \frac{V_1 a_1}{b_1}$

et il ne reste plus que trois inconnues dans le système des trois équations (1) ci-dessus. Un tel calcul ne présente aucune difficulté mais il doit être effectué avec ordre et méthode et il est alors commode de procéder par tableaux.

On établira d'abord un schéma du système avec numérotage des forces appliquées et on choisira un système d'axes de coordonnées xoy dont l'origine sera en G_0 par exemple. Ce sera le point du plan par rapport auquel on calculera les moments (fig. 44 bis).

On fera dans ce tableau :

la somme des projections verticales : $\sum f_n \cos \alpha_n$
la somme des projections horizontales : $\sum f_n \sin \alpha_n$

(1) En effet, le point G_c étant une articulation, le moment fléchissant en ce point doit être nul ; la force extérieure relative à la section G_c passe donc par le point G_c , c'est-à-dire que la résultante de R_0 et de F passe par G_c et par suite R_1 (réaction de G_1 qui fait équilibre à la résultante de R_0 et de F) passe également par G_c .

N° des forces appliquées f_n et intensité	Coordonnées des points d'application de ces forces sur la fibre moyenne		Angle des lignes d'action des forces f_n avec Oy			Projections des forces f_n		Moment des forces appliquées par rapport à G_0	
	x_n	y_n	α_n	$\cos \alpha_n$	$\sin \alpha_n$	verticales $f_n \cos \alpha_n$	horizontales $f_n \sin \alpha_n$	forces verticales $f_n \cos \alpha_n \times x_n$	forces horizontales $f_n \sin \alpha_n \times y_n$
f_1									
f_2									
etc....									
						$\Sigma f_n \cos \alpha_n$	$\Sigma f_n \sin \alpha_n$	$\Sigma f_n \cos \alpha_n x_n$	$\Sigma f_n \sin \alpha_n y_n$
									$\Sigma M_{G_0}(f_n)$

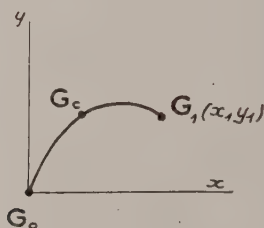


Fig. 44 bis.

la somme des moments par rapport à G_0 des forces f_n :

$$\Sigma M_{G_0}(f_n) = \Sigma f_n \cos \alpha_n x_n + \Sigma f_n \sin \alpha_n y_n.$$

Ce tableau demande simplement de l'attention quant aux signes dont il faut doter les projections et les moments, on adoptera celui de l'orientation des axes.

Il suffira alors de poser :

$$\begin{aligned} \Sigma f_n \cos \alpha_n + V_0 + V_1 &= 0 \\ \Sigma f_n \sin \alpha_n + H_0 + H_1 &= 0 \\ \Sigma M_{G_0}(f_n) + H_1 y_1 - V_1 x_1 &= 0 \quad (1) \end{aligned}$$

V_1 et H_1 étant liés par la condition ci-dessus :

$$H_1 = \frac{V_1 a_1}{b_1}.$$

Ces généralités éclairent le problème d'une manière suffisante pour aborder le cas d'un arc quelconque soumis à des forces quelconques. Dans ce qui suit nous allons traiter des

cas particuliers de charges appliquées à un arc à trois articulations symétrique par rapport à l'axe vertical passant par l'articulation de clé.

2° Arc à trois articulations soumis à une charge verticale uniformément répartie suivant sa corde.

Soit un arc à trois articulations $G_0 G_0 G_1$ (fig. 45) symétrique par rapport à l'axe vertical passant par l'articulation G_c de clé et soumis à une charge p uniformément répartie suivant sa corde $G_0 G_1$.

Appelons $2a$ la longueur de la corde et f la flèche de l'arc (à la clé).

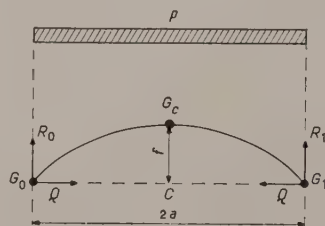


FIG. 45.

Par raison de symétrie les réactions des appuis sont égales et leurs composantes sont :

verticalement $R_0 = R_1 = pa$
horizontalement Q .

(1) Le moment de R_1 par rapport à 0 est négatif, donc égal à $[- |R_1| d]$.

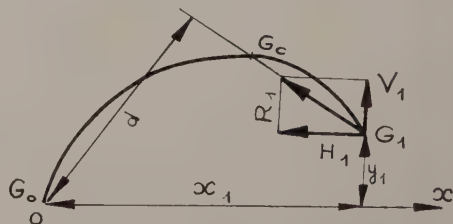
Il se décompose ainsi :

1° Le moment de H_1 par rapport à 0 est négatif (sens contraire des aiguilles d'une montre); or H_1 est négatif et y_1 est positif; il faut donc écrire : $+ H_1 y_1$ (qui est bien négatif);

2° le moment de V_1 par rapport à 0 est négatif; or V_1 est positif et x_1 est positif;

il faut donc écrire : $- V_1 x_1$ (pour avoir un produit négatif).

Les signes de l'équation ci-dessus sont donc corrects.



Cette valeur de Q qu'on appelle la *poussée de l'arc* se termine immédiatement en écrivant l'expression du moment des forces appliquées au tronçon G_0G par rapport au point G_0 et en annulant cette expression, autrement dit exprimant que le moment fléchissant dans l'arc au point d'articulation de clé est nul puisque ce point ne peut mettre aucun moment fléchissant et que la *courbe des pressions* doit passer par ce point.

On écrira donc :

$$R_0 a - \frac{pa^2}{2} - Qf = 0,$$

puisque : $R_0 = pa$,

$$pa^2 - \frac{pa^2}{2} - Qf = 0;$$

encore :

$$\frac{pa^2}{2} = Qf;$$

à l'on déduit :

$$Q = \frac{pa^2}{2f} \quad \text{ou} \quad Q = \frac{pl^2}{8f},$$

formule classique et connue de la *poussée de l'arc à trois articulations*.

Remarquons que $\frac{pa^2}{2}$ est le *moment fléchissant* μ_c produit au milieu C de la poutre droite sur appuis simples de portée soumise à la même charge d'intensité p . On peut donc écrire : $Q = \frac{\mu_c}{f}$.

Nous avons parlé de courbe des pressions. Nous savons par nos considérations des chapitres précédents, ce que l'on entend par cette expression et nous nous rappelons que la *courbe des pressions* est un polygone funiculaire des charges appliquées. Dans le cas particulier qui nous occupe ce polygone funiculaire est une *parabole* (charge uniformément répartie) *homologue de la ligne représentative du moment* μ *le long de la portée* $2a$ et il nous intéresse, comme nous l'avons vu, de tracer ce polygone funiculaire dans le plan du long de l'arc. Il est astreint à passer en G_0 , en G_1 , et aussi en G_c ; c'est donc que son ordonnée en G_c est égale à f .

Toutes les autres ordonnées $Y_{(x)}$ de cette courbe des pressions (en un point d'abscisse x de la poutre) seront donc proportionnelles aux ordonnées correspondantes $\mu_{(x)}$ (en un point d'abscisse x) de la ligne représentative du moment fléchissant et le rapport de proportionnalité sera :

(μ_c étant la valeur $\frac{pa^2}{2}$ de μ à la clé); et on aura :

$$Y_{(x)} = \mu_{(x)} \frac{f}{\mu_c}.$$

Comme $\mu_{(x)}$ est une parabole, $Y_{(x)}$ sera aussi une parabole dont le tracé ou le calcul est aisé.

Si la *fibre moyenne* de l'arc est elle-même *parabolique*, la *fibre moyenne* et *courbe des pressions* coïncideront sur toute

leur étendue et l'arc ne supportera *que des efforts normaux* à l'exclusion de tout moment fléchissant et de tout effort tranchant puisque, en toute section de l'arc, la force extérieure à cette section est tangente à la courbe des pressions et passe par le centre de gravité de la dite section.

Si au contraire la fibre moyenne G_0G s'écarte de la courbe des pressions (fig. 46) la force extérieure R tangente à cette courbe produit en G un moment égal à $Q(Y - y)$ ⁽¹⁾ (puisque Q est la composante horizontale de cette force extérieure), un effort normal N et un effort tranchant T dont la figure 47 illustre les significations géométriques.

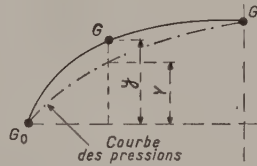


FIG. 46.

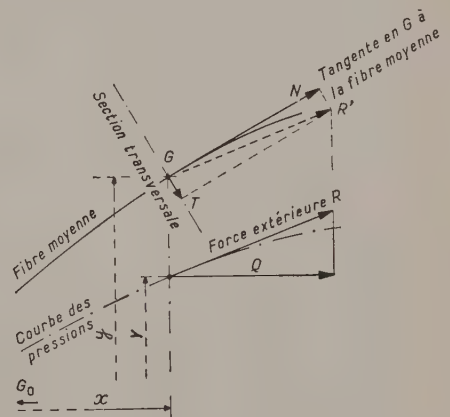


FIG. 47.

On transporte en GR' la force extérieure R parallèlement à elle-même en lui adjoignant le couple $Q(Y - y)$ qui est le moment fléchissant en G .

On décompose ensuite GR' en ses deux composantes :

N qui est l'effort normal en G .

T qui est l'effort tranchant en G .

⁽¹⁾ Le moment est négatif; comme Q est positif et $(Y - y)$ est négatif, leur produit $Q(Y - y)$ est négatif et a le même signe que le moment, c'est donc bien l'expression du moment en grandeur et en signe.

Par ailleurs on a vu plus haut que :

$$Y_{(x)} = \mu_{(x)} \frac{f}{\mu_c} \quad \text{et} \quad Q = \frac{\mu_c}{f}$$

d'où :

$$QY = \mu.$$

Mais nous venons de voir que :

$$M = Q(Y - y);$$

on a donc : $M = QY - Qy = \mu - Qy.$

On voit donc que, dans l'hypothèse d'une fibre moyenne quelconque, si l'on connaît l'ordonnée Y de la courbe des pressions relatives à l'abscisse x d'un point G de cette fibre moyenne, on connaît aussi les efforts appliqués en ce point G centre de gravité de la section correspondante de l'arc. Nous répétons ici que ce nous avons déjà dit à l'étude générale des pièces courbes; il n'est pas superflu d'y insister et cette notion s'applique, d'ailleurs, quel que soit le type d'arc qu'on envisage. En se reportant à ces notions générales on y trouvera les formules donnant les valeurs de M , N et T en fonction des composantes connues de la force extérieure R .

Il faut retenir de cet exposé que, dans un arc à trois articulations, toutes les fois qu'on se trouvera en présence de charges verticales distribuées uniformément suivant la corde, on aura intérêt à choisir une fibre moyenne parabolique puisqu'on élimine ainsi tout moment fléchissant et tout effort tranchant.

Pour obtenir le même résultat, si la distribution des forces suivant la corde est quelconque, on choisira pour fibre moyenne, une courbe funiculaire de ces charges qu'on fera passer par les trois articulations, si toutefois la forme obtenue est compatible avec les exigences des gabarits à respecter et de l'esthétique.

Si la forme de la fibre moyenne est imposée, par exemple dans le cas où l'on traite d'un portique de hangar à trois articulations tel que celui figuré (fig. 48), le problème est le

même. On pourra le traiter analytiquement : après avoir déterminé V_0 et Q dus au système quelconque de charges appliquées, on aura en un point G quelconque :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{(x)} = \mu_{(x)} - Qy, \quad [\text{Voir la note du renvoi de la page 897.} \\ \mu_{(x)} \text{ étant le moment fléchissant produit à l'abscisse } x \text{ de la poutre droite sur appuis simples de portée } 2a \text{ soumise aux mêmes charges que l'arc.}] \\ N_{(x)} = V_0 \sin \alpha + Q \cos \alpha \quad (1) \\ T_{(x)} = V_0 \cos \alpha - Q \sin \alpha \quad (2) \end{array} \right.$$

d'après les formules déjà établies lors de l'étude générale des pièces courbes (2^e partie, Calcul des systèmes constructifs-VI. Pièces courbes et arcs), dans le MCB 15 (p. 566 à 569).

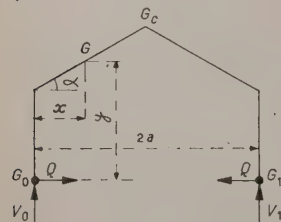


FIG. 48.

(1) Formule obtenue par projection de V_0 et Q sur la fibre moyenne.

(2) Formule obtenue par projection de V_0 et Q sur la perpendiculaire à la fibre moyenne.

Si on préfère le traiter graphiquement (fig. 49) on tracera la courbe funiculaire (3) des pressions G_0G_c . La force extérieure agissant dans une section quelconque S de centre de gravité G sera représentée par le vecteur gF tangent à la courbe des pressions en g et dont la composante horizontale sera égale à Q .

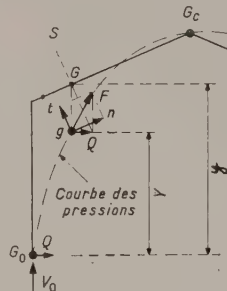


FIG. 49.

Le moment fléchissant M sera égal à $Q \times Gg$, Gg étant la distance mesurée sur l'épure entre les points considérés (et Gg étant négatif).

— L'effort normal sera la projection gn du vecteur gF sur la parallèle à la fibre moyenne.

— L'effort tranchant sera la projection gt du vecteur gF sur la parallèle à la section S .

3^o Arc à trois articulations soumis à des charges concentrées quelconques.

Ce problème n'est qu'une application des principes généraux que nous connaissons déjà, aussi nous contenterons-nous de donner la marche à suivre en utilisant nos connaissances en statique graphique.

Une première épure soignée représentera la fibre moyenne choisie et les lignes d'action des forces appliquées au système.

Nous tracerons un dynamique de ces forces et un premier polygone funiculaire correspondant partant d'une articulation, G_0 par exemple.

Utilisant les principes de la statique graphique nous chercherons un funiculaire homologue passant par les trois articulations $G_0G_cG_1$.

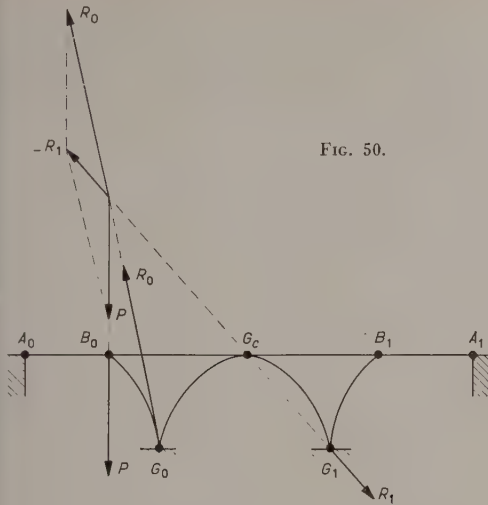
Nous aurons ainsi matérialisé la ligne des pressions. Le problème est alors résolu puisqu'on connaît la force extérieure agissant en toute section de l'arc en direction, grandeur et sens. Il ne reste plus qu'à chercher dans chaque section les composantes de cette force extérieure M , N et T . Nous en trouverons au chapitre des applications un exemple détaillé.

4^o Arc Cantilever à trois articulations.

Nous ne citerons que pour mémoire ce type d'arc (fig. 50) dont nous ne connaissons pas d'application dans le domaine de la charpente. C'est un arc à trois articulations $G_0G_cG_1$.

(3) Voir Manuel de la Charpente en bois, fascicule XIII, statique graphique-16, courbe funiculaire (p. 533 et suiv.).

FIG. 50.



auquel sont associés deux éléments compensateurs des poussées, G_0B_0 et G_1B_1 solidaires des deux parties de l'arc central, et en outre eux-mêmes reliés aux culées par les travées B_0A_0 et B_1A_1 . On peut concevoir un tel système pour des fermes de halles à trois travées lorsque la nature du sol fait craindre des mouvements des appuis. La recherche des efforts qu'il subit ne présente aucune difficulté particulière; la ligne d'action d'une charge placée en B_0 concourt ⁽¹⁾ avec celles des réactions R_0 et R_1 , cette dernière orientée suivant G_0G_1 ; tout le reste s'en déduit.



FIG. 50 bis.

⁽¹⁾ La force en B_0 et la réaction R_0 en G_0 donnent une force extérieure qui doit passer par G_c et être opposée à la réaction R_1 (en G_1) passant par G_c .

II — LES SYSTÈMES HYPERSTATIQUES

Nous abordons maintenant l'étude des systèmes constructifs dont le calcul nécessite, pour pallier l'insuffisance du nombre des équations d'équilibre que donne la mécanique rationnelle, l'emploi des équations dites de déformation dont nous avons parlé plus haut. D'une manière générale, dans tous ces systèmes, leur rigidité propre intervient pour modifier la valeur des réactions d'appui que les forces appliquées développeraient dans le système de référence sur appuis simples de même forme. Ce sont ces réactions complémentaires d'appui. Les artifices de calcul nous permettront quelquefois de nous passer de la recherche directe de ces réactions complémentaires, c'est le cas des poutres continues par exemple où l'on substitue aux réactions complémentaires la valeur des moments fléchissants dits « Moments sur appuis », moments qui dépendent des dites réactions complémentaires.

Nous ne dissimulons pas que nous abordons ici un problème d'enseignement des plus délicats, il est d'ordre pédagogique. Il existe de nombreux ouvrages de résistance des matériaux qui traitent de ces problèmes dans toute leur généralité, malheureusement ils font appel à un appareil mathématique élevé, sans développements superflus, et inaccessible à la plupart de nos jeunes projeteurs de bureaux d'études. Nous pensons cependant qu'il est possible de mettre à leur portée un exposé simple des phénomènes analysés dans ces problèmes, en ajoutant aux symboles mathématiques qu'il n'est pas possible d'éliminer des considérations physiques et géométriques qui en facilitent l'intelligence.

NOTATIONS. Nous emploierons des notations simples et parlant à l'esprit. Certaines sont consacrées par l'usage, telles sont les notations connues : μ désignant un moment fléchissant et τ un effort tranchant développés dans une poutre droite indépendante et sur appuis simples et employées par MM. Pigeaud et Bertrand de Fontviollant. Les notations M et T dans l'esprit de la normalisation des notations de la résistance des matériaux sont réservées à un moment fléchissant et à un effort tranchant agissant en un point quelconque d'une poutre posée sur un système d'appuis quelconque. Nous appellerons ω_x l'angle dont aura tourné une section d'abscisse x d'une poutre quelconque après déformation par rapport à la position qu'elle occupait avant déformation; ω'_x sera réservé à la désignation de la rotation de la section d'une poutre indépendante posée sur appuis simples.

Toutes ces notations pourront être affectées d'un indice localisant le point de la fibre moyenne auquel elles se rapportent, ainsi

$M_g T_g \omega_g \tau_g \omega'_g$ se rapporteront toujours à la section de l'appui de gauche de la poutre,

$M_d T_d \omega_d \tau_d \omega'_d$ se rapporteront toujours à la section de l'appui de droite de la poutre,

$M_{max} T_{max} \mu_{max} \tau_{max}$ désigneront, si besoin est, les valeurs maximum de M , T , μ et τ .

Par définition même de la travée indépendante sur appuis simples, μ_g et μ_d seront toujours nuls et τ_{max} sera l'une ou l'autre des expressions τ_g ou τ_d , du moins dans les cas les plus courants considérés, où les forces sont verticales et dirigées de haut en bas.

A. — Généralités sur les poutres droites hyperstatiques.

Nous ne considérerons, dans ces poutres, à fibre moyenne rectiligne par définition, que des forces appliquées parallèles entre elles et dont les lignes d'action sont perpendiculaires à la fibre moyenne. En termes plus clairs : fibres moyennes horizontales, forces verticales.

Considérons une poutre droite GD quelconque soumise à un système quelconque de forces *verticales* dirigées suivant l'action de la pesanteur. G est son appui de gauche, D est son appui de droite. Sous l'action des forces appliquées, la fibre moyenne de la poutre se déforme et, dans le cas le plus général des poutres droites hyperstatiques, les appuis G et D peuvent s'opposer élastiquement à cette déformation soit par leur nature même, soit par l'effet des poutres prolongeant GD à gauche et à droite. Dans cette déformation qui affecte la forme indiquée sur la figure 51 avec points d'inflexion en I et I', une section S normale à la fibre moyenne tourne d'un certain angle ω_x ; la section S_g correspondant à l'appui de gauche G tourne d'un angle ω_g ; la section S_d correspondant à l'appui de droite D tourne d'un angle ω_d .

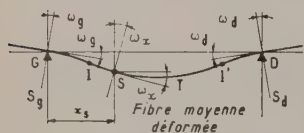


FIG. 51.

Cet angle ω_x est égal à celui que forme la tangente ST à la fibre moyenne déformée en S avec la direction GD.

La troisième des équations de Bresse nous donne la relation qui lie des différentes rotations ω .

En une section S d'abscisse x de la poutre nous avons (l'origine des abscisses étant en G)

$$\omega_x = \omega_g - \int_0^x \frac{M}{EI} dx \quad (I) \quad (1)$$

qui exprime que la section S tourne d'un angle ω_x égal à l'angle ω_g dont a tourné la section sur appui de gauche S moins la somme effectuée le long de la fibre moyenne entre G et S des rotations élémentaires $\frac{M}{EI} dx$ dont a tourné la section S_{p+dx} par rapport à la section immédiatement voisine S_x d'abscisse x (en se rappelant que conventionnellement un moment M est positif lorsqu'il tend la fibre inférieure de la poutre, c'est-à-dire lorsque la concavité est vers le haut).

Nous aurons, en particulier dans la poutre de portée l , pour la section S_d sur l'appui de droite D la relation :

(1) Dans les systèmes isostatiques nous avons utilisé précédemment la notation

$$\int \frac{M}{EI} d\xi.$$

$$\omega_d = \omega_g - \int_0^l \frac{M}{EI} dx \quad (II)$$

analogue à l'expression (I) ci-dessus mais dans laquelle la sommation des rotations élémentaires est effectuée tout le long de la fibre moyenne entre G et D. Les rotations ω_g et ω_d dépendent comme nous l'avons dit de la nature des appuis. Si ceux-ci sont *absolument indéformables* (poutre encastrée par exemple sur deux massifs de maçonnerie qu'on peut considérer comme rigoureusement fixes) ω_d et ω_g sont tous deux égaux à zéro; l'expression (I) de ω_x devient $\omega_x = - \int_0^x \frac{M}{EI} dx$ et l'expression (II) devient :

$$0 = - \int_0^l \frac{M}{EI} dx.$$

Dans une telle poutre encastrée la fibre moyenne affecte la forme de la figure 52, avec point d'inflexion en I et I', dans l'hypothèse de charges dirigées suivant l'action de la pesanteur.

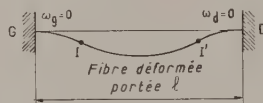


FIG. 52.

Si nous sommes en présence d'une *poutre indépendante sur appuis simples* de portée l les équations (I) et (II) ont même forme mais le moment M est remplacé dans ce cas par le moment μ que l'on sait calculer en tout point de la poutre en fonction des charges appliquées et nous avons :

$$\omega_x = \omega_g - \int_0^x \frac{\mu}{EI} dx \quad (I')$$

$$\text{et} \quad \omega_d = \omega_g - \int_0^l \frac{\mu}{EI} dx \quad (II').$$

Nous ne connaissons pas, dans ces équations ω_g . Pour déterminer sa valeur, nous nous servirons de la seconde équation de Bresse, celle qui exprime la déformation verticale v d'un point quelconque S d'abscisse s de la poutre et qui est, exprimée dans toute sa généralité :

$$v = v_g + \omega_g s + \int_0^s \frac{\mu}{EI} (s-x) dx \quad (2),$$

équation dans laquelle s est l'abscisse de la section S pour laquelle on calcule la déformation, et la variable x est l'abscisse d'une section intermédiaire entre G et S pour laquelle on calcule la rotation élémentaire $\frac{\mu}{EI} dx$ au point d'abscisse x et le mouvement vertical élémentaire (du point S distant du point d'abscisse x de la quantité $s-x$) provoqué par cette rotation du point d'abscisse x . Nous ne faisons

(2) Dans l'équation de Bresse correspondante (où il s'agissait d'une poutre courbe dans toute sa généralité et non d'une poutre droite), on avait remplacé : v_g par v_0 , ω_g par ω_0 , l'origine O par G, l'extrémité l par G, d'où s par $(x-x_0)$ et par x , car ici $x_0 = 0$ x par ξ , μ par M , dx par $d\sigma$.

On rappelle ici les considérations étudiées dans le MCB 15, pages 520 à 522, quand nous avons parlé des équations générales de Bresse. Si nous appliquons cette équation à la poutre S_d , extrémité de droite de la poutre de portée l ; s — x devient $l - x$ et nous avons :

$$v_d = v_g + \omega'_g l - \int_0^l \frac{\mu}{EI} (l - x) dx$$

Or, par cette équation, par définition même de la poutre, v_d et v_g sont égaux à zéro (les appuis ne subissent aucun déplacement vertical) et il reste :

$$\omega'_g l - \int_0^l \frac{\mu}{EI} (l - x) dx = 0.$$

Cette expression permet de calculer ω'_g :

$$\omega'_g = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{\mu}{EI} (l - x) dx$$

ou encore sous une autre forme

$$\omega'_g = \int_0^l \frac{\mu}{EI} \frac{l - x}{l} dx$$

$$\omega'_g = \int_0^l \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx \quad (\text{III})$$

La dernière manière de l'écrire étant celle qui est la plus commode pour le calcul.

On pourrait reporter cette valeur de ω'_g dans l'équation (I) ci-dessus pour en déduire ω'_d (1) mais nous pouvons le faire immédiatement, en retournant la poutre bout pour bout :

$$\omega'_d = - \frac{1}{l} \int_0^l \frac{\mu}{EI} x dx$$

$$\omega'_d = - \int_0^l \frac{\mu}{EI} \frac{x}{l} dx \quad (\text{IV})$$

Le signe (—) indique ici que la rotation ω'_d est de sens contraire à ω'_g .

Nous nous sommes longuement étendus sur l'établissement des deux formules (III) et (IV) qui sont d'une importance capitale pour les développements qui vont suivre. Les rotations des extrémités de la poutre indépendante sur appuis simples qu'elles expriment sont calculables puisqu'elles dépendent de μ qui lui-même est une fonction des charges appliquées. La forme générale de la fibre déformée

(1) Nous avons en effet en développant ω'_g en une différence de deux termes que l'on porte dans (II') :

$$\omega'_g = \left(\int_0^l \frac{\mu}{EI} dx - \int_0^l \frac{\mu}{EI} \frac{x}{l} dx \right) - \int_0^l \frac{\mu}{EI} dx.$$

Le premier et le dernier terme, égaux en valeur absolue, s'annulent et il reste bien :

$$\omega'_d = - \int_0^l \frac{\mu}{EI} \frac{x}{l} dx.$$

est celle qui est indiquée à la figure 53, la concavité est tournée vers le haut dans le cas d'un système de charges dirigées suivant l'action de la pesanteur, elle ne présente pas de points d'inflexion.

L'on conçoit alors que, si à la poutre de la figure 53 on applique en G et D des moments réactifs d'appui M_g et M_d pouvant provenir de la nature de ces appuis eux-mêmes (encastrement dans des poteaux aux différents étages par exemple) ou des travées qui peuvent encadrer cette poutre à droite et à gauche (fig. 54), on puisse modifier cette fibre déformée et l'amener à prendre la forme représentée sur les figures 54 et 51 avec points d'inflexion en I et en I'.

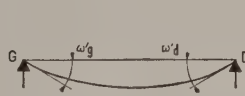


FIG. 53.

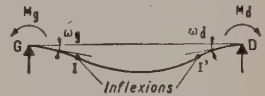


FIG. 54.

L'effet de ces moments réactifs ou *Moments sur appuis* est tel que la somme des rotations élémentaires qu'ils produisent entre G et D corrige les rotations ω'_g et ω'_d de la quantité nécessaire pour les amener à prendre la valeur ω_g et ω_d .

La loi de Hooke, ou de superposition des effets des forces, montre ainsi que les rotations ou les déformations verticales des sections de la poutre quelconque GD seront la somme des rotations ou des déformations de la poutre indépendante sur appuis simples correspondante sous l'effet du système de forces appliquées et des rotations ou des déformations dues aux moments sur appuis considérés comme système complémentaire de forces appliquées à cette même poutre indépendante.

Nous sommes amenés ainsi à étudier le comportement d'une poutre indépendante GD sous l'effet des moments sur appuis M_g et M_d en l'absence de toute charge appliquée sur cette poutre.

Rappelons d'abord ce que nous avons vu dans l'étude des systèmes Cantilever, au sujet du cheminement d'un moment M_g le long d'une poutre GD.

Ce moment M_g appliqué en G à la poutre dans le sens indiqué sur la figure 55 tend à soulever la poutre sur son appui D. La réaction de l'appui D qui empêche le soulève-

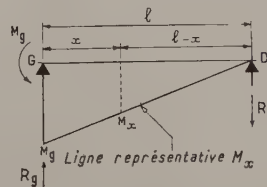


FIG. 55.

ment est donc égale à $R_d = \frac{M_g}{l}$ (R_d étant dans le sens des réactions négatives et M_g étant négatif également) et en tout point d'abscisse x de la poutre le moment est égal à

$$M_x = R_d (l - x) = M_g \frac{l - x}{l}$$

ou encore
$$M_x = M_g \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (A).$$

La ligne représentative de ce moment est la droite $M_g D$.

De même, un moment M_d (fig. 56) appliqué à la section sur appui de droite D de la poutre GD tend à soulever l'appui G. La réaction qui empêche le soulèvement sur cet appui est $R_g = \frac{M_d}{l}$ et le moment dans une section d'abs-

cisse x est $M_x = M_d \frac{x}{l}$ sa ligne représentative est la droite GM_d .

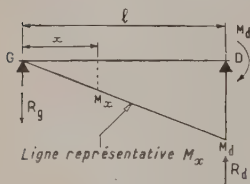


FIG. 56.

Dans ces deux figures 55 et 56 le sens de M_g et de M_d représenté correspond à des moments réactifs négatifs tels qu'on les obtiendrait par exemple dans une poutre encastree sur l'appui correspondant et librement appuyée sur l'autre et nous rappelons une fois de plus que par convention un moment négatif tend la fibre supérieure de la poutre.

Si enfin, la poutre GD est soumise à deux moments sur appui M_g et M_d (fig. 57) la loi de Hooke nous permet d'écrire :

$$M_x = M_g \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_d \frac{x}{l} \quad (V)$$

qui n'est autre chose que la somme des deux valeurs explicitées ci-dessus. Sa ligne représentative est encore une droite : la droite $M_g M_d$.

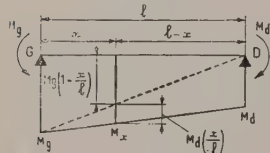


FIG. 57.

Sur la figure 57 les moments M_g et M_d ont été représentés tous deux négatifs; mais l'expression de M_x est encore exacte si par exemple M_g est négatif et M_d positif, ce que nous représentons graphiquement sur la figure 58; il suffit dans un calcul concret d'affecter M_g et M_d de leur signe respectif.

NOTATIONS. De même que précédemment nous avons réservé ω_x pour la désignation de la rotation de la section d'une poutre indépendante posée sur appuis simples, ω''_x sera réservé à la désignation de la rotation (complémentaire) de la section d'une poutre sous l'effet des seuls moments sur appuis M_g et M_d .

Nous pouvons maintenant établir les relations qui lient les moment sur appuis M_g et M_d aux rotations (complémentaires)

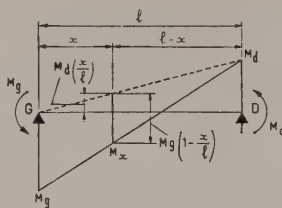


FIG. 58.

taires dues aux moments sur appuis) des sections sur appuis ω''_g et ω''_d . Pour cela nous nous servirons de la troisième équation de Bresse, que nous avons déjà utilisée page 900, dans laquelle nous substituons au moment μ agissant dans une section x le moment M_x déterminé ci-dessus.

En considérant toujours que les déplacements verticaux des appuis G et D sont nuls nous avons la même suite de transformations que celle qui est exposée pages 900 et 901 et nous arrivons aux deux équations :

$$\left. \begin{aligned} \omega''_g &= \int_0^l \frac{M_x}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx \\ \omega''_d &= - \int_0^l \frac{M_x x}{EI l} dx \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Analogues aux expressions} \\ \text{(III) et (IV) dans lesquelles} \\ \text{est remplacé par } M_x. \end{array}$$

Si dans ces deux équations nous introduisons la valeur de M_x calculée page 902 formule (V) nous avons alors :

$$\omega''_g = \int_0^l \frac{M_g}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 dx + \int_0^l \frac{M_d}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{x}{l} dx \quad (VI)$$

$$\omega''_d = - \int_0^l \frac{M_g}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{x}{l} dx - \int_0^l \frac{M_d}{EI} \left(\frac{x}{l}\right)^2 dx \quad (VII)$$

qui expriment ainsi les relations qui lient les moments sur appuis M_g et M_d aux rotations ω''_g et ω''_d .

M_g et M_d sont, dans un cas de charge donné, des valeurs fixes, autrement dit des constantes que l'on peut mettre en facteur en avant du signe \int et l'on n'a à calculer que des intégrales de la forme :

$$\int_0^l \frac{1}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 dx, \int_0^l \frac{1}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{x}{l} dx, \int_0^l \frac{1}{EI} \left(\frac{x}{l}\right)^2 dx$$

Comme on le voit ces intégrales ne dépendent que de ce qui peut varier le long de la poutre. Ce sont des caractéristiques particulières à la poutre considérée qu'on pourra appeler ses caractéristiques de « raideur ». Pour abrégé l'écriture nous les désignerons par :

$$\begin{aligned} a &= \int_0^l \frac{1}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 dx \\ b &= \int_0^l \frac{1}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{x}{l} dx \\ c &= \int_0^l \frac{1}{EI} \left(\frac{x}{l}\right)^2 dx \end{aligned}$$

Ces valeurs de a , b et c se calculeront par sommations de quantités finies. On divisera la portée l en dix parti-

éales par exemple, ce qui facilitera le calcul des quantités
et $\left(1 - \frac{x}{l}\right)$ qui se réduisent aux nombres

0,1	0,2	0,3 etc...	1
et 0,9	0,8	0,7 etc...	0

On formera un tableau où pour chaque valeur de $\frac{x}{l}$ on
trouvera en regard le moment d'inertie I correspondant à
cette section.

Il ne restera plus qu'à effectuer les produits partiels et à
sommer les résultats en se rappelant que dx est alors fini
égal à $0,1 l$ dans le cas envisagé. Nous en donnons plus
un exemple de calcul qui montre qu'il est très abor-
dable. Ces coefficients a, b, c ont une très grande importance
dans le calcul des poutres droites hyperstatiques.

Si le moment d'inertie est constant les expressions de a, b
et c sont intégrables algébriquement et l'on a :

$$a = \frac{1}{EI} \frac{l}{3} \quad b = \frac{1}{EI} \frac{l}{6} \quad \text{et} \quad c = \frac{1}{EI} \frac{l}{3} = a$$

Avec cette nouvelle notation les équations (VI) et (VII)
dessus s'écriront très simplement sous la forme :

$$\begin{aligned} \omega_g'' &= aM_g + bM_d & (VI) \\ \omega_d'' &= -bM_g - cM_d & (VII') \end{aligned}$$

Ce deuxième groupe d'équations d'importance capitale va
nous permettre, avec le groupe des équations (III) et (IV)
résoudre le problème des poutres droites hyperstatiques.

B. — Poutres encastrées à une seule extrémité.

Ce système de poutre est défini sur la figure 59. La poutre
GD est encastrée à son extrémité de gauche G et posée sur
un appui simple à son extrémité de droite D, par exemple.
Supposons-la soumise à un certain système de forces diri-
gées suivant l'action d'un pesant. Ce système dévelop-
pera dans la poutre indépendante sur appuis simples de
même portée l des réactions d'appui R_g' et R_d' et un moment
que nous savons calculer.

(1) Nous donnons ci-dessous le développement du calcul d'inté-
gration de la première de ces fonctions :

$$\begin{aligned} I &= \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 dx = \\ &= \left[\frac{\left(1 - \frac{x}{l}\right)^3}{-3} \times \frac{1}{-1} \right]_0^l = -\frac{l}{3} \left[\left(1 - \frac{x}{l}\right)^3 \right]_0^l \\ &= -\frac{l}{3} \left[1 - 3 \frac{x}{l} + 3 \frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3} \right]_0^l \end{aligned}$$

sur $x = l$ la parenthèse donne $1 - 3 + 3 - 1 = 0$
sur $x = 0$ la parenthèse donne 1

$$\text{donc} \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 dx = -\frac{l}{3} [0 - 1] = \frac{l}{3}$$

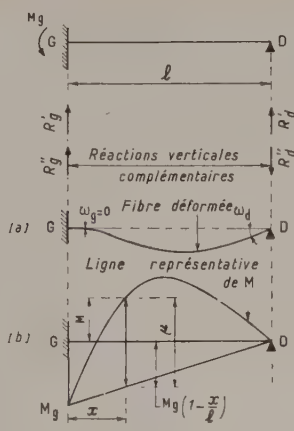


FIG. 59.

Les réactions d'appui de la poutre réelle GD seront
égales à ces réactions complétées par un moment d'encas-
trement M_g agissant dans la section d'encastrement,
moment que nous avons représenté sur la figure avec le
sens correspondant à l'hypothèse faite sur le sens des
charges et qui sera négatif. Ce moment (qui tend à soulever
l'extrémité D de la poutre) développera des réactions verti-
cales :

$$R_g'' = -\frac{M_g}{l} \quad \text{et} \quad R_d'' = \frac{M_g}{l}$$

(M_g devant être pris avec son signe). Nous aurons donc fina-
lement :

dans la section G $\left\{ \begin{array}{l} \text{une réaction verticale d'appui :} \\ R_g = R_g' - \frac{M_g}{l} \\ \text{un moment : } M_g \end{array} \right.$

dans la section D : une réaction verticale d'appui :

$$R_d = R_d' + \frac{M_g}{l}$$

l'inconnue hyperstatique est ici M_g .

D'après ce que nous avons vu ci-dessus (p. 902, équation
(A)), le moment M dans la section d'abscisse x de la poutre
GD sera :

$$M = \mu + M_g \left(1 - \frac{x}{l}\right),$$

M_g étant prise avec son signe, et nous voyons, sur la figure
59 b que la ligne représentative du moment M est la ligne
représentative de μ rapportée à la droite $M_g D$. Pour calculer
 M_g nous exprimerons que la rotation ω_g de la section sur
appui G est égale à zéro (voir fig. 59 a).

Pour ce faire nous exprimerons que cette rotation est la
somme de la rotation ω_g' de la poutre indépendante sur
appuis simples soumise au système de charge donné et de
la rotation ω_g'' de cette même poutre soumise au moment
 M_g .

ω_g' est donnée par la formule (III) et ω_g'' est donnée par la
formule (VI') dans laquelle on fait $M_d = 0$ et nous avons :

$$\omega_g = \omega'_g + \omega''_g = \int_0^l \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx + aM_g = 0.$$

On en déduit immédiatement :

$$M_g = - \int_0^l \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx$$

en se rappelant que $a = \int_0^l \frac{1}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 dx$.

Le problème est donc résolu dans toute sa généralité.

Nous donnerons un exemple de calcul d'une poutre soumise à différents systèmes de charges et pour laquelle nous nous fixerons une loi de variation du moment d'inertie I afin de faire apparaître la facilité avec laquelle s'effectue le calcul numérique.

EXEMPLE DE CALCUL

La poutre GD (fig. 60) de 10 m de portée est une poutre massive en bois dont la section a une largeur b constante, égale à 0,50 m et une hauteur h variable définie en chaque point par le dessin de la figure 60. Outre son poids propre, p calculé avec le poids spécifique de 0,8 t/m³ elle est soumise à une surcharge uniformément répartie q de 2 t/m sur toute la longueur. Le lecteur n'attachera aucune importance à l'in vraisemblance que peut présenter la forme de la poutre au point de vue constructif, forme que nous avons adoptée uniquement pour fournir un exemple de calcul avec moment d'inertie variable. Nous en comparerons d'ailleurs les résultats avec ceux que donnerait le calcul dans le cas d'une poutre à moment d'inertie constant.

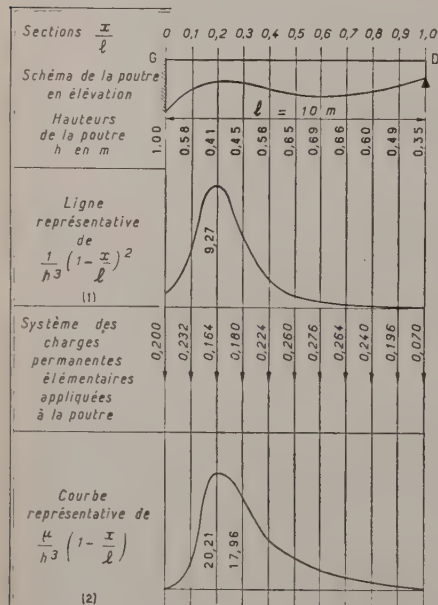


FIG. 60.

L'origine des abscisses x est l'appui de gauche G.

Nous remarquerons d'abord deux choses permettant de simplifier le calcul de M_g :

1° E, module d'élasticité du matériau constituant la poutre, est supposé constant. Comme il intervient, dans la valeur de M_g , à la fois au numérateur et au dénominateur, il peut en disparaître.

2° Le moment d'inertie I d'une section, dans le cas qui nous intéresse, est donné par la relation $I = \frac{bh^3}{12}$. Dans cette expression b est constant et pour la même raison qu'au 1° ci-dessus le facteur constant $\frac{b}{12}$ peut être éliminé de la formule donnant M_g et l'on peut remplacer $\frac{1}{I}$ par $\frac{1}{h^3}$.

On a donc finalement l'expression plus simple

$$M_g = - \int_0^l \frac{\mu}{h^3} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx$$

a) Calcul du dénominateur.

Ce calcul est détaillé au tableau ci-après. Le mètre est pris pour unité : nous divisons la portée l en dix intervalles Δx égaux chacun à 1 mètre.

Le résultat trouvé dans la dernière colonne est obtenu par la formule de Simpson (voir p. 907). Les coefficients 1, 4, 2, 4 ... indiqués sont ceux par lesquels on multiplie les valeurs de la colonne précédente pour en faire ensuite la somme que l'on multiplie par :

$$\frac{\Delta x}{3} \text{ c'est-à-dire par } \frac{1}{3} \text{ m.}$$

Les valeurs portées dans l'avant dernière colonne sont les ordonnées d'une courbe représentative de $\frac{1}{h^3} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2$; et \int_0^l que nous cherchons n'est autre chose que l'aire limitée par cette courbe et l'axe des x entre les ordonnées $x = 0$ et $x = 10$ m.

Soit une courbe définie par un nombre impair d'ordonnées équidistantes $y_0, y_1, y_2, \dots, y_{2n-1}, y_{2n}$ (nombre pair d'intervalles Δx égaux). L'aire limitée par cette courbe, l'axe oy et les ordonnées y_0 et y_{2n} est donnée par la formule dite de Simpson qui peut s'exprimer ainsi

$$\int_0^{y_{2n}} y dx = \frac{\Delta x}{3} [y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \dots + 4y_{2n-1} + y_{2n}]$$

Nous aurons ainsi, avec les valeurs du tableau :

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{1}{h^3} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 dx &= \frac{1,00}{3} [100 \times 1 + 4,16 \times 4 \\ &+ 9,27 \times 2 + 5,39 \times 4 + \dots + 0,88 \times 4 + 0 \times 1] \\ &= 22,79 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

qui est la valeur du dénominateur de M_g .

SECTION x en m	$\frac{x}{l}$	h en m	h ³ en m ³	$\frac{1}{h^3}$ en m ⁻³	$1 - \frac{x}{l}$	$\frac{1}{h^3} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$ en m ⁻⁴	$\frac{1}{h^3} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2$ en m ⁻⁴	
0,0	0	1,00	1,000	1,00	1,0	1,00	1,00	1
1,00	0,1	0,58	0,195	5,13	0,9	4,617	4,16	4
2,00	0,2	0,41	0,069	14,49	0,8	11,592	9,27	2
3,00	0,3	0,45	0,091	10,99	0,7	7,693	5,39	4
4,00	0,4	0,56	0,176	5,68	0,6	3,408	2,04	2
5,00	0,5	0,65	0,275	3,64	0,5	1,820	0,91	4
6,00	0,6	0,69	0,329	3,04	0,4	1,216	0,49	2
7,00	0,7	0,66	0,287	3,48	0,3	1,044	0,31	4
8,00	0,8	0,60	0,216	4,63	0,2	0,926	0,19	2
9,00	0,9	0,49	0,118	8,47	0,1	0,847	0,08	4
10,00	1,0	0,35	0,043	23,26	0	0	0	1

$$\int_0^1 \frac{1}{h^3} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 dx = 22,79 \text{ m}^{-2}$$

Étude de l'effet du poids propre p de la poutre. Calcul de μ et du numérateur de M_g

Le tableau ci-dessous donne tous les éléments permettant ce calcul.

SECTION x en m	$\frac{x}{l}$	HAUTEUR de la poutre h en m	CHARGES permanentes élémentaires p = 0,4 h sauf pour la première et la dernière lignes où p = 0,2 h en tonnes (A)	EFFORT tranchant τ en tonnes (B)	MOMENT fléchissant μ en tm (C)	$\frac{\mu}{h^3}$ en t/m ² (D)	$\frac{h^3}{\mu} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$ en t/m ² (E)
0,00	0	1,00	0,200	1,1876	0	0	0 1
1,00	0,1	0,58	0,232	0,9876	0,9876	5,06	4,55 4
2,00	0,2	0,41	0,164	0,7556	1,7432	25,26	20,21 2
3,00	0,3	0,45	0,180	0,5916	2,3348	25,66	17,96 4
4,00	0,4	0,56	0,224	0,4116	2,7464	15,60	9,36 2
5,00	0,5	0,65	0,260	0,1876	2,9340	10,67	5,34 4
6,00	0,6	0,69	0,276	-0,0724	2,8616	8,70	3,48 2
7,00	0,7	0,66	0,264	-0,3484	2,5132	8,76	2,63 4
8,00	0,8	0,60	0,240	-0,6124	1,9008	8,80	1,76 2
9,00	0,9	0,49	0,196	-0,8524	1,0484	8,88	0,89 4
10,00	1,0	0,35	0,070	-1,0484	0	0	0 1
				-1,1184			
$\Sigma p = 2,306 \text{ t}$							
							$\int_0^1 \frac{\mu}{h^3} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx = 65,03 \text{ t/m}$

L'établissement de ce tableau appelle quelques explications.

Colonne (A). Nous supposons qu'en chaque point de division d'abscisse x , limitant les dix intervalles Δx , agit une charge élémentaire concentrée p , égale au poids moyen (par poids moyen on entend le poids d'un volume égal à celui du parallépipède rectangle de longueur 1 m, de largeur 0,50 m et de hauteur égale à la hauteur h de la poutre au point de division considéré) de la partie de poutre comprise entre les milieux des intervalles adjacents à ce point de division (voir fig. 60). La poutre ayant une largeur de 0,50 m, une hauteur h en mètres, la longueur d'un intervalle étant de 1,00 m et le poids spécifique du bois 0,8 t/m³, on a $p = 0,50 h \times 1,000 \times 0,8 = 0,4 h$. Pour les charges élémentaires attachées aux points d'abscisse $x = 0$ et $x = 10,00$ m on aura évidemment $p = 0,2 h$.

Colonne (B). Nous recherchons l'effort tranchant τ de la poutre sur appuis simples.

La réaction d'appui de gauche est :

$$R'_g = \Sigma p \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

c'est-à-dire $R'_g = 0,200 \times 1 + 0,232 \times 0,9 + 0,164 \times 0,8 + \dots + 0,196 \times 0,1 + 0,07 \times 0 = 1,1876$ t;

de même la réaction sur l'appui de droite $R'_d = \Sigma p \frac{x}{l}$.

On trouve $R'_d = 0,200 \times 0 + 0,232 \times 0,1 + 0,164 \times 0,2 + \dots + 0,196 \times 0,9 + 0,070 \times 1 = 1,1184$ t

on vérifie que : $R'_g + R'_d = 2,306$ t, est égal au poids total de la poutre qui est la somme des valeurs de la colonne (A).

L'effort tranchant τ est constant le long de chaque intervalle compris entre deux charges élémentaires consécutives p . Il a pour valeur la somme des forces appliquées à gauche de l'intervalle considéré. On peut donc le déduire de proche en proche. Dans le premier intervalle 0-0,1 sa valeur est $\tau_{0,1} = 1,1876 - 0,200 = 0,9876$ t; dans le second inter-

valle 0,1-0,2 elle est $\tau_{0,1-0,2} = 0,9876 - 0,232 = 0,7556$ t; et ainsi de suite.

Colonne (C). Le moment μ dans une section donnée est égal au moment des forces appliquées situées à gauche de cette section. Il peut ainsi se calculer de proche en proche en remarquant que le moment μ dans une section $x + \Delta x$ est égal au moment μ dans la section x auquel s'ajoute le moment produit par l'effort tranchant de la section x (pris avec son signe) dans la section $(x + \Delta x)$ (ce moment est égal à l'effort tranchant dans la section x multiplié par la distance Δx qui sépare les deux sections). μ part de la valeur $\mu_0 = 0$ pour $x = 0$ et doit être aussi égal à 0 pour $x = l$, on a ainsi une vérification de calcul.

Ainsi

$$\mu_{0,1} = \tau_0 \Delta x = 1,1876 \times 1,00 - 0,200 \times 1,00 = 0,9876 \text{ tm}$$

$$\mu_{0,2} = \mu_{0,1} + \tau_1 \Delta x = 0,9876 + 0,7556 \times 1,00 = 1,7432 \text{ tm}$$

$$\mu_{0,3} = \mu_{0,2} + \tau_2 \Delta x = 1,7432 + 0,5916 \times 1,00 = 2,3348 \text{ tm}$$

et ainsi de suite.

Colonne (D). Nous portons dans cette colonne les valeurs de $\frac{\mu}{h^3}$ qui sont le produit des valeurs μ de la colonne (C) par

les valeurs correspondantes de $\frac{1}{h^3}$ calculées au tableau de

la page 905, ainsi $\frac{\mu}{h_{0,1}^3} = 0,9876 \times 5,13 = 5,06$;

$$\frac{\mu}{h_{0,2}^3} = 1,7432 \times 14,49 = 25,26, \text{ etc...}$$

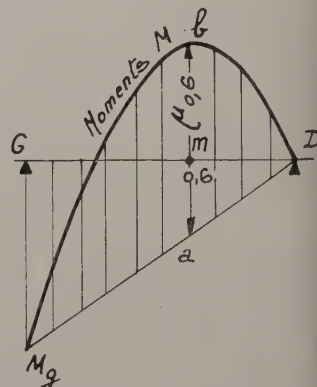
Ces valeurs sont exprimées en t/m² (ou tm⁻²) puisqu'elles sont le quotient d'un moment en tm par une longueur au cube exprimée en m³.

Colonne (E). Nous portons dans cette colonne les valeurs $\frac{\mu}{h^3} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$; ainsi pour $\frac{x}{l} = 0,1$ on a $5,06 (1 - 0,1) = 4,55$;

Section x (m)	$\frac{x}{l}$	$1 - \frac{x}{l}$	$M_g \left(1 - \frac{x}{l}\right)$ tm	Rappel de μ , tm	Moment M tm
0,00	0	1	- 2,854	0	- 2,854
1,00	0,1	0,9	- 2,5686	0,9876	- 1,581
2,00	0,2	0,8	- 2,2832	1,7432	- 0,540
3,00	0,3	0,7	- 1,9978	2,3348	0,337
4,00	0,4	0,6	- 1,7124	2,7464	1,034
5,00	0,5	0,5	- 1,4270	2,9340	1,507
6,00	0,6	0,4	- 1,1416	2,8616	1,720
7,00	0,7	0,3	- 0,8562	2,5132	1,657
8,00	0,8	0,2	- 0,5708	1,9008	1,330
9,00	0,9	0,1	- 0,2854	1,0484	0,763
10,00	1	0	0	0	0

Pour le rappel de μ , tm voir tableau p. 905.

Ligne représentative du
Moment M .
Echelles. abs: 1/500 (2mm par m)
moments: 1cm par tm.



$\frac{x}{l} = 0,2$ on a $25,26 (1 - 0,2) = 20,21$; etc... Ces
 valeurs sont aussi exprimées en t/m^{-2} puisque $1 - \frac{x}{l}$ sont
 des nombres purs. La courbe représentative de la fonction
 $1 - \frac{x}{l}$ est représentée sur la figure 60. L'expression
 $\frac{\mu}{h^3} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx$ n'est autre que l'aire limitée par cette
 courbe et l'axe des x entre les abscisses 0 et l . Nous l'obte-
 nons encore en appliquant la *formule de Simpson* :

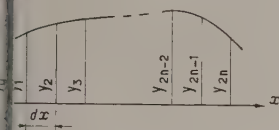


FIG. 61.

$$\frac{4 Bh + 2 Ah}{3} \quad (\text{voir fig. 61}).$$

$$\text{avec } \begin{cases} B = y_1 + y_3 + \dots + y_{2n-1} \\ A = \frac{y_0}{2} + y_2 + y_4 + \dots + y_{2n-2} + \frac{y_{2n}}{2} \end{cases}$$

il faut dire :

$$= \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 2y_{2n-2} + 4y_{2n-1} + y_{2n});$$

En appliquant au cas présent nous avons donc :

$$\frac{\mu}{h^3} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx = \frac{1,00}{3} (0 \times 1 + 4,55 \times 4 + 20,21 \times 2 + 17,96 \times 4 + \dots + 0,89 \times 4 + 0 \times 1) = 65,03 \text{ t/m}.$$

Nous pouvons donc enfin calculer le moment d'encastrement
 (d'après la formule de la page 904, et en utilisant
 le résultat obtenu pour le dénominateur de cette formule
 dans le tableau de la page 905)

$$M_g = -\frac{65,03}{22,79} = -2,854 \text{ tm}.$$

La courbe représentative de M .

Connaissant M_g , il est facile de calculer en chaque section
 d'abscisse x le moment M qui sollicite cette section. Nous
 utiliserons la formule indiquée page 903 :

$$M = \mu + M_g \left(1 - \frac{x}{l}\right).$$

Nous avons tous les éléments pour effectuer ce calcul repro-
 duit dans le tableau page 906.

On remarquera que la courbe représentative de M peut
 se tracer directement sans passer par le calcul ci-dessus.

Prenons le point m d'abscisse $\frac{x}{l} = 0,6$ par exemple. Le
 vecteur \overline{mb} représente la valeur du moment M en ce point.

Il est égal à $\overline{ab} + \overline{ma}$. Or \overline{ma} n'est autre que $M_g \left(1 - \frac{x}{l}\right)$
 ainsi qu'il est facile de s'en assurer par la considération des
 deux triangles semblables DGM_g et Dma . Le vecteur ab est
 donc égal à μ au point d'abscisse $\frac{x}{l} = 0,6$. On en déduit
 que la ligne représentative de M est la ligne représentative
 de μ rapportée à la droite $M_g D$ appelée « ligne de ferme-
 ture ».

Ligne représentative de T .

Nous avons vu (voir p. 903) qu'un moment M_g appliqué à
 l'extrémité G de la poutre GD de portée l développe en G
 et D des réactions d'appui égales et de sens contraire dont
 les valeurs sont : $R_G = -\frac{M_g}{l}$ et $R_D = +\frac{M_g}{l}$, M_g étant pris
 avec son signe (cf. fig. 55 et 1^{er} tableau de la p. 907). En l'oc-
 currence, M_g étant négatif, R_G sera une réaction dirigée vers
 le haut (positive) et R_D sera une réaction dirigée vers le bas.
 (Ne pas oublier que les réactions des appuis sont de sens
 opposé aux actions de la poutre sur ces appuis, le sens de
 ces actions est évident d'après le sens du mouvement que
 prendrait la poutre sous l'influence de M_g si les appuis
 n'existaient pas).

Ces réactions sont dites *réactions complémentaires d'appui*.
 Elles s'ajoutent avec leur signe à celles développées dans la
 poutre sur appuis simples. Il est évident que ces réactions
 développent tout le long de la poutre un effort tranchant
 complémentaire constant égal à $-\frac{M_g}{l}$, puisque par définition
 l'effort tranchant est égal à la somme des forces agissant à
 gauche de la section considérée. Si donc τ est l'effort tran-
 chant développé dans la poutre sur appuis simples dans une
 section d'abscisse x , l'effort tranchant réel dans la poutre
 considérée sera

$$T = \tau - \frac{M_g}{l} \quad (M_g \text{ étant pris avec son signe}).$$

Nous connaissons les valeurs de τ (voir 2^e tableau p. 905),

$$\text{et : } -\frac{M_g}{l} = -\frac{-2,854}{10,00} = +0,2854 \text{ tonne}$$

d'où le tableau ci-dessous donnant les valeurs de T .

section x l	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	
τ en tonnes	1,1876	0,9876	0,7556	0,5916	0,4116	0,1876	—0,0724	—0,3484	—0,6124	—0,8524	—1,0484	—1,1184
$T =$ $\tau - \frac{M_g}{l}$ en tonnes	1,473	1,273	1,041	0,877	0,697	0,473	0,213	—0,063	—0,327	—0,567	—0,763	—0,833

Ce tableau nous permet de tracer la ligne représentative de l'effort tranchant T . Le mode de calcul que nous avons adopté (charges permanentes élémentaires ponctuelles attachées en chacun des points de division de la poutre), nous définit une ligne représentative d'efforts tranchants constituée par des paliers horizontaux sur la longueur de chaque intervalle. Nous l'avons tracée sur le graphique ci-dessous figure 62 en tirets. Nous lui substituons la courbe en traits pleins qui passe par les milieux des paliers. Les charges fictives ponctuelles considérées ne sont là que pour la commodité du calcul. Il eut fallu multiplier à l'infini le nombre des intervalles, et la ligne représentative de T tendrait de la sorte vers la courbe représentée.

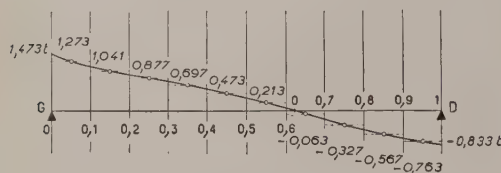


Fig. 62.

Nous remarquerons que le point 0 situé au voisinage de l'abscisse $\frac{x}{l} = 0,6$ est le point où $T = 0$. Il correspond au point où M est maximum ce qui est confirmé par le graphique du tableau de la page 906.

c) Effet de la surcharge q de 2 t/m.

Nous ne traiterons pas en détail ce problème, nous nous contenterons de donner quelques indications sur la marche à suivre.

Le dénominateur de M_g , indépendant des charges appliquées, est le même, il a été calculé ci-dessus page 905. Seul le numérateur qui contient μ dépend des charges.

La surcharge $q = 2$ t/m s'étendant sur toute la portée, l'expression de μ est

$$\mu = \frac{q}{2} x (l - x) \text{ ou, en prenant l'argument } \frac{x}{l} :$$

$$\mu = \frac{ql^2}{2} \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

$$\text{nous avons } \frac{ql^2}{2} = \frac{2 \times 10^2}{2} = 100 \text{ tm}$$

et les valeurs de μ en chacun des points de division sont données dans le tableau ci-dessous.

$$\text{Pour } x = 0,5 \text{ on a bien } \mu_{0,5} = \frac{ql^2}{8} = \frac{2 \times 10^2}{8} = 25 \text{ tm.}$$

Il y a symétrie des μ par rapport au milieu de la poutre.

Il suffira, connaissant μ correspondant à la surcharge, de reprendre le calcul des trois dernières colonnes du tableau de la page 906 pour obtenir le numérateur de M_g et M_p lui-même.

Nous laissons au lecteur le soin de traiter cet exemple.

d) Cas d'une charge concentrée P .

Le problème correspondant est tout aussi simple. Nous savons que l'expression du moment μ provoqué dans la section d'abscisse x par une charge concentrée P appliquée dans la section d'abscisse α est :

$$\text{pour } x < \alpha \quad \mu = \frac{P(l - \alpha)}{l} x$$

$$\text{pour } x > \alpha \quad \mu = \frac{P\alpha}{l} (l - x).$$

La ligne représentative de μ (fig. 63) est formée de deux droites GP et PD qui se coupent en P sur la verticale d'abscisse α telle que

$$\mu_\alpha = \frac{P\alpha(l - \alpha)}{l}$$

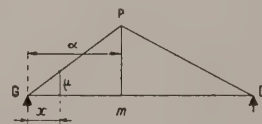


Fig. 63.

valeur que l'on vérifie facilement en remplaçant, dans les deux formules ci-dessus de l'expression de μ , x par α . On connaîtra donc, en chaque point d'abscisse x de la poutre, la valeur de μ correspondante, en particulier aux abscisses

$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$1 - \frac{x}{l}$	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
$\frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$	0	0,09	0,16	0,21	0,24	0,25	0,24	0,21	0,16	0,09	0
μ en tm	0	9	16	21	24	25	24	21	16	9	0

des points de division choisis. On reprendra le deuxième tableau de la page 905 et l'on aura ainsi le numérateur de M_x correspondant.

Poutre à section et à moment d'inertie constants.

Nous nous sommes étendus beaucoup dans l'exemple précédent sur le calcul d'une poutre à moment d'inertie variable et l'on peut se demander quel peut être l'intérêt pratique d'un tel calcul. Nous avons voulu montrer d'abord que ce calcul n'est pas inabordable, qu'il s'effectue même sans difficulté et qu'il permet de serrer de plus près la vérité au prix d'un travail acceptable. Que ce soit dans le cas traité d'une poutre encastrée à un bout et appuyée à l'autre ou dans le cas de poutres continues sur leurs appuis, la variation de l'inertie de la poutre influence plus qu'on ne le croit les résultats du calcul. L'augmentation de la raideur d'une poutre au-dessus de ses appuis augmente notablement la valeur des moments sur appuis comme on le verra dans la comparaison que nous ferons plus loin.

Dans un cas particulier, c'est au projecteur de juger si l'étude d'une poutre mérite un soin plus poussé dans le calcul. Dans les cas les plus courants de la pratique où les poutres ont des portées faibles, une étude complète et exacte ne présente aucun intérêt et d'ailleurs, la plupart du temps, pour les faibles portées, on utilise des poutres à moment d'inertie constant. L'intérêt peut s'en faire sentir par contre dans des poutres de grande portée, où il est possible, tout en respectant les règles de bonne construction, de faire varier la section des poutres de manière à réaliser des économies de matière qui compensent largement les frais d'étude supplémentaires et la complexité plus grande de l'exécution. Il peut également être intéressant de serrer de plus près le problème dans le cas de poutres exécutées en grande série. Là encore les économies de matière peuvent être payantes.

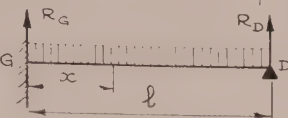

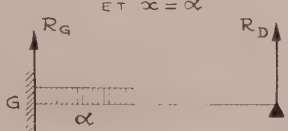
Lorsque la section d'une poutre est constante le problème se simplifie notablement. I qui devient lui aussi constant disparaît dans l'équation donnant M_0 , laquelle se réduit à

$$M_0 = - \frac{\int_0^l \mu \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx}{\int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 dx} = - \frac{3}{l} \int_0^l \mu \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx,$$

le dénominateur étant égal à $\frac{l}{3}$ (voir page 903).

Le numérateur, fonction des charges, prend différentes valeurs qu'il est possible de calculer algébriquement.

Dans le tableau qui suit, nous traitons trois cas de charge qui permettent de résoudre la plupart des problèmes qui se présentent dans la pratique. Dans ce tableau, nous donnons les expressions de M_G , R_G , R_D , M_x et T_x et nous les faisons suivre de tableaux qui permettent le calcul rapide des fonctions qui figurent dans ces expressions. On peut ainsi traduire immédiatement sous forme de lignes représentatives les valeurs de M et T dans chacun des cas exposés.

CAS DE CHARGE	M_G	R_G	R_D	MOMENT FLÉCHISSANT	EFFORT TRANCHANT	VALEURS DES FONCTIONS DES ARGUMENTS $\frac{x}{l}$ ou $\frac{\alpha}{l}$ EMPLOYÉES DANS LE TABLEAU												
						FONCTIONS ↓	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	
CHARGE UNIFORMEMENT RÉPARTIE D'INTENSITÉ p 	$-\frac{p l^2}{8}$	$\frac{5}{8} p l$	$\frac{3}{8} p l$	$M_x = -\frac{1}{8} \left(1 - 5 \frac{x}{l} + 4 \frac{x^2}{l^2}\right) p l^2$ $\max \text{ pour } \frac{x}{l} = \frac{5}{8} = 0,625$ $M_{\max} = -\frac{9}{128} p l^2$ $M = 0 \text{ pour } \frac{x}{l} = \frac{1}{4} = 0,25$ $\text{pour } \frac{x}{l} = 0 \quad M_0 = -\frac{p l^2}{8} = M_G$	$T_x = \left(\frac{5}{8} - \frac{x}{l}\right) p l$ $\text{pour } \frac{x}{l} = 0 \quad T_0 = \frac{5}{8} p l = R_G$ $\text{pour } \frac{x}{l} = 1 \quad T_1 = -\frac{3}{8} p l = -R_D$ $T_0 = 0 \text{ pour } \frac{x}{l} = \frac{5}{8} = 0,625$	$-\frac{1}{8} \left(1 - 5 \frac{x}{l} + 4 \frac{x^2}{l^2}\right)$ $\frac{5}{8} - \frac{x}{l}$	-0,125	-0,0675	-0,0200	0,0175	0,0450	0,0625	0,0700	0,0675	0,0550	0,0325	0	
CHARGE RÉPARTIE VARIANT LINEAIREMENT DE 0 À p_1 	$-\frac{7}{120} p_1 l^2$	$\frac{9}{40} p_1 l$	$\frac{11}{40} p_1 l$	$M_x = \frac{1}{6} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(\frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} - \frac{7}{20}\right) p_1 l^2$ $\max \text{ pour } \frac{x}{l} = \frac{3\sqrt{5}}{10} = 0,6708$ $M_{\max} = 0,04229 p_1 l^2$ $M = 0 \text{ pour } \frac{x}{l} = \frac{-1 + \sqrt{14}}{2} = 0,2746$ $\text{pour } \frac{x}{l} = 0 \quad M_0 = -\frac{7 p_1 l^2}{120} = M_G$	$T_x = \frac{1}{6} \left[\frac{27}{20} - 3 \frac{x^2}{l^2}\right] p_1 l$ $\text{pour } \frac{x}{l} = 0 \quad T_0 = \frac{9}{40} p_1 l = R_G$ $\text{pour } \frac{x}{l} = 1 \quad T_1 = -\frac{11 p_1 l}{40} = -R_D$ $T = 0 \text{ pour } \frac{x}{l} = \frac{3\sqrt{5}}{10} = 0,6708$	$\frac{1}{6} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(\frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} - \frac{7}{20}\right)$ $\frac{1}{6} \left[\frac{27}{20} - 3 \frac{x^2}{l^2}\right]$	-0,0583	-0,0360	-0,0147	0,0047	0,0147	0,0333	0,0500	0,0625	0,0700	0,0725		
CHARGE UNIFORMEMENT RÉPARTIE D'INTENSITÉ p ENTRE $x=0$ ET $x=\alpha$ 	$-\frac{1}{8} \frac{\alpha^2}{l^2} \left(2 - \frac{\alpha}{l}\right)^2 p l^2$	$\frac{1}{8} \left(\frac{\alpha^4}{l^4} - 4 \frac{\alpha^3}{l^3} + \frac{6\alpha^2}{l^2}\right) p l$	$\frac{1}{8} \left(4 \frac{\alpha^3}{l^3} - \frac{\alpha^4}{l^4}\right) p l$	$\text{pour } 0 < x < \alpha$ $M_x = \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(\frac{x^3}{l^3} - \frac{\alpha^4}{l^4}\right) + 4 \frac{x}{l} \left(\frac{2\alpha}{l} - \frac{x}{l}\right) \frac{p l^2}{8}$ $\text{pour } \alpha < x < l$ $M_x = \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(4 \frac{\alpha^3}{l^3} - \frac{\alpha^4}{l^4}\right) \frac{p l^2}{8}$ $\text{pour } \frac{x}{l} = \frac{\alpha}{l}$ $M_\alpha = \left(\frac{\alpha^5}{l^5} - 5 \frac{\alpha^4}{l^4} + 4 \frac{\alpha^3}{l^3}\right) \frac{p l^2}{8}$	$\text{pour } 0 < x < \alpha$ $T_x = \left[\frac{\alpha^4}{l^4} - 4 \frac{\alpha^3}{l^3} + 8 \left(\frac{\alpha}{l} - \frac{x}{l}\right)\right] \frac{p l}{8}$ $\text{pour } \alpha < x < l$ $T_x = \left[\frac{4 \alpha^3}{l^3} - \frac{\alpha^4}{l^4}\right] \frac{p l}{8}$	TABLEAU DES VALEURS DE $M_x \times \frac{8}{p l^2}$												
							VALEURS DE $\frac{x}{l}$											
								0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
VALEURS DE $\frac{x}{l}$	0,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0,1	-0,03610	0,00351	0,00312	0,00273	0,00234	0,00195	0,00156	0,00117	0,00078	0,00039	0	0	0	0	0	0	
	0,2	-0,12960	-0,01264	0,02432	0,02128	0,01824	0,01520	0,01216	0,00912	0,00608	0,00304	0	0	0	0	0	0	
	0,3	-0,26601	-0,07009	-	0,06993	0,05994	0,04995	0,03996	0,02997	0,01998	0,00999	0	0	0	0	0	0	
	0,4	-0,40960	-0,15264	-	-	0,13824	0,11520	0,09216	0,06912	0,04608	0,02304	0	0	0	0	0	0	
	0,5	-0,56250	-0,24625	-	-	-	0,21875	0,17500	0,13125	0,08750	0,04375	0	0	0	0	0	0	
	0,6	-0,70560	-0,33904	-	-	-	-	0,29376	0,22032	0,14688	0,07344	0	0	0	0	0	0	
	0,7	-0,82810	-0,42129	-	-	-	-	-	0,33957	0,22638	0,11319	0	0	0	0	0	0	
	0,8	-0,92160	-0,48544	-	-	-	-	-	-	0,32768	0,16384	0	0	0	0	0	0	
	0,9	-0,98010	-0,52609	-	-	-	-	-	-	-	0,22599	0	0	0	0	0	0	
	1,0	-1	-0,54000	-0,16000	0,14000	0,36000	0,50000	0,56000	0,54000	0,44000	0,26000	0	0	0	0	0	0	

C. — Poutres encastrées aux deux extrémités.

Ce type de poutre est défini à la figure 64. La poutre GD est une poutre supposée parfaitement encastrée à ses deux extrémités G et D.

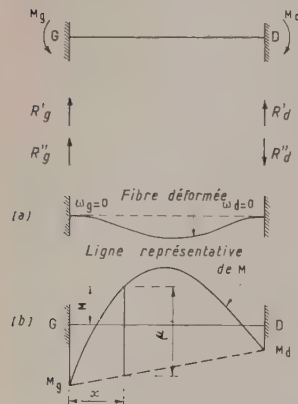


FIG. 64.

Sous un système de charges donné, dirigées suivant l'action de la pesanteur, ces forces développeront, aux appuis G et D, les réactions ci-après :

appui G : Moment d'encastrement M_g . Réaction d'appui verticale R'_g de la poutre droite sur appuis simples de même portée. Réaction complémentaire d'appui R''_g due aux moments d'encastrement.

appui D : Moment d'encastrement M_d . Réaction d'appui verticale R'_d de la poutre droite sur appuis simples de même portée. Réaction complémentaire d'appui R''_d due aux moments d'encastrement.

Par un raisonnement analogue à celui utilisé pour la poutre encastrée à une seule extrémité, on trouve que le moment M_g produit les réactions :

$$R''_{g1} = -\frac{M_g}{l} \quad R'_{d1} = \frac{M_g}{l}$$

et le moment M_d produit les réactions :

$$R''_{d2} = -\frac{M_d}{l} \quad R'_{g2} = \frac{M_d}{l}$$

l'application simultanée des deux moments M_g et M_d produit donc (loi de Hooke) les réactions :

D'où les relations :

$$R''_g = -\frac{M_g}{l} - \frac{M_d}{l}$$

$$R'_d = \frac{M_g}{l} + \frac{M_d}{l}$$

M_g et M_d étant pris avec leur signe.

Nous avons deux inconnues hyperstatiques M_g et M_d .

Nous savons que le moment M dans la section d'abscisse x de la poutre GD (fig. 64-b) est (voir p. 902, formule (V))

$$M = \mu + M_g \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_d \frac{x}{l}$$

Pour déterminer M_g et M_d , nous exprimerons que les rotations des deux extrémités de la poutre ω_g et ω_d sont toutes deux nulles. Nous utiliserons les relations (III) et (IV) page 901 qui donnent la valeur des rotations ω'_g et ω'_d aux extrémités de la poutre droite indépendante de même portée et les relations (VI') et (VII') page 903 qui donnent la valeur des rotations complémentaires ω''_g et ω''_d dues aux moments M_g et M_d .

Nous avons ainsi :

$$\begin{cases} \omega_g = \omega'_g + \omega''_g = + \int_0^l \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx + aM_g + bM_d = 0 \\ \omega_d = \omega'_d + \omega''_d = - \int_0^l \frac{\mu x}{EI l} dx - bM_g - cM_d = 0. \end{cases}$$

Nous sommes en présence du système de deux équations à deux inconnues M_g et M_d suivant :

$$aM_g + bM_d = - \int_0^l \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx$$

$$bM_g + cM_d = - \int_0^l \frac{\mu x}{EI l} dx.$$

La résolution de ces équations donne :

$$\begin{pmatrix} \text{Pour I variable} \end{pmatrix} \begin{cases} M_g = - \frac{c \int_0^l \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx - b \int_0^l \frac{\mu x}{EI l} dx}{ac - b^2} \\ M_d = - \frac{-b \int_0^l \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx + a \int_0^l \frac{\mu x}{EI l} dx}{ac - b^2} \end{cases}$$

Le problème est ainsi complètement résolu dans le cas le plus général (lorsque I est variable) : nous connaissons les quantités a , b et c (voir p. 902 et 903) et, pour un cas de charge donné nous savons calculer les intégrales en μ .

Poutre à section et à moment d'inertie constants.

Lorsque le moment d'inertie est constant, les quantités E et I qui figurent aux dénominateurs des expressions qui sont sous le signe \int des intégrales représentant a , b et c (voir p. 902 et 903) et des intégrales en μ ci-dessus disparaissent et les valeurs de M_g et M_d sont :

$$\begin{pmatrix} \text{Pour I constant} \end{pmatrix} \begin{cases} M_g = -\frac{2}{l} \left[2 \int_0^l \mu \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx - \int_0^l \mu \frac{x}{l} dx \right] \\ M_d = -\frac{2}{l} \left[- \int_0^l \mu \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx + 2 \int_0^l \mu \frac{x}{l} dx \right] \end{cases}$$

D. — Poutres continues sur appuis simples.

Pour étudier un système de poutres continues formé d'un nombre quelconque de travées, il nous paraît commode d'étudier séparément chacune des travées sous les charges qu'elle supporte d'abord, puis de chercher l'influence qu'elle a dans les travées voisines.

On fait la somme ensuite, pour chacune des travées, des résultats obtenus, c'est-à-dire des efforts qu'elle supporte, sous ses charges propres, et de ceux qui proviennent des charges que supportent les travées voisines. Cette étude se fait sous forme de tableaux, comme nous le verrons plus loin.

a. Notations adoptées.

Il est indispensable, afin d'éviter des erreurs, d'adopter un système de notations bien défini. Nous nous référons en cela aux notations de M. Caquot (Cours de résistance des matériaux professé à l'école des Ponts et Chaussées, 1941-1942) et à celles de M. Courbon (Application de la résistance des matériaux au calcul des ponts, 1950, Dunod éditeur).

Soit la poutre continue (fig. 65) comportant n travées.

1° Numérotage des travées de 1 à n .

2° Numérotage des appuis de 0 à n .

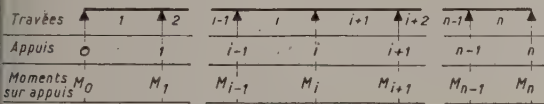


FIG. 65.

Dans une travée quelconque, son numéro correspond à celui de son appui de droite :

une travée i est encadrée par les appuis $i-1$ à gauche et i à droite.

3° Les coefficients a , b et c (voir p. 902), caractéristiques géométriques de chaque travée, porteront l'indice de la travée :

a_i , b_i , c_i seront les coefficients correspondant à la travée i .

4° Dans une travée quelconque i , la section immédiatement voisine de l'appui de gauche sera représentée par la lettre G affectée de l'indice de la travée (soit G_i), la section immédiatement voisine de l'appui de droite sera représentée par la lettre D affectée de l'indice de la travée (soit D_i) (fig. 66).

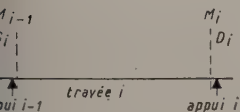


FIG. 66.

5° Une section située juste au droit de l'appui i par exemple aura sa face gauche appartenant à la travée i

représentée par D_i et sa face droite appartenant à la travée $i+1$ représentée par G_{i+1} (fig. 67).

Sur sa face gauche agira le moment M_{D_i} , sur sa face droite agira le moment $M_{G_{i+1}}$.

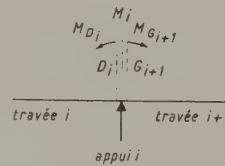


FIG. 67.

La poutre continue étant sur appuis simples, $M_{D_i} = M_{G_{i+1}}$ (il y a équilibre), nous appellerons M_i cette valeur commune aux deux sections D_i et G_{i+1} (1).

6° Dans la travée i considérée en poutre indépendante sur appuis simples, nous appellerons ω'_{G_i} la rotation de la section G_i (appui de gauche) sous l'influence des charges que cette travée supporte, ω'_{D_i} la rotation de la section D_i (appui de droite) sous l'influence des charges que cette travée supporte (fig. 68).

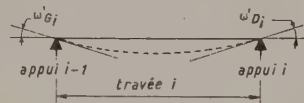


FIG. 68.

$$\text{Rappelons que } \omega'_{G_i} = \int_0^{l_i} \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) dx$$

$$\omega'_{D_i} = - \int_0^{l_i} \frac{\mu}{EI} \frac{x}{l_i} dx,$$

[voir p. 901, formules (III) et (IV)] μ étant le moment produit à l'abscisse x par le système de charge appliquée à la travée i considérée en poutre indépendante sur appuis simples. Il est évident que ces valeurs seront nulles si la travée i n'est pas chargée.

7° Dans la travée i considérée comme formant partie du système continu :

ω_{G_i} sera la rotation de la section G_i (appui de gauche).

ω_{D_i} sera la rotation de la section D_i (appui de droite).

D'après la relation établie page 903 [formules (VI') et (VII')], on pourra écrire :

$$\omega_{G_i} = \omega'_{G_i} + \omega''_{G_i} = \omega'_{G_i} + a_i M_{i-1} + b_i M_i$$

$$\omega_{D_i} = \omega'_{D_i} + \omega''_{D_i} = \omega'_{D_i} - b_i M_{i-1} - c_i M_i$$

expression dans lesquelles d'après 5° on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{i-1} = M_{G_i} = M_{D_{i-1}} \\ M_i = M_{D_i} = M_{G_{i+1}} \end{array} \right.$$

et :

(1) Dans une poutre continue on a :

à l'appui i : $M_i = M_{D_i} = M_{G_{i+1}}$ dans la travée i : $\left\{ \begin{array}{l} M_{G_i} = M_{i-1} \\ M_{D_i} = M_i \end{array} \right.$

ce qui revient à écrire simplement que la rotation sur un des appuis d'une travée est égale à la rotation produite sur cet appui par les charges appliquées sur la travée considérée comme poutre indépendante et sur appuis simples, corrigée par la rotation, produite sur ce même appui, par les moments sur appuis M_{i-1} et M_i (de la travée en cause), dont la formule a été établie ci-dessus page 903.

b) Équation des trois moments — ou de Clapeyron.

Il existe une relation simple entre les moments produits sur trois appuis consécutifs d'une poutre continue, équation qui se déduit immédiatement de la condition de continuité de la poutre au-dessus de l'appui intermédiaire i , condition qu'on exprimera en posant l'égalité

$$\omega_{Di} = \omega_{Gi+1}$$

(voir fig. 69).

$$\text{Or, } \begin{cases} \omega_{Di} = \omega'_{Di} - b_i M_{i-1} - c_i M_i \\ \omega_{Gi+1} = \omega'_{Gi+1} + a_{i+1} M_i + b_{i+1} M_{i+1} \end{cases}$$

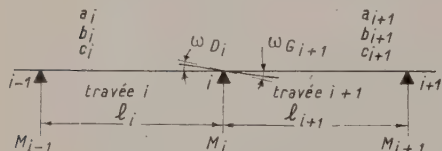


FIG. 69.

La première de ces expressions donne la rotation de l'extrémité de droite de la travée i , la seconde la rotation de l'extrémité de gauche de la travée $i+1$ (elle se déduit de l'expression de ω_{Gi} , dans laquelle on majore les indices d'une unité).

(¹) Que sont les deux intégrales du second membre? Essayons de les représenter d'une façon claire (fig. 70).

La seconde intégrale $\int_0^{l_{i+1}} \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l_{i+1}}\right) dx$, se rapporte à une travée $i+1$.

μ est le moment produit à l'abscisse x dans la travée $i+1$ supposée indépendante et sur appuis simples par un certain système de charge appliquée à cette travée.

I est le moment d'inertie à cette même abscisse.

$\frac{\mu}{EI}$ représente une courbe qui part de 0, passe par un maximum et revient à 0.

$\frac{\mu}{EI} dx$ est l'aire du trapèze hachuré

$\frac{\mu}{EI} (l_{i+1} - x) dx$ est donc le moment statique de l'aire du trapèze hachuré par rapport à l'appui $i+1$.

Comme on fait la somme des moments statiques de tous les trapèzes élémentaires le long de la portée l_{i+1} , l'intégrale considérée est le moment statique de l'aire de la courbe des $\frac{\mu}{EI}$ par rapport à l'appui $i+1$. C'est un problème qui se ramène à un cas connu de calcul graphique. Une fois ce moment statique obtenu on le divisera par l_{i+1} en dénominateur constant dans toutes les opéra-

En égalant ces deux expressions (puisque $\omega_{Di} = \omega_{Gi+1}$), on obtient :

$$\omega'_{Di} - b_i M_{i-1} - c_i M_i = \omega'_{Gi+1} + a_{i+1} M_i + b_{i+1} M_{i+1}$$

ou :

$$b_i M_{i-1} + (c_i + a_{i+1}) M_i + b_{i+1} M_{i+1} = -\omega'_{Gi+1} + \omega'_{Di}$$

et en remplaçant ω'_{Di} et ω'_{Gi+1} pour leurs valeurs rappelées au 6° ci-dessus page 911 (en augmentant d'une unité les indices de ω_{Gi}) on a :

$$b_i M_{i-1} + (c_i + a_{i+1}) M_i + b_{i+1} M_{i+1} = - \int_0^{l_{i+1}} \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l_{i+1}}\right) dx - \int_0^{l_i} \frac{\mu}{EI} \frac{x}{l_i} dx \quad (1)$$

C'est l'équation de condition qui lie les trois moments M_{i-1} , M_i et M_{i+1} , en fonction des charges appliquées sur les deux travées l_i et l_{i+1} .

Cette ÉQUATION DES TROIS MOMENTS, dite aussi de CLAPEYRON, résout le problème d'une manière générale.

Exemple. Considérons, pour fixer les idées, une poutre continue à cinq travées (fig. 71). Si les appuis extrêmes 0 et 5 sont simples, $M_0 = 0$ et $M_5 = 0$. Il reste donc quatre inconnues à déterminer M_1, M_2, M_3, M_4 .

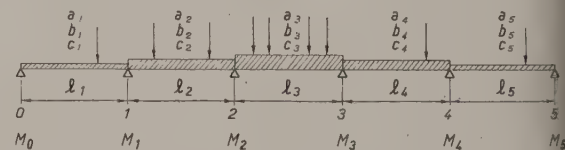


FIG. 71.

tions élémentaires. On peut agir de même avec E qui est lui aussi un facteur constant.

On verrait de même que la première intégrale $\int_0^{l_i} \frac{\mu}{EI l_i} x dx$ dans la travée i est le moment statique par rapport à l'appui $(i-1)$ de l'aire sous-tendue par la courbe des $\frac{\mu}{EI}$ de cette travée.

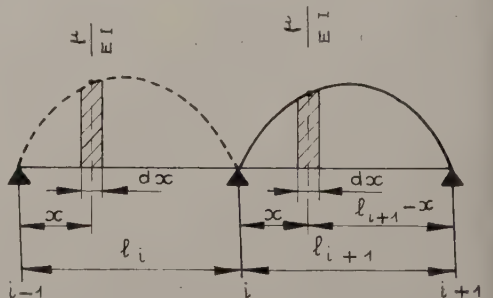


FIG. 70.

1° On calculera pour chaque travée les constantes géométriques a , b et c .

2° On calculera, dans chaque travée supposée indépendante, de $1/10$ en $1/10$ de la portée, par exemple, les valeurs du moment fléchissant μ produit par le système de charge considéré (charges uniformes ou charges concentrées).

3° On calculera, dans chaque travée l_i analytiquement ou graphiquement, les deux intégrales en μ ci-dessus définies (p. 911) :

$$\int_0^{l_i} \frac{\mu}{EI} x \, dx \quad \text{et} \quad \int_0^{l_i} \frac{\mu}{EI} (1 - \frac{x}{l_i}) \, dx.$$

4° On formera les quatre groupes d'équations de la poutre en considérant successivement les appuis (0 — 1 — 2, 1 — 2 — 3, 2 — 3 — 4 et enfin 3 — 4 — 5. On aura ainsi :

Pour 0 — 1 — 2; travées l_1 et l_2 : ($M_0 = 0$) :

$$(a_1 + a_2) M_1 + b_2 M_2 = - \int_0^{l_1} \frac{\mu}{EI} x \, dx - \int_0^{l_2} \frac{\mu}{EI} (1 - \frac{x}{l_2}) \, dx$$

Pour 1 — 2 — 3; travées l_2 et l_3 :

$$(b_1 M_1 + (c_2 + a_3) M_2 + b_3 M_3 = - \int_0^{l_2} \frac{\mu}{EI} x \, dx - \int_0^{l_3} \frac{\mu}{EI} (1 - \frac{x}{l_3}) \, dx$$

Pour 2 — 3 — 4; travées l_3 et l_4 :

$$(c_1 M_2 + (c_3 + a_4) M_3 + b_4 M_4 = - \int_0^{l_3} \frac{\mu}{EI} x \, dx - \int_0^{l_4} \frac{\mu}{EI} (1 - \frac{x}{l_4}) \, dx$$

Pour 3 — 4 — 5; travées l_4 et l_5 : ($M_5 = 0$) :

$$(b_3 M_3 + (c_4 + a_5) M_4 = - \int_0^{l_4} \frac{\mu}{EI} x \, dx - \int_0^{l_5} \frac{\mu}{EI} (1 - \frac{x}{l_5}) \, dx$$

On formera les quatre groupes d'équations que l'on forme simplement en majorant les indices d'une unité lorsqu'on passe de l'une à la suivante.

Ces quatre équations à quatre inconnues résolvent dans toute sa généralité le problème de la recherche des moments sur appuis.

c) Foyers des travées des poutres continues.

La méthode de calcul exposée ci-dessus est commode tant qu'on envisage des charges permanentes, réparties d'une manière quelconque ou concentrées en des points fixes. Elle cesse de l'être lorsqu'on envisage des surcharges susceptibles d'être ou non appliquées sur telle ou telle travée; il en serait de même dans le cas où l'on se trouverait en présence de charges concentrées mobiles.

Sans aller jusqu'à traiter le problème des surcharges roulantes qui nous entraînerait trop loin et dont l'application

à la charpente en bois est peu fréquente, nous dirons un mot cependant de celui qui pose la répartition des surcharges tout en le restreignant à l'application de ces surcharges sur des travées entières.

Considérons toujours une travée i chargée, les travées contiguës à gauche et à droite de celle-ci ne l'étant pas. La charge appliquée sur cette travée provoque une déformation de la fibre moyenne de la poutre analogue à celle indiquée sur la figure 72. Il en résulte, à ne considérer que l'aspect de cette fibre déformée, que les moments sur les appuis adjacents, tant à gauche qu'à droite de la travée chargée, changent de signe d'un appui à l'autre. Dans une travée non chargée, la ligne représentative du moment sera une droite. Ce moment est dû à la rotation de la fibre moyenne sur l'appui de la travée chargée et il est proportionnel à cette rotation; ceci ressort des expressions données pour ω_G et ω_D page 911, dans lesquelles les rotations ω'_G et ω'_D sont nulles puisque la travée considérée n'est pas chargée.

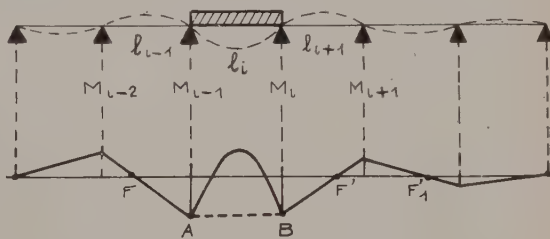


FIG. 72.

Prenons par exemple la travée l_{i-1} située à gauche de la travée chargée; son extrémité de droite tourne sous l'influence de la charge de la travée l_{i-1} d'un angle

$$\omega_{Di-1} = -b_{i-1} M_{i-2} - c_{i-1} M_{i-1},$$

en adaptant les indices de la formule page 911.

Si cette rotation ω_{Di-1} est multipliée par un coefficient de proportionnalité quelconque, b_{i-1} et c_{i-1} étant des quantités constantes fixes pour la travée $i-1$ il en résulte que M_{i-2} et M_{i-1} sont eux aussi affectés du même coefficient de proportionnalité. On en déduit que dans cette travée la ligne représentative du moment passe par un point fixe F (fig. 72). On verrait de même que pour une travée l_{i+1} par exemple située à droite de la travée chargée, la ligne représentative du moment passe par un point fixe F' . Ces points F et F' sont appelés foyers de la poutre. Les points tels que F dans les travées à gauche de la travée chargée sont les foyers de gauche, les points tels que F' dans les travées à droite de la travée chargée sont les foyers de droite. Chaque travée possède ainsi deux foyers nettement définis par la valeur des coefficients a , b et c de cette travée. Dans le cas particulier d'une travée extrême (d'une suite de travées continues) dont l'un des appuis (appui extrême) est simple, cet appui extrême est le foyer de gauche ou de droite de la travée extrême considérée. La connaissance des foyers est très utile puisqu'elle permet de tracer immédiatement le diagramme représentatif des moments tout le long de la poutre dès qu'on connaît la valeur des moments sur appui M_{i-1} et M_i de la travée

chargée. Nous rappelons ici que dans la travée chargée le diagramme du moment sera celui du moment μ produit par la charge dans la travée indépendante sur appuis simples rapporté à la droite AB (fig. 72) dite LIGNE DE FERMETURE des moments sur appuis.

d) Recherche des foyers (travées non chargées).

Nous appliquons, pour cette recherche, l'équation des trois moments (p. 912) aux trois appuis $i-1$, i et $i+1$, en tenant compte du fait que, les deux travées considérées n'étant pas chargées, les intégrales du second membre sont nulles. On a donc :

$$b_i M_{i-1} + (c_i + a_{i+1}) M_i + b_{i+1} M_{i+1} = 0.$$

1° Supposons d'abord que la travée chargée soit à droite du groupe des travées i et $i+1$ (fig. 73) (détermination des foyers de gauche des travées).

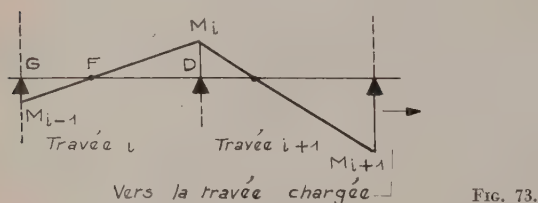


FIG. 73.

Appelons φ_i le rapport $\frac{GF}{FD}$ des tronçons compris entre les appuis et le foyer F de la travée i .

$$\text{On aura : } -\frac{M_{i-1}}{GF} = \frac{M_i}{FD},$$

ce qui donne : $M_{i-1} = -\varphi_i M_i$, (a)

On aura de même : $M_i = -\varphi_{i+1} M_{i+1}$ dans la travée ($i+1$),

$$\text{ce qui donne : } M_{i+1} = -\frac{M_i}{\varphi_{i+1}}$$

l'équation des trois moments devient donc :

$$-b_i \varphi_i M_i + (c_i + a_{i+1}) M_i - b_{i+1} \frac{M_i}{\varphi_{i+1}} = 0$$

en divisant par M_i qui est non nul, on a :

$$-b_i \varphi_i + c_i + a_{i+1} - \frac{b_{i+1}}{\varphi_{i+1}} = 0.$$

On peut ainsi, connaissant φ_i , trouver la valeur φ_{i+1} , donc le foyer de la travée suivante, et on écrira :

$$\varphi_{i+1} = \frac{b_{i+1}}{a_{i+1} + c_i - b_i \varphi_i}. \quad (a')$$

Si on considère une suite de travées continues dont la première a son appui de gauche constitué par un appui simple, le foyer de cette première travée ($i=1$) est confondu avec l'appui 0 et on peut poser $\varphi_1 = 0$. On aura donc la suite des rapports :

$$\varphi_2 = \frac{b_2}{a_2 + c_1 - 0}, \text{ puisque } b_1 \varphi_1 = 0$$

$$\varphi_3 = \frac{b_3}{a_3 + c_2 - b_2 \varphi_2}$$

$$\varphi_4 = \frac{b_4}{a_4 + c_3 - b_3 \varphi_3}$$

$$\varphi_5 = \frac{b_5}{a_5 + c_4 - b_4 \varphi_4}$$

et ainsi de suite, chaque valeur φ se déduisant de la précédente.

2° Supposons maintenant que la travée chargée soit à gauche du groupe des travées i et $i+1$ (détermination des foyers de droite) (fig. 74).

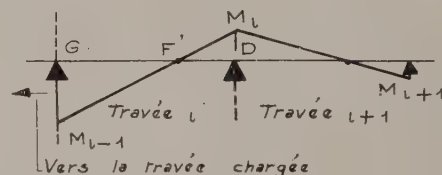


FIG. 74.

Appelons φ'_i le rapport $\frac{F'D}{GF'}$.

$$\text{On aura : } -\frac{M_{i-1}}{GF'} = \frac{M_i}{F'D}, \text{ d'où : } M_{i-1} = -\frac{M_i}{\varphi'_i}$$

$$\text{puis on aura de même : } M_i = -\frac{M_{i+1}}{\varphi'_{i+1}},$$

$$\text{ou : } M_{i+1} = -M_i \varphi'_{i+1}. \quad (b)$$

On cherchera, cette fois-ci, φ'_i en fonction de φ'_{i+1} et on obtiendra tous calculs faits :

$$\varphi'_i = \frac{b_i}{a_{i+1} + c_i - b_{i+1} \varphi'_{i+1}}. \quad (b')$$

On partira de la dernière travée dont l'appui de droite est un appui simple et l'on écrira que son foyer se confond avec cet appui de droite, autrement dit que son φ' est nul.

Supposons, pour fixer les idées qu'il y ait six travées par exemple :

$$\text{On aura : } \varphi'_6 = 0$$

d'où, avec $i+1=6$:

$$\varphi'_5 = \frac{b_5}{a_6 + c_5 - 0}, \text{ puisque } b_6 \varphi'_6 = 0$$

$$\varphi'_4 = \frac{b_4}{a_5 + c_4 - b_5 \varphi'_5}$$

$$\varphi'_3 = \frac{b_3}{a_4 + c_3 - b_4 \varphi'_4}$$

et ainsi de suite, chaque valeur de φ' se déduisant de celle ayant un indice supérieur.

Recherche des moments sur les deux appuis d'une travée chargée.

Revenons à la considération d'une seule travée chargée l_i . Les deux moments à chercher sont M_{i-1} et M_i (fig. 75). On attribue à cette travée les deux travées non chargées contiguës l_{i-1} et l_{i+1} . On pourra alors former deux équations de Clapeyron par la considération des appuis consécutifs $i-2$, $i-1$ et i d'une part, puis $i-1$, i et $i+1$ d'autre part.

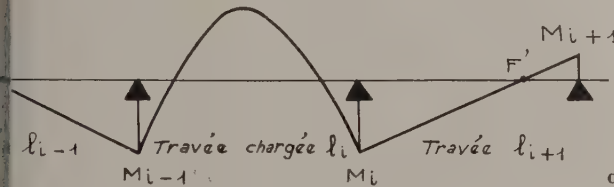


FIG. 75.

la connaissance de la position des foyers F et F' et des supports φ et φ' correspondants permettra d'éliminer M_{i-2} et M_{i+1} en les exprimant en fonction de M_i .

l'équation de Clapeyron (appuis : $i-2$, $i-1$, i) (voir p. 912) ; il suffit, pour l'écrire, de porter toute son attention sur les indices ; elle a pour expression :

$$M_{i-2} + (c_{i-1} + a_i) M_{i-1} + b_i M_i = - \int_0^{l_i} \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) dx, \quad (I)$$

si la travée l_i chargée et elle est la travée de gauche du groupe considéré formé par les travées l_{i-1} et l_i ; la deuxième intégrale du second membre de l'équation de Clapeyron est nulle, puisqu'elle représente $\omega_{D_{i-1}}$ de la travée l_{i-1} , qui n'est pas chargée et que par suite $\omega_{D_{i-1}} = 0$.

l'équation de Clapeyron (appuis $i-1$, i , $i+1$) :

$$M_{i-1} + (c_i + a_{i+1}) M_i + b_{i+1} M_{i+1} = - \int_0^{l_{i+1}} \frac{\mu}{EI} \frac{x}{l_{i+1}} dx, \quad (II)$$

si la travée l_i seule est chargée, elle est la travée de gauche du groupe considéré des travées l_i et l_{i+1} , la première intégrale du second membre de Clapeyron représente $-\omega_{G_{i+1}}$ de la travée l_{i+1} et comme celle-ci n'est pas chargée, $\omega_{G_{i+1}} = 0$, donc cette première intégrale est nulle.

Dans les deux équations précédentes (I) et (II) remplaçons M_{i-2} et M_{i+1} par leur valeur en fonction de M_{i-1} et de M_i suite de la position des foyers F et F', c'est-à-dire en tenant compte de :

comme ci-dessus, formule (a) (page 914) en diminuant les indices de une unité :
 comme ci-dessus, formule (b) (page 914) :

$$M_{i-2} = -\varphi_{i-1} M_{i-1} \quad \text{et} \quad M_{i+1} = -\varphi'_{i+1} M_i,$$

On obtient :

$$\begin{aligned} -b_{i-1} \varphi_{i-1} M_{i-1} + (c_{i-1} + a_i) M_{i-1} + b_i M_i &= - \int_0^{l_i} \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) dx \\ b_i M_{i-1} + (c_i + a_{i+1}) M_i - b_{i+1} \varphi'_{i+1} M_i &= - \int_0^{l_{i+1}} \frac{\mu}{EI} \frac{x}{l_{i+1}} dx \end{aligned}$$

ce qui donne en groupant les coefficients de M_{i-1} et de M_i :

$$\begin{cases} (a_i + c_{i-1} - b_{i-1} \varphi_{i-1}) M_{i-1} + b_i M_i = - \int_0^{l_i} \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) dx \\ b_i M_{i-1} + (a_{i+1} + c_i - b_{i+1} \varphi'_{i+1}) M_i = - \int_0^{l_{i+1}} \frac{\mu}{EI} \frac{x}{l_{i+1}} dx \end{cases}$$

on peut encore simplifier l'écriture en observant que, d'après la forme générale des relations de récurrence qui ont permis de calculer les φ et les φ' , le coefficient

$$(a_i + c_{i-1} - b_{i-1} \varphi_{i-1}) \text{ est égal à } \frac{b_i}{\varphi_i}$$

(voir p. 914) (formule (a')) en diminuant les indices de une unité)

et le coefficient $(a_{i+1} + c_i - b_{i+1} \varphi'_{i+1})$ est égal à $\frac{b_i}{\varphi_i}$ (voir p. 914) (formule (b')).

On a donc finalement le système de deux équations :

$$\begin{cases} b_i \left(\frac{M_{i-1}}{\varphi_i} + M_i \right) = - \int_0^{l_i} \frac{\mu}{EI} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) dx \\ b_i \left(M_{i-1} + \frac{M_i}{\varphi_i} \right) = - \int_0^{l_{i+1}} \frac{\mu}{EI} \frac{x}{l_{i+1}} dx \end{cases} \quad (III)$$

C'est le système des deux relations cherchées en M_{i-1} et M_i qui résout le problème.

f) Cas de la poutre continue à moment d'inertie I constant avec dénivellation des appuis.

Lorsque le moment d'inertie I de la poutre continue est le même tout le long de la poutre (dans toutes les travées) on peut obtenir certaines simplifications d'écriture.

A cet effet, comme nous n'avons à considérer simultanément que deux travées contiguës nous adopterons dans ce cas les notations nouvelles suivantes :

$$l_i = l \quad l_{i+1} = l'$$

$$\omega_{G_i} = \omega_1 \quad \omega_{D_i} = \omega_{G_{i+1}} = \omega_2 \quad \omega_{D_{i+1}} = \omega_3$$

$$M_{i-1} = M_1 \quad M_i = M_2 \quad M_{i+1} = M_3,$$

les trois appuis consécutifs correspondants étant A_1 , A_2 , A_3 (fig. 76).

Dans ces conditions, les coefficients caractéristiques de « raideur » (voir p. 902 et 903) qui nous intéressent prennent pour valeur :

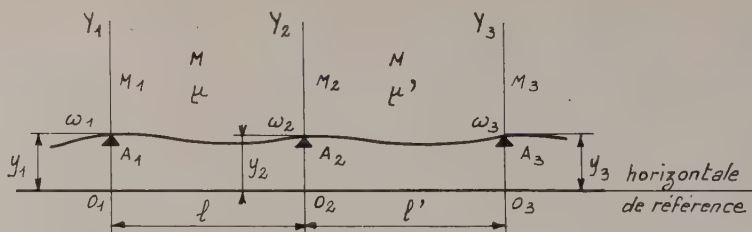


FIG. 76.

$$b = b_i = \frac{l}{6EI} \quad c = c_i = \frac{l}{3EI}$$

$$a' = a_{i+1} = \frac{l'}{3EI} \quad b' = b_{i+1} = \frac{l'}{6EI}$$

D'après la troisième équation de Bresse on a comme valeur de la rotation entre les appuis A_1 et A_2 (voir p. 900, formule (II)) :

$$\omega_{D_i} - \omega_{G_i} = \omega_2 - \omega_1 = - \int_0^l \frac{M}{EI} dx \quad (a)$$

et entre les appuis A_2 et A_3 :

$$\omega_{D_{i+1}} - \omega_{G_{i+1}} = \omega_3 - \omega_2 = - \int_0^{l'} \frac{M}{EI} dx \quad (b)$$

Mais les appuis ne sont pas nécessairement de niveau. Soient donc y_1, y_2, y_3 les dénivellations des appuis A_1, A_2, A_3 . Pour ces déplacements verticaux, d'après la deuxième équation de Bresse (voir p. 900) en prenant pour notations : $v_{G_i} = y_1, v_{D_i} = v_{G_{i+1}} = y_2$, $v_{D_{i+1}} = y_3$

on a entre les dénivellations y_1 et y_2 des appuis A_1 et A_2 la relation :

$$y_2 = y_1 + \omega_1 l - \int_0^l \frac{M}{EI} (l-x) dx$$

ou :

$$y_2 - y_1 = \omega_1 l - l \int_0^l \frac{M}{EI} dx + \int_0^l \frac{M}{EI} x dx$$

ce qui s'écrit, compte tenu de la relation (a) :

$$y_2 - y_1 = \omega_1 l + l (\omega_2 - \omega_1) + \int_0^l \frac{M}{EI} x dx$$

d'où :

$$\frac{y_2 - y_1}{l} = \omega_2 + \frac{1}{l} \int_0^l \frac{M}{EI} x dx \quad (c)$$

On a de même comme relation entre les déplacements verticaux y_2 et y_3 des appuis A_2 et A_3 , compte tenu de la formule (b) :

$$\frac{y_3 - y_2}{l'} = \omega_3 + \frac{1}{l'} \int_0^{l'} \frac{M}{EI} x dx \quad (d)$$

Retranchons (d) de (c) membre à membre, il vient :

$$\frac{y_2 - y_1}{l} - \frac{y_3 - y_2}{l'} = (\omega_2 - \omega_3) + \frac{1}{l} \int_0^l \frac{M}{EI} x dx - \frac{1}{l'} \int_0^{l'} \frac{M}{EI} x dx.$$

Remplaçons $(\omega_2 - \omega_3)$ par sa valeur tirée de (b) on a :

$$y_2 \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} \right) - \left(\frac{y_1}{l} + \frac{y_3}{l'} \right) = \int_0^{l'} \frac{M}{EI} dx + \frac{1}{l} \int_0^l \frac{M}{EI} x dx - \frac{1}{l'} \int_0^{l'} \frac{M}{EI} x dx. \quad (1)$$

Pour ce qui suit nous allons adopter une méthode de démonstration graphique.

Dans l'hypothèse faite d'une poutre continue à moment d'inertie constant, le facteur EI sort de sous les signes dans la formule (1), et les intégrales peuvent alors être assimilées : à des aires pour la première intégrale, à des moments statiques pour les deux autres intégrales.

En se reportant à la figure 77 on voit qu'on peut alors écrire : (Σ et Σ' étant les aires intérieures aux arcs de paraboles M_1M_2 et M_2M_3 représentatifs des moments fléchissants $(1) \mu$ et μ' des travées l et l' supposées indépendantes et posées sur appuis simples, et x et x' étant respectivement les distances aux axes O_1Y_1 et O_3Y_3 des centres de gravité G et G' de ces aires Σ et Σ') :

$$\int_0^{l'} M dx = \Sigma' + l' \frac{M_2 + M_3}{2}$$

$$\int_0^{l'} M x dx = \Sigma' (l' - x') + \frac{M_2 l'}{2} \frac{l'}{3} + \frac{M_3 l'}{2} \frac{2 l'}{3}$$

$$= \Sigma' (l' - x') + \frac{(M_2 + 2 M_3) l'^2}{6}$$

$$\int_0^l M x dx = \Sigma x + \frac{M_1 l}{2} \frac{l}{3} + \frac{M_2 l}{2} \frac{2 l}{3} = \Sigma x + \frac{(M_1 + 2 M_2) l^2}{6}$$

Portant ces valeurs dans (1) il vient :

$$y_2 \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} \right) - \left(\frac{y_1}{l} + \frac{y_3}{l'} \right) = \frac{1}{EI} \left[\Sigma' - \frac{\Sigma' (l' - x')}{l'} + \frac{\Sigma x}{l} + \frac{M_2 + M_3}{2} l' - \frac{M_2 + 2 M_3}{6} \frac{l'^2}{l'} + \frac{M_1 + 2 M_2}{6} l \right]$$

$$= \frac{1}{EI} \left[\frac{\Sigma x}{l} + \frac{\Sigma' x'}{l'} + \frac{2 M_2}{6} (l' + l) + \frac{M_3 l' + M_1 l}{6} \right]$$

d'où :

(1) Nous avons supposé, pour l'exécution de la figure, que travées supportaient une charge continue et uniforme, mais démonstration reste la même quelle que soit la charge.

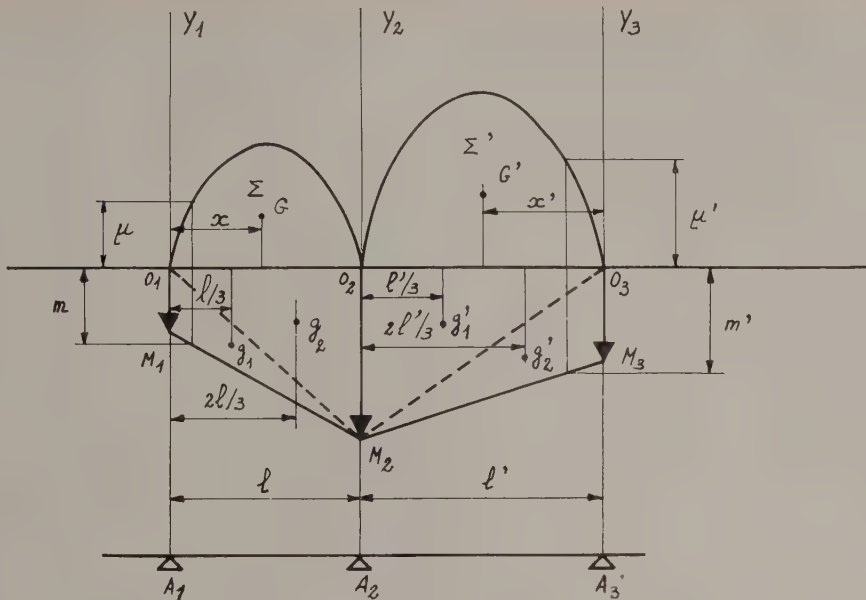


FIG. 77.

$$2 \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} \right) - \left(\frac{y_1}{l} + \frac{y_3}{l'} \right) \Big] EI - \left(\frac{\Sigma x}{l} + \frac{\Sigma' x'}{l'} \right) = \frac{M_1 l + 2 M_2 (l + l') + M_3 l'}{6} \quad (2)$$

elle est l'expression analytique du théorème des trois moments, compte tenu de la DÉNIVELLATION DES APPUIS, que la poutre continue est à moment d'INERTIE CONSTANT.

orsque les appuis sont au même niveau (y_1, y_2 et y_3 étant égaux), cette relation se simplifie et se réduit à la formule suivante :

$$1l + 2M_2(l + l') + M_3l' = -6 \left(\frac{\Sigma x}{l} + \frac{\Sigma' x'}{l'} \right). \quad (2')$$

g) Théorème des deux moments de Maurice Lévy.

Une méthode équivalente à celle des foyers découle de l'application du théorème des deux moments que nous allons exposer.

Considérons la *figure 78* — représentative des moments dans deux travées contiguës d'une poutre continue à inertie constante, chaque travée supportant, par exemple, une charge uniforme continue — on a :

$$\mathfrak{m} = \mathbf{M} - \mu = \mathbf{BD}$$

$$m' = M' - \mu' = B'D'.$$

Posons : $0_1 B = kl$ et $0_2 B' = k'l'$,

k et k' étant des coefficients positifs inférieurs à l'unité, qui fixent la position des sections S et S' sur les travées l et l' .

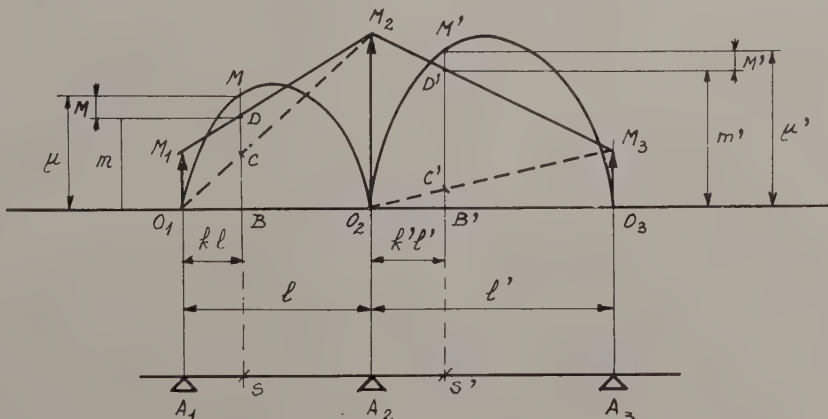


FIG. 78.

Considérant les triangles $O_1O_2M_2$ et $O_1M_2M_1$ on voit que l'on a dans la section S comme moment $M - \mu = m$ (dû aux seuls moments M_1 et M_2 sollicitant les appuis A_1 et A_2)

$$m = BC + CD = M_1(1 - k) + M_2k,$$

de même considérant les triangles $O_2O_3M_3$ et $O_2M_3M_2$ on a, dans la section S' comme moment $M' - \mu = m'$ (dû aux seuls moments M_2 et M_3 sollicitant les appuis A_2 et A_3) :

$$m' = B'C' + C'D' = M_2(1 - k') + M_3k'.$$

On en tire :

$$M_1 = \frac{m}{1 - k} - M_2 \frac{k}{1 - k}$$

$$M_3 = \frac{m'}{k'} - M_2 \frac{1 - k'}{k'}.$$

Remplaçons M_1 et M_3 par ces expressions dans le second membre de (2) multiplié par 6, il vient :

$$\begin{aligned} 6M_1 + 2(l + l')M_2 + 6M_3 &= \frac{l}{1 - k}m + \frac{l'}{k'}m' + \\ &+ 2(l + l')M_2 - \frac{lk}{1 - k}M_2 - \frac{l'(1 - k')}{k'}M_2 \\ &= \frac{l}{1 - k}m + \frac{l'}{k'}m' + M_2 \left[2(l + l') - \frac{k}{1 - k}l - \frac{1 - k'}{k'}l' \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Le coefficient de M_2 s'annule si l'on a entre les coefficients k et k' la relation :

$$\frac{k}{1 - k}l + \frac{1 - k'}{k'}l' = 2(l + l')$$

ou :

$$\begin{aligned} \frac{1}{k'}l' &= 2(l + l') + l' - \frac{k}{1 - k}l \\ &= \left(2 - \frac{k}{1 - k} \right) l + 3l' \end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$k' = \frac{l'}{3l' + \left(2 - \frac{k}{1 - k} \right) l} \quad (4)$$

Si cette condition est remplie, la formule (2) devient :

$$\frac{l}{1 - k}m + \frac{l'}{k'}m' = 6 \left\{ EI \left[y_2 \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} \right) - \left(\frac{y_1}{l} + \frac{y_3}{l'} \right) \right] - \left(\frac{\Sigma x}{l} + \frac{\Sigma' x'}{l'} \right) \right\} \quad (5)$$

et si en outre les appuis sont au même niveau, la formule se réduit à :

$$\frac{l}{1 - k}m + \frac{l'}{k'}m' = -6 \left(\frac{\Sigma x}{l} + \frac{\Sigma' x'}{l'} \right) \quad (5')$$

Telle est l'expression analytique du *théorème des deux moments* (définis ci-dessus) m et m' .

Le premier membre de l'équation ne contient plus que les ordonnées m et m' des points D et D' — correspondant aux sections dites *conjuguées* S et S' (dont les abscisses satisfont à la relation (4)) — sur les lignes de références M_1M_2 et M_2M_3 .

APPLICATION. L'application du *théorème des deux moments* permet d'étudier *travée par travée* les poutres continues ayant un grand nombre de travées.

Considérons en effet la poutre continue représentée par la figure 79. L'appui de rive de gauche A_1 étant un appui simple, pour la section F_1 se trouvant au droit de cet appui on a :

$$k = 0 \quad m = 0 \quad (\text{ainsi que } \mu = 0 \text{ donc } M_1 = 0)$$

Par application de la formule (4) on trouve immédiatement que l'abscisse $k'l_2$ de la section F_2 conjugée dans la deuxième travée de F_1 de la première travée est définie par

$$k' = \frac{l_2}{3l_2 + 2l} \quad (1)$$

et en portant cette valeur dans (5) ou dans (5') — où k et m sont nuls dans le cas actuel — selon qu'il y a ou non dénivellation des appuis, on obtient respectivement :

(1) Notons que $k'l_2 = \frac{l_2^2}{3l_2 + 2l_1}$ est l'expression qui définit la position du foyer de gauche de la travée l_2 .

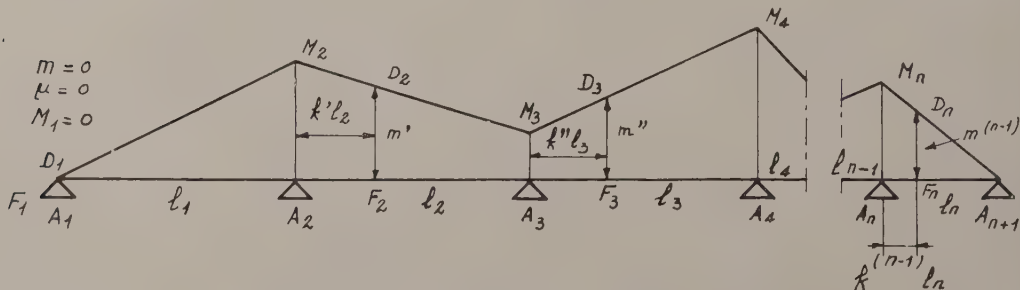


FIG. 79.

$$+ 2l) m' = 6 \left\{ EI \left[y_2 \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} \right) - \left(\frac{y_1}{l} + \frac{y_3}{l'} \right) \right] - \left(\frac{\Sigma x}{l} + \frac{\Sigma' x'}{l'} \right) \right\} \quad (6)$$

$$(3l' + 2l) m' = -6 \left(\frac{\Sigma x}{l} + \frac{\Sigma' x'}{l'} \right) \quad (6')$$

On tire m' , puisque tout est connu dans les seconds membres, ou calculable par les formules des poutres indéformables posées sur appuis simples.

Ainsi se trouve déterminé le point D_3 (par la connaissance de m' et m') de la ligne de référence de la travée l_2 .

m' et k' joueront alors le rôle de m et k pour les deux travées suivantes l_2 et l_3 , ce qui permettra de calculer k'' et m'' correspondant à la section F_3 conjuguée dans la troisième travée de F_2 de la deuxième travée, et par suite de déterminer le point D_3 de la ligne de référence de cette travée l_3 .

En continuant ainsi jusqu'à la dernière travée l_n , on déterminera également les points $D_4 \dots D_{n-1}$, D_n situés respectivement sur les lignes de référence des travées $l_4 \dots l_n$.

Partant alors de A_{n+1} , en joignant $A_{n+1}D_n$ on obtiendra le point M_n (et la ligne de référence de la travée l_n), en joignant M_nD_{n-1} on aura le point M_{n-1} (et la ligne de référence de la travée l_{n-1}), et ainsi de suite...

En opérant ainsi, on construira de proche en proche l'ensemble des lignes de référence de la poutre continue, l'ensemble formé par la ligne brisée :

$$A_{n+1} M_n M_{n-1} \dots M_4 M_3 M_2 A_1.$$

E. — Généralités sur les arcs hyperstatiques.

À la fin de la deuxième partie, Calcul des systèmes constructifs en général, VI pièces courbes et arcs, nous avons donné un aperçu de la méthode générale de calcul d'un arc hyperstatique. Nous allons, au cours de ce chapitre, préciser les moyens pratiques de ce calcul pour les arcs à deux articulations et les arcs encastrés. Des ouvrages de cette nature sont assez rarement réalisés en charpente en bois. On ne trouve guère que quelques exemples de grandes couvertes en arcs, plus particulièrement d'ailleurs à l'étranger : en Italie et en Amérique latine. Ces arcs sont généralement à section constante. Dans les cintres pour ponts également nous trouverons, en plus grand nombre, des arcs soit à deux articulations, soit encastrés, et généralement réalisés en charpente clouée.

Nous savons (voir MCB 15, p. 568) que la connaissance des réactions complémentaires d'appui dites aussi inconnues hyperstatiques, permet de connaître en toute section d'un arc, la valeur des efforts M , N et T et nous rappelons que ces inconnues hyperstatiques sont :

— Dans un arc à deux articulations : la poussée Q , force pressante suivant la corde de l'arc passant par les articulations et s'opposant à l'écartement des articulations ;

— Dans un arc encastré : la poussée Q qui joue ici le même rôle que dans l'arc à deux articulations ;

le moment d'encastrement M_0 qui assure l'invariabilité de l'orientation de la section d'appui de gauche ;

la réaction complémentaire B dont le moment $B \times l$ n'a d'autre but que d'équilibrer la différence en valeur absolue des deux moments d'encastrement M_0 et M_1 , qui ne sont inégaux que dans le cas des charges dissymétriques seulement.

Les traités de résistance des matériaux donnent tous la solution du problème de la détermination de ces réactions. Nous avons exposé (MCB 15, p. 568) par quelles méthodes générales on pouvait y parvenir, en partant des équations générales de Bresse et en exprimant à l'aide de ces équations les conditions particulières des appuis : invariabilité de la longueur de la corde dans tous les arcs, invariabilité de l'orientation des sections d'appui en outre dans l'arc encastré.

Nous ne pouvons pas, dans le cadre de cet ouvrage, développer la suite du calcul qui, partant des dites équations de Bresse, nous amène aux expressions des inconnues hyperstatiques en fonction des données connues : portée, forme de l'arc, inertie des sections, charges appliquées. Nous nous contenterons, dans ce qui suit, de donner les expressions littérales de ces inconnues. Nous compléterons par des considérations pratiques sur la suite du calcul, où, partant de ces inconnues, on obtient en chaque section la valeur des efforts M , N , T .

F. — Arcs à deux articulations.

Nous ne considérerons que des arcs à deux articulations dont les appuis sont aux extrémités d'une corde horizontale, dits « arcs à appui de niveau » (fig. 80).

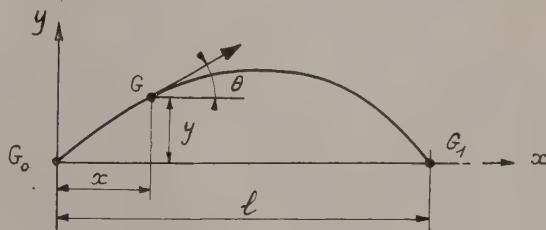


FIG. 80.

Un tel arc est défini par la longueur de cette corde, dite portée, que nous appellerons l , par la forme de sa fibre moyenne dont on connaît en tout point d'abscisse x l'ordonnée y . Cette fibre moyenne peut être circulaire, parabolique, elliptique, ou une courbe quelconque que l'on a souvent intérêt à prendre homologue d'un funiculaire des charges permanentes, ou même une ligne polygonale présentant des brisures (portiques par exemple); peu importe la forme, il faut en connaître avec une précision suffisante (en général le centimètre) les ordonnées y en différents points,

tous les $1/10$ de la portée ou plus si nécessaire, par exemple pour les portées importantes et pour les formes s'écartant d'une courbe algébrique régulière. Il faut connaître également les angles θ que font les tangentes à la fibre moyenne avec une parallèle à la corde horizontale. Ces angles peuvent être soit calculés, si la fibre moyenne est une courbe algébrique, soit évalués graphiquement le plus exactement possible. Il faut enfin connaître en chaque section, pour laquelle on procède au calcul, les valeurs de l'aire S et du moment d'inertie I de la section normale (perpendiculaire à la tangente). Cette section est bien souvent constante, mais serait-elle variable, le calcul conduit par la méthode que nous allons indiquer ne présente pas plus de difficultés.

Nous supposons que les charges appliquées sont des forces massiques dirigées parallèlement à l'axe G_0y agissant suivant la direction de la pesanteur.

On choisit le centre des axes de coordonnées au point d'articulation G_0 , et l'axe des abscisses confondu avec la corde G_0G_1 .

Nous remarquerons que la première des équations de Bresse ⁽¹⁾ qui est utilisée pour la détermination de Q comporte des sommations où figure l'élément curviligne $d\sigma$. Or $dx = d\sigma \cos \theta$.

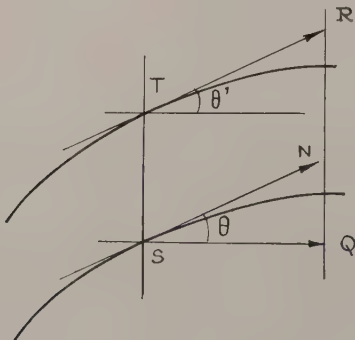
$$^{(1)} u = u_0 + (y - y_0) \omega_0 - \sum_{G_0}^G (y - \eta) \frac{M}{EI} d\sigma - \sum_{G_0}^G \frac{N}{ES} d\xi. \quad (\text{voir MCB-15, p. 568}).$$

équation dans laquelle, ici, les deux premiers termes sont nuls car on a $u_0 = 0$ et $y = y_0 = 0$ (puisque dans l'équation précédente y représente l'ordonnée de G_1 et y_0 celle de G_0). En outre η dans cette équation représente l'ordonnée de la courbe par rapport à l'axe Ox (soit ici la corde), ordonnée que l'on désigne ici par y ; de même ξ représente l'abscisse d'un point G de la courbe par rapport à l'origine des coordonnées (soit ici G_0), abscisse que l'on désigne ici par x . L'équation précédente s'écrit donc avec les nouvelles notations :

$$u = + \int_{G_0}^G y \frac{M}{EI} d\sigma - \int_{G_0}^G \frac{N}{ES} dx. \quad (a)$$

⁽²⁾ Soit θ l'angle de la tangente à la fibre moyenne avec l'horizontale et θ' l'angle, au droit de la verticale de la section S , de la tangente à la courbe des pressions avec l'horizontale.

La résultante R des forces extérieures dans la section S a pour valeur :



Si nous définissons les valeurs suivantes :

Moment d'inertie réduit $I' = I \cos \theta$.

Section réduite $S' = S \cos \theta$.

et remplaçons I par I' et S par S' , nous pourrions également remplacer $d\sigma$ par dx . C'est cet artifice qui est utilisé pour le calcul de la poussée.

La valeur de la poussée ⁽²⁾ sera donnée par l'expression

$$Q = \frac{\int_{G_0}^{G_1} \frac{\mu y dx}{EI'}}{\int_{G_0}^{G_1} \frac{y^2 dx}{EI'} + \int_{G_0}^{G_1} \frac{dx}{ES'}} \quad (1)$$

dans laquelle le numérateur représente le déplacement u_1 (valeur approchée en général, valeur exacte lorsque les courbes de la fibre moyenne et des pressions sont parallèles) sous l'effet des charges appliquées, dont nous avons parlé précédemment (MCB 15, p. 568) et le dénominateur n'est pas autre chose que le déplacement u_1' ⁽³⁾ de l'arc de référence sous l'effet d'une force unité appliquée en G_1 , dont nous avons parlé également (MCB 15, p. 568).

$$R = \frac{Q}{\cos \theta'}.$$

Sa projection sur la tangente à la fibre moyenne est l'effort normal N qui a donc pour expression :

$$N = R \cos (\theta' - \theta).$$

Mais, en pratique, les angles θ et θ' diffèrent peu l'un de l'autre (ils sont égaux lorsque les courbes de la fibre moyenne et des pressions sont parallèles), si bien que l'on a :

$$N \approx R = \frac{Q}{\cos \theta'} \approx \frac{Q}{\cos \theta}.$$

D'autre part :

$$M = \mu - Qy.$$

Portons ces valeurs dans l'équation (a) de la note ⁽¹⁾ de la page 920. La condition d'invariabilité de la longueur de la corde de l'arc ($u = 0$) s'écrit alors :

$$\int_{G_0}^{G_1} y \frac{\mu - Qy}{EI} d\sigma - \int_{G_0}^{G_1} \frac{\cos \theta}{ES} dx = 0$$

$$\text{ou} \quad \int_{G_0}^{G_1} \frac{\mu y}{EI} d\sigma = \int_{G_0}^{G_1} \frac{Qy^2}{EI} d\sigma + \int_{G_0}^{G_1} \frac{Q}{ES \cos \theta} dx$$

ou encore :

$$\int_{G_0}^{G_1} \frac{\mu y}{EI} dx = Q \left[\int_{G_0}^{G_1} \frac{y^2}{EI} dx + \int_{G_0}^{G_1} \frac{1}{ES'} dx \right]$$

d'où

$$Q = \frac{\int_{G_0}^{G_1} \frac{\mu y dx}{EI'}}{\int_{G_0}^{G_1} \frac{y^2 dx}{EI'} + \int_{G_0}^{G_1} \frac{dx}{ES'}} \quad (1)$$

⁽³⁾ Le déplacement u_1' s'obtient à partir de la première équation de Bresse mise sous la forme (a) de la note ⁽¹⁾ de la page 920, en

la connaissance de Q résout donc le problème, car nous en avons la valeur en toute section de l'arc :

$$(2) \quad \begin{cases} M = \mu - Qy \\ N = \frac{\partial \mu}{\partial x} \sin \theta + Q \cos \theta = v + Q \cos \theta \\ T = \frac{\partial \mu}{\partial x} \cos \theta - Q \sin \theta = \tau - Q \sin \theta \end{cases}$$

Recherche du calcul d'un arc à deux articulations.

Nous supposons connue la forme de la fibre moyenne de l'arc. Nous aurons déterminé en $1/10$ en $1/10$ de la portée les ordonnées y par rapport à la corde (donc les valeurs correspondantes de y^2 sont connues) et les angles θ de la tangente par rapport à l'horizontale.

Il faut, dans un premier essai se fixer a priori les sections normales S de l'arc et calculer les moments d'inertie I correspondants de ces sections normales. De là on en déduit les sections et les moments d'inertie réduits $S' = S \cos \theta$ et $I' = I \cos \theta$.

Le dénominateur de l'expression (1) de la poussée se calcule alors immédiatement à partir des valeurs $\frac{y^2}{I'}$ et $\frac{1}{S'}$. On a calculées et portées dans un tableau tel que celui que nous donnons ci-après. Remarquons que le module d'élasticité E figurant à la fois au numérateur et au dénominateur de (1) disparaît et que l'expression du dénominateur se réduit dans ces conditions aux sommations des deux termes

$$\sum \frac{G_1 y^2 \Delta x}{G_0 I'} + \sum \frac{G_1 \Delta x}{G_0 S'}$$

issues de G_0 à G_1 et dans lesquelles Δx est l'intervalle de calcul $\frac{l}{10}$.

Pour effectuer ces sommations on applique la formule dite des trois niveaux (cas particulier de la formule de Simpson) nous rappelons (fig. 81) :

$$\int_{x_0}^{x_2} y dx \approx \frac{\Delta x}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2) \quad (3)$$

soit l'aire $AA'BB'$ comprise entre une courbe $A'B'$, les parallèles AA' et BB' à l'axe des ordonnées et l'axe des abscisses AB . y_0 et y_2 représentent les ordonnées extrêmes en A et B , $2 \Delta x$ la longueur de AB et y_1 l'ordonnée au milieu de AB , c'est-à-dire à équidistance Δx de A et de B .

Pour la première sommation on remplace dans la formule y_0, y_1 et y_2 par les valeurs correspondantes de leurs carrés

et $N = -1 \cdot \cos \theta$ et $M = +1 \cdot y$ (car le moment et y sont positifs), et en y remplaçant $I, S, d\sigma$ respectivement par

$$\frac{I'}{\cos \theta}, \frac{S'}{\cos \theta}, \frac{dx}{\cos \theta}.$$

Dans ces conditions on a :

$$u_1' = \int_{G_0}^{G_1} y \frac{1}{EI'} dx + \int_{G_0}^{G_1} \frac{1}{ES'} dx.$$

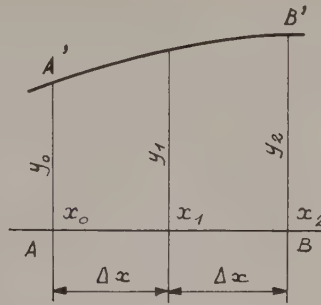


FIG. 81.

divisées par les moments d'inertie I' des sections correspondantes et pour la deuxième sommation on y remplace y_0, y_1 et y_2 par les $1/S'$ correspondants.

(Voir p. 922 le tableau de calcul du dénominateur de la poussée).

Le numérateur de l'expression (1) de la poussée se calcule de la même manière.

Connaissant les charges appliquées, on calcule le moment μ que ces charges développeraient dans une poutre droite sur appuis simples de même portée l que l'arc, puis on forme les expressions $\frac{\mu y}{I'}$ et on fait la sommation

$$\sum \frac{G_1 \mu y}{G_0 I'} \Delta x.$$

par le même procédé.

Évidemment on aura autant de numérateurs à calculer qu'il y aura de systèmes de charge différents.

Le calcul des efforts M, N , et T à partir du système d'équation (2) ne présente aucune difficulté. Il se fait également à l'aide de tableaux, pour chaque système de charge possible.

Enfin on vérifie les contraintes à l'aide des formules connues de la flexion composée :

$$n = \frac{N}{S} \pm \frac{Mv}{I} \quad (4)$$

S et I étant cette fois les valeurs afférentes à la section normale de l'arc. L'on voit ainsi dans quel sens il faut faire varier S et I pour rester dans les limites admissibles des contraintes et l'on reprend le calcul sur ces nouvelles bases.

G. — Arc encastré.

Dans l'arc encastré (voir MCB 15, p. 569), nous nous trouvons en présence de trois inconnues hyperstatiques :

M_0 moment d'encastrement de l'appui de gauche G_0 ;

Q , composante horizontale de la réaction complémentaire de l'appui G_0 dite poussée de l'arc ;

B , composante verticale de la réaction complémentaire de l'appui de gauche G_0 .

Tableau de calcul du dénominateur de la poussée (voir page 921)

SECTIONS	x	y	I'	S'	y ²	$\frac{y^3}{I'}$	$\frac{1}{S'}$
0	0	0			0	0	
0,1 l	x ₁	y ₁					
0,2 l	x ₂	y ₂					
0,3 l	x ₃	y ₃					
etc							
—							
—							
—							
—							
0,9 l	x ₉	y ₉					
l	x ₁₀	0					
					$\Sigma \frac{y^2 \Delta x}{I'}$	=	
					$\Sigma \frac{\Delta x}{S'}$	=	

La méthode générale de détermination de ces trois inconnues, avons-nous dit (MCB 15, p. 568. B. Réactions complémentaires d'appui) consiste, à partir des trois équations de Bresse et à écrire qu'elles satisfont aux conditions particulières à l'arc encastré : $u_0 = u_1 = 0$ (invariabilité de la longueur de la corde de l'arc); $v_0 = v_1 = 0$ (invariabilité de la position en ordonnée des appuis extrêmes); $\omega_0 = \omega_1 = 0$ (invariabilité de la tangente à la fibre moyenne dans les sections d'appui).

La résolution du système d'équations ainsi défini est très laborieuse, mais un choix judicieux de l'origine des coordonnées permet de simplifier considérablement le calcul et de séparer les inconnues.

Comme pour l'arc à deux articulations nous nous en tiendrons à un arc symétrique par rapport à la verticale passant par le milieu de la portée et dont les appuis sont de niveau (fig. 82).

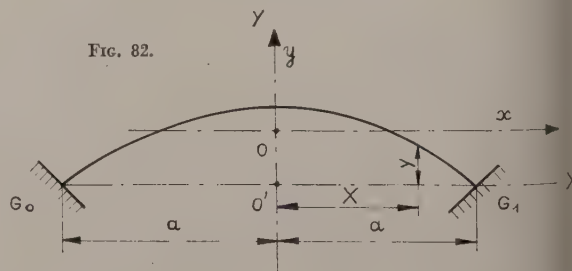
En outre, comme pour la conduite du calcul d'un arc à deux articulations, après s'être donné la courbe de la fibre moyenne, il faut dans un premier essai se fixer a priori les sections normales S de l'arc et calculer les moments d'inertie I correspondants. On en déduit les sections et moments d'inertie réduits correspondants S' et I'. Ces valeurs étant connues :

a) Nous considérons d'abord l'arc $G_0 G_1$ rapporté à sa corde $G_0 G_1$ et à son axe vertical de symétrie passant par le

milieu de la portée (origine des coordonnées en O') et nous cherchons l'ordonnée du point O que nous appellerons *Centre élastique de l'arc*. Ce centre élastique est le centre de gravité de la fibre moyenne supposée pesante et affectée d'une densité de charge égale à $1/I'$.

Nous avons donc :

$$OO' = \frac{\int_{O'}^{G_1} \frac{Y}{I'} dX}{\int_{O'}^{G_1} \frac{1}{I'} dX} \quad (5)$$



Le calcul s'effectue très simplement. Connaissant les coordonnées de l'arc Y par rapport à sa corde et le moment d'inertie réduit I' , on divise la $1/2$ portée en dix intervalles égaux, par exemple, et pour chacun des points de division on calcule les valeurs $\frac{Y}{I'}$ et $\frac{1}{I'}$. En faisant $\Delta X = \frac{a}{10}$, les sommations de $\sum_{0'}^{G_1} \frac{Y}{I'} \Delta X$ et de $\sum_{0'}^{G_1} \frac{1}{I'} \Delta X$ s'obtiennent à l'aide de la formule des trois niveaux [formule (3) p. 921], en remplaçant pour la première sommation y_0, y_1, y_2 par Y/I' correspondants et pour la deuxième sommation les $1/I'$ correspondants; on détermine ainsi les valeurs numériques du numérateur et du dénominateur de l'expression (5) de OO' et on en déduit OO' .

(4) Connaissant la position du centre élastique O nous pouvons passer par ce point (pris comme nouvelle origine des coordonnées) les axes nouveaux Ox et Oy , et nous appelons :

Le moment de la réaction complémentaire de l'appui de gauche par rapport à O (ou couple complémentaire assurant l'invariabilité de la tangente à la fibre moyenne à l'appui de gauche G_0).

La composante verticale de la réaction complémentaire de l'appui en G_0 .

La composante horizontale de la réaction complémentaire de l'appui en G_0 .

Les trois inconnues sont les composantes de la réaction complémentaire de l'appui de gauche G_0 , appliquées au centre de gravité de la section de cet appui.

Le système d'équations qui permet de les calculer se réduit ainsi à :

$$A = - \frac{\int_{-a}^{+a} \frac{\mu dx}{I'}}{\int_{-a}^{+a} \frac{dx}{I'}} \quad \text{(moment de la résultante de } B \text{ et } Q \text{ par rapport à } O).$$

$$Q = \frac{\int_{-a}^{+a} \frac{\mu y dx}{I'}}{\int_{-a}^{+a} \frac{y^2 dx}{I'} + \int_{-a}^{+a} \frac{dx}{S'}} \quad \text{[C'est la même expression que la formule (1) pour l'arc à deux articulations].}$$

$$B = \frac{- \int_{-a}^{+a} \frac{\mu x dx}{I'}}{\int_{-a}^{+a} \frac{x^2 dx}{I'} + \int_{-a}^{+a} \frac{dx}{S'}} \quad \text{[C'est la même formule que la précédente quand on y remplace } y \text{ par } x; \text{ elle découle de la deuxième équation de Bresse quand on exprime que } v_0 = v_1 = 0].$$

Nous rappelons que si I et S sont le moment d'inertie et l'aire d'une section normale à la fibre moyenne, les valeurs I' et S' sont respectivement

$$I' = I \cos \theta \text{ et } S' = S \cos \theta$$

et aussi que μ est le moment fléchissant développé par le système de charge considéré dans la section d'abscisse x de la poutre droite sur appuis simples.

Sous cette forme, le calcul numérique est facile à effectuer par sommations à l'aide de la formule des trois niveaux. Nous avons donné à propos de l'arc à deux articulations les éclaircissements nécessaires pour ce calcul. Il importe de bien remarquer que dans les tableaux de calcul y paraît avec le signe $+$ si le point considéré de la fibre moyenne est au-dessus de Ox et avec le signe $-$ s'il est au-dessous de ce même axe.

En possession des valeurs de A, B, Q , on a ensuite les valeurs des moments, effort normal, effort tranchant dans une section quelconque de l'arc de coordonnées x et y par les formules connues :

$$(7) \quad \begin{cases} M = \mu + A + Bx - Qy \\ N = \frac{d\mu}{dx} \sin \theta + B \sin \theta + Q \cos \theta = v + B \sin \theta + Q \cos \theta \\ T = \frac{d\mu}{dx} \cos \theta + B \cos \theta - Q \sin \theta = \tau + B \cos \theta - Q \sin \theta \end{cases}$$

(Voir MCB 15, p. 569 les formules relatives à l'arc encastré; dans la première M_0 a été remplacé par A , pour ne pas confondre ce couple complémentaire assurant l'invariabilité de la tangente à la fibre moyenne à l'appui de gauche G_0 avec le moment d'encastrement dans la section de cet appui que nous désignerons plus loin par M_0).

Courbe des pressions

Cette courbe est le lieu des points de passage C de la force extérieure dans les différentes sections normales. Dans une section l'excentricité de ce point par rapport au point de passage G de la fibre moyenne est donc $e = M/N$; si e est positif la courbe des pressions passe au-dessus de la fibre moyenne, si e est négatif elle passe au-dessous (fig. 83).

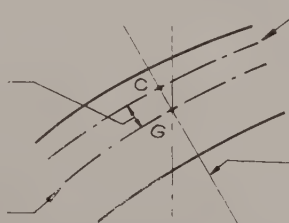


FIG. 83.

Déterminons en particulier la valeur du moment d'encastrement M_0 et de l'effort normal N_0 pour la section d'appui G_0 . En ce point $\mu = 0, x = -a, y = -y_0$ (avec $y_0 > 0$).

Nous avons donc :

$$(8) \quad \left. \begin{array}{l} M_0 = A - Ba + Qy_0 \\ N_0 = \left(\frac{d\mu}{dx} \right)_{\theta = \theta_0} \sin \theta_0 + B \sin \theta_0 + Q \cos \theta_0 \end{array} \right\}$$

(fig. 84). L'excentricité $e_0 = \frac{M_0}{N_0}$ sera, suivant les cas de charge, positive ou négative, et contrairement à ce qui se passe dans l'arc à deux articulations où la réaction est astreinte à passer par un point fixe (l'articulation), dans l'arc encastré le point d'application de la réaction se déplace. Il faut rechercher au cours de l'étude les valeurs extrêmes positive et négative de e_0 . Dans un arc en charpente il est, sinon nécessaire, du moins souhaitable, que cette excentricité soit à l'intérieur du noyau central de la section d'appui pour que la section soit entièrement comprimée.

Comme pour l'arc à deux articulations on vérifiera, à l'aide des formules (4) de la flexion composée (voir p. 921),

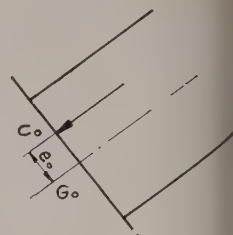


FIG. 84.

que les contraintes ne dépassent pas les valeurs admissibles. Si elles les dépassent, les valeurs des contraintes obtenues montrent dans quel sens il faut faire varier S et I (de la section normale de l'arc) pour rester dans les limites des contraintes admissibles et l'on reprend le calcul sur ces nouvelles bases.

ERRATUM

Annales de l'Institut Technique du Bâtiment
et des Travaux Publics.

N° 102, juin 1956.

CALCUL DES SYSTÈMES CONSTRUCTIFS EN GÉNÉRAL

par MM. G. VRAIN et J. GREZEL

(Manuel de la charpente en bois, 15, p. 567, 2^e colonne)

Récapitulation des formules ci-dessus :

1°) — cas où $x < \alpha$

à la troisième formule (expression de τ)

$$\text{au lieu de : } \tau = \left[P \frac{(l - \alpha)}{l} - H \frac{\beta}{l} \right] \cos \theta - H \sin \theta$$

$$\text{lire : } \tau = \left[P \frac{(l - \alpha)}{l} - H \frac{\beta}{l} \right] \cos \theta + H \sin \theta.$$

(Reproduction interdite.)

SEPTEMBRE 1959

Douzième Année, N° 141.

Série : ÉQUIPEMENT TECHNIQUE (64)

CENTRE D'ÉTUDES SUPÉRIEURES

JOURNÉES DE CHAUFFAGE,
VENTILATION ET CONDITIONNEMENT DE L'AIR
25, 26, 27 et 28 Mai 1959

sous la présidence de

M. A. MISSENARD,

Président d'Honneur du Comité Scientifique et Technique de l'Industrie du Chauffage
et de la Ventilation (Co. S. T. I. C.)

COMMUNICATIONS TECHNIQUES
RELATIVES AUX PROBLÈMES
DU CHAUFFAGE ET DU CONDITIONNEMENT
(I)

SOMMAIRE

SEPTEMBRE

Présentation générale des journées par M. le Président MISSENARD	927
---	-----

CHAUFFAGE ET VENTILATION DES ÉTABLISSEMENTS SCOLAIRES (I)

J.-B. Dick, Chauffage et ventilation des écoles en Angleterre.....	929
J. McElgin, La pratique américaine du chauffage et de la ventilation des établissements scolaires.	937
A. de Grave, Le chauffage des bâtiments sco- laires belges.....	949

A PARAÎTRE

OCTOBRE

CHAUFFAGE ET VENTILATION DES ÉTABLISSEMENTS SCOLAIRES (II)

J. Kozierski, Le chauffage et la ventilation des éta- blissements scolaires en Pologne.	
W. Kruger, Ventilation et chauffage des écoles en Allemagne.	
I.-F. Livtchak, Le développement du chauffage et de la ventilation des constructions scolaires en U.R.S.S.	
A. Macskasy, Considérations sur le chauffage des établissements scolaires en Hongrie.	
F. Squassi, Chauffage et ventilation des établissements scolaires en Italie.	
C. Chargrassé, Le chauffage dans les locaux scolaires en France.	
A. Missenard, Synthèse des rapports et communi- cations.	

CONTENTS

SEPTEMBER

General presentation of the sessions by the Chair- man, Mr. Missenard	927
--	-----

HEATING AND VENTILATION OF SCHOOL BUILDINGS (I)

J.-B. Dick, Heating and ventilation of schools in England	929
J. McElgin, American practice in the heating and ventilating of school buildings	937
A. de Grave, The heating of Belgian school buildings	949

ANNOUNCED

OCTOBER

HEATING AND VENTILATION OF SCHOOL BUILDINGS (II)

J. Kozierski, Heating and ventilation of schools in Poland.	
W. Kruger, Ventilation and heating of schools in Ger- many.	
I.-F. Livtchak, The development of heating and ven- tilation of school buildings in the U.S.S.R.	
A. Macskasy, Considerations on the heating of schools in Hungary.	
F. Squassi, Heating and ventilating of schools in Italy.	
C. Chargrassé, Heating of school premises in France.	
A. Missenard, Synthesis of the communications.	

(A suivre page 963).

PREMIÈRE JOURNÉE (Lundi 25 mai 1959)

SOUS LA PRÉSIDENTIE D'HONNEUR DE

M. P. DONZELOT

Directeur Général de l'Équipement Scolaire, Universitaire et Sportif
Ministère de l'Éducation Nationale de la Jeunesse et des Sports

ET LA PRÉSIDENTIE EFFECTIVE DE

M. G. LE MEUR

Chef du Service technique à la Direction de
l'Équipement Scolaire, Universitaire et Sportif

PRÉSENTATION GÉNÉRALE PAR LE PRÉSIDENT A. MISSENARD

Pour la septième fois, j'ai le grand honneur d'ouvrir les Journées Internationales traditionnelles de Chauffage, Ventilation et Conditionnement de l'Air. Jusqu'à l'an passé, je les croyais réussies. Mais je me sens saisi, maintenant, d'un complexe d'humilité, d'inquiétude, non pas tant en raison du caractère de plus en plus scientifique de ces colloques, mais surtout depuis que j'ai eu le grand plaisir, il y a quelques mois, de participer au brillant congrès international de Bruxelles qui fut, en tous points une réussite, grâce aux présidents Marcq, Houberechts, Burnay, de Grave et Thiou. J'ai pu voir ainsi comment un congrès devait être conduit et je m'efforcerai de profiter au mieux de la leçon.

Vous savez avec quel irrespect la jeunesse actuelle, en France du moins, parle de la génération qui la précède. On commence à dire un « amorti », puis un « croulant », et finalement un « increvable ». En me voyant toujours à ce fauteuil vous êtes fondé à dire que j'entre dans la catégorie des « increvables » !...

Comme vous avez pu le constater par le programme, l'importance des sujets traités nous a conduits à allonger ces réunions.

J'espère que beaucoup d'entre vous ont profité des visites de vendredi dernier à Mâcon et de samedi à Dijon.

Aujourd'hui et demain, sous la présidence d'honneur de M. Donzelot, Directeur général de l'Équipement scolaire, universitaire et sportif, et la présidence effective de M. Le Meur son adjoint, nous étudierons le chauffage et la ventilation des établissements scolaires. Qu'il me soit permis, tout d'abord, de remercier les personnalités scientifiques et techniques étrangères qui veulent bien nous exposer les conceptions de leur pays dans ce domaine. Avec MM. Dick et Mc Elgin, nous profiterons de l'expérience néo-saxonne. Grâce à MM. de Grave, Krüger et Squassi, nous connaîtrons les opinions de l'Europe de l'ouest. Enfin, M. Kozierski, Litvchak et M. Macskasy nous instruiront des tendances de l'Europe de l'est.

Demain après-midi, j'essaierai, de mon mieux, de faire la synthèse de ces différents exposés. Je vous demanderai de la critiquer pour que nous tentions d'arriver à une solution-type, susceptible d'inspirer les techniciens qui devront repenser la question en profitant de toutes ces expériences.

En dehors des conférenciers je ne puis saluer que globalement toutes les personnalités étrangères des seize pays qui nous ont l'honneur d'assister à ces réunions. Je me contenterai de signaler que, pour la première fois à ma connaissance, nous avons le plaisir de compter parmi nous des représentants de l'Australie (en la personne de M. Muncey dont j'ai, à différentes reprises, utilisé les belles recherches), également des représentants de l'Espagne, des États-Unis, de la Tchécoslovaquie et de la Yougoslavie.

La matinée du mercredi 27 mai sera consacrée au chauffage au gaz, d'importance croissante par suite de l'exploitation des réserves de gaz naturel. C'est le combustible actuellement le plus employé dans le sud-ouest de la France, sans parler du nord de l'Italie, et il convenait de lui consacrer quelques conférences dues à des personnalités particulièrement qualifiées, MM. Kohler, Lefebvre, Odier et de Jerphanion, sous la haute présidence de M. Robert, directeur commercial du Gaz de France.

L'après-midi sera réservé à des exposés sur les corps de chauffe traditionnels et leur raccordement. Nul n'était mieux qualifié pour présider et animer ces débats que M. Pierre Roubaud, Président à la fois de la Chambre Syndicale des Entreprises d'Installations thermiques et du Co. S.T.I.C., avec comme conférenciers MM. Burnay, Maréchal, Zimmer et Thin pour traiter ces questions qui restent primordiales.

Enfin, le jeudi 28 mai, des techniciens particulièrement avertis vous exposeront, sous la direction de M. Douchez, Président du Centre d'Information pour le Développement du Conditionnement de l'Air, les résultats des études et recherches en cours sur les conduits aérodynamiques, l'acoustique et les éjecteurs. Vous entendrez le matin MM. Goenaga, Clain et Michel Douchez, fils du Président.

L'après-midi sera consacré aux exposés de M. Billington sur le chauffage intermittent et de M. Molin sur l'eau chaude et les problèmes de sécurité.

Enfin, pour couronner cette journée, en inaugurant la collaboration officielle entre les physiologistes et les physiciens, le jeune et brillant professeur agrégé Metz, de la Faculté de Médecine de Strasbourg, spécialiste de la physiologie du travail, vous parlera de la question du repérage de la charge thermique dans les ambiances chaudes. Question d'actualité brûlante dirai-je, du fait de la mise en valeur des pays tropicaux.

Je m'efforcerai, à la fin de cette dernière journée, de tirer une conclusion rapide de tous ces colloques. Le soir à 20 h nous nous retrouverons nombreux, j'espère, au banquet de clôture, au cours duquel, au nom du Président Caquot, de l'Académie des Sciences, j'aurai le très grand plaisir de remettre la Médaille d'Or française de la science des climats artificiels, décernée à l'unanimité du jury à M. Marcq, en juste récompense de sa féconde carrière dans notre industrie et de sa brillante présidence au congrès de Bruxelles.

Je profiterai aussi de la présence de M. Liese pour lui remettre, en mains propres, son exemplaire de la Médaille d'Or, dont la frappe n'était pas terminée lorsqu'elle lui a été décernée il y a deux ans.

Comme le programme est très chargé, je vais passer la parole à M. Le Meur, mais auparavant il me faut, pour ceux qui ne les connaissent pas, rappeler les titres essentiels de M. Donzelot.

Je pourrais dire que M. Donzelot est doublement des nôtres, puisqu'il est à la fois physicien, et dans une certaine mesure biologiste, ayant professé à l'École de Médecine de Besançon et à la Faculté de Pharmacie de Nancy.

Agrégé et Docteur ès sciences physiques, il enseigne ensuite la physico-chimie à la Faculté des Sciences de Nancy. Après avoir dirigé l'École nationale des Industries chimiques de Nancy, il devint Recteur de cette académie.

Directeur général de l'Enseignement supérieur au Ministère de l'Éducation nationale, il fut désigné comme représentant permanent des Universités françaises aux États-Unis.

Membre du Conseil national de la Recherche scientifique, du Conseil supérieur de l'Éducation nationale, du Conseil scientifique du Commissariat à l'Énergie atomique, il fait également partie de l'U. N. E. S. C. O.

Indépendamment de son activité professorale, M. Donzelot eut une activité sinon politique, du moins administrative, puisqu'il fut maire de Nancy en 1945-1946.

Nous avons songé que, pour présider cette Journée consacrée aux écoles, nul n'était mieux qualifié que lui, tant en raison de sa personnalité que de ses fonctions de Directeur général de l'Équipement scolaire, universitaire et sportif au Ministère de l'éducation nationale.

Nous aurions voulu lui demander de nous faire profiter de son expérience lors de la discussion de demain après-midi, discussion dont l'ambition serait d'élaborer des règles générales, mais précises, concernant l'aménagement climatique des locaux d'enseignement.

Par suite de ses lourdes charges administratives, M. Donzelot ne peut assurer la présidence effective de ces deux journées; il a dû se faire remplacer par M. Le Meur, son adjoint.

Après avoir été Ingénieur divisionnaire des travaux publics aux Services Techniques de la Ville de Paris et du Département de la Seine, M. Le Meur est devenu Ingénieur en chef à l'Éducation Nationale et Chef du service technique de l'organisme dont M. Donzelot est Directeur. C'est donc essentiellement le technicien de l'Éducation Nationale en ce qui concerne nos problèmes et c'est pourquoi il est particulièrement qualifié pour suppléer M. Donzelot à la présidence de cette journée.

Chauffage et ventilation des établissements scolaires

CHAUFFAGE ET VENTILATION DES ÉCOLES EN ANGLETERRE

par **J. B. DICK,**

M. A., B. Sc., F. Inst. P., M. I. H. V. E.

M. le Président MISSENARD. — Avant de passer la présidence à M. Le Meur je vais présenter M. Dick, Le Meur ne connaissant pas la personnalité des conférenciers, je devrai le suppléer pour ces présentations.

M. Dick est diplômé de mathématiques et de physique de l'Université de Glasgow, et ses premières recherches ont été faites pendant la dernière guerre pour le compte de la marine.

Devenu collaborateur de M. Bedford au Building Research Station, il étudia le régime thermique des bâtiments situés sous les tropiques et dans le Golfe Persique. Ses études ont été spécialement orientées vers la ventilation naturelle et le chauffage. C'est pourquoi il était particulièrement bien placé pour faire des recherches sur le chauffage des écoles dont il va nous exposer les résultats. Actuellement, ses études sont orientées vers les différents modes de chauffage des appartements (cette question est de grande actualité) ainsi que sur les consommations de combustible. A cette occasion, il poursuit également des travaux sur le confort des occupants en fonction des frais d'exploitation.

INTRODUCTION

Ces dix dernières années, l'Angleterre a entrepris un très important programme de construction d'écoles. La construction avait en effet été ralentie pendant la guerre et il fallait rattraper ce retard. En outre l'accroissement de la natalité et le développement de l'enseignement spécialisé impliquaient un accroissement des besoins scolaires. Le Ministère de l'Éducation, administration centrale de l'enseignement en Angleterre et au Pays de Galles, entreprit des études détaillées sur la conception des écoles et publia une série de « Building Bulletins » sur différents sujets tels que les écoles primaires et secondaires, l'organisation du travail, la protection

contre l'incendie. Le Ministère entreprit également quelques constructions expérimentales avec la collaboration de diverses autorités locales dans le secteur où elles étaient responsables. Pour le chauffage et la ventilation il y avait eu quelques études effectuées avant la guerre, mais différents facteurs avaient changé dans l'intervalle : il y avait eu d'une part des perfectionnements dans les méthodes de chauffage applicables aux écoles, et il y avait eu d'autre part un développement des procédés de préfabrication par éléments plus légers que ceux d'avant-guerre et ayant a priori une inertie thermique moins grande. Le Ministère de l'Éducation souleva ce problème auprès du Centre de Recherches du Bâtiment, et celui-ci accepta d'entreprendre une étude des systèmes modernes

RÉSUMÉ

La communication souligne les recherches de la Building Research Station sur les méthodes de chauffage des écoles et décrit quelques travaux complémentaires relatifs à cette question, entrepris par le Ministère de l'Éducation.

On y indique les résultats obtenus en pratique concernant les taux de ventilation et les gradients de température, ainsi que les données détaillées sur les besoins de chaleur en chauffage à air chaud, par radiateurs et par le sol. On y indique l'influence des systèmes de réglage automatique et d'alimentation des chaudières à combustibles solides sur la consommation de combustible. Les résultats d'une enquête sur la consommation de chaleur dans les écoles sont en outre confrontés avec des études antérieures sur les besoins de chaleur.

SUMMARY

The paper outlines B.R.S. researches on methods of school heating and describes some subsequent development work undertaken by the Ministry of Education.

Measurements of ventilation rates and temperature gradients in practice are given and detailed studies of the heat requirements for warm air, radiator and floor panel systems are reported. The effects of the automatic control and of the feeding systems of solid fuel boilers on fuel consumptions are considered. The results of a survey of fuel consumptions in schools are related to the earlier studies of heat requirements.

de chauffage dans les écoles d'après-guerre. Le chauffage des écoles en Angleterre, est actuellement essentiellement issu de ces recherches et des études ultérieures du Ministère ; il est donc important d'examiner d'abord les résultats essentiels de ces recherches. Nous ne pouvons en donner ici qu'un aperçu général ; on trouvera des détails complémentaires dans diverses publications. Trois articles ont été présentés et discutés à des Congrès de l'Institution des Ingénieurs de Chauffage et Ventilation à Londres : Weston [1] présenta en 1953 les premiers résultats des travaux du Centre de Recherches du Bâtiment, et nous-mêmes en 1955 [2] donnions les résultats définitifs ; Olive [3], ingénieur principal au Ministère, décrit ultérieurement les nouvelles études effectuées. Il y eut également deux publications sur le chauffage des écoles par le Ministère de l'Éducation ; la première résume les études du Centre du Bâtiment [4], et la seconde décrit une étude expérimentale effectuée avec un chauffage à air chaud à combustible liquide [5]. Dans notre mémoire les études seront présentées dans un ordre chronologique. Les études du Centre du Bâtiment ont commencé par une série de mesures des taux de ventilation réels et une recherche sur les gradients de température obtenus avec les différents systèmes de chauffage. Elle furent suivies par une étude des besoins de chaleur de trois systèmes installés spécialement dans une école voisine du Centre. L'influence des différents systèmes de réglage fut ensuite analysée, et enfin, pour permettre une généralisation des résultats, fut exécutée une enquête sur la consommation de combustible dans 150 écoles différentes, compte tenu des systèmes de chauffage. Ultérieurement le Ministère réalisa quelques installations expérimentales suggérées par ces premières recherches, et examina certains problèmes particuliers, tels que le chauffage des écoles de campagne.

TAUX DE VENTILATION DES SALLES DE CLASSE

Des règlements publiés par le Ministère de l'Éducation fixent les besoins de ventilation des salles de classe. Ces dispositions sont basées sur les résultats des expériences de Yaglou relatives à l'apport d'air nécessaire pour réduire l'odeur corporelle à un niveau acceptable, mais elles stipulent d'autre part que le taux de renouvellement d'air ne doit pas excéder six renouvellements par heure. La production de chaleur animale et le gain de chaleur dû à l'ensoleillement

compensent en partie la perte de chaleur résultant en hiver de la ventilation accidentelle et il a été proposé initialement qu'en vue de la détermination de la puissance de l'installation de chauffage on peut admettre que la déperdition de chaleur par ventilation soit calculée sur la base de trois renouvellements horaires d'air.

Il importe manifestement de connaître quels sont dans la pratique les taux de ventilation et dans ce but une série de mesures a été faite dans trois écoles en utilisant le procédé des gaz traceurs [1]. La méthode adoptée consiste à effectuer des mesures dans les salles de classe non occupées avec différentes vitesses de vent et divers modes d'ouverture des fenêtres : les résultats obtenus sont indiqués dans la figure 1. On relève ensuite pendant une certaine période, le temps d'ouverture des fenêtres dans les classes occupées et on en déduit les taux de ventilation correspondants. La figure 2 montre en fonction de la température extérieure les taux de ventilation résultant de l'ouverture des fenêtres

Renouvellements par heure.

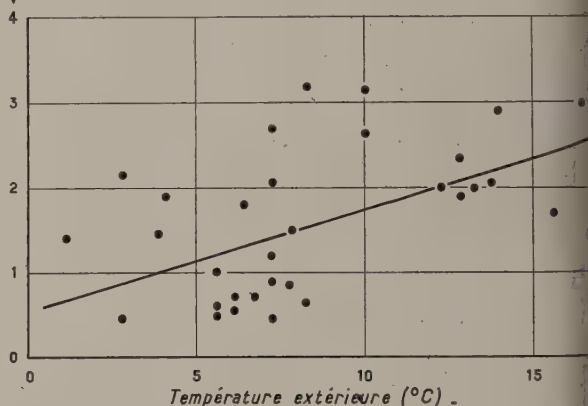


Fig. 2 — Taux de ventilation déduits pour les classes occupées.

observée. On voit que les taux de ventilation sont bien inférieurs à ceux que l'on pouvait escompter. Aussi, à la suite de ces essais, les règlements ont-ils été modifiés et le taux de ventilation admis pour le calcul du chauffage a été réduit à deux renouvellements d'air par heure. Il convient d'observer que sur cette base la puissance de l'installation de chauffage compense les déperditions de chaleur des locaux sans tenir compte d'aucun apport par ensoleillement ou par la présence des occupants. On dispose donc en pratique, même par temps froid, d'une marge suffisante.

GRADIENTS DE TEMPÉRATURE DE L'AIR

Les systèmes avec lesquels l'on constate des différences importantes de température de l'air entre les parties basses et hautes des locaux sont indésirables pour deux motifs : les températures nettement plus élevées au niveau de la tête qu'au niveau du sol créent une sensation d'inconfort, en outre, pour une température donnée dans la région basse occupée, la perte de chaleur par le plafond est plus grande — considération particulièrement importante dans les écoles d'après-guerre qui sont pour la plupart des bâtiments à simple rez-de-chaussée. Une série de mesures a été faite

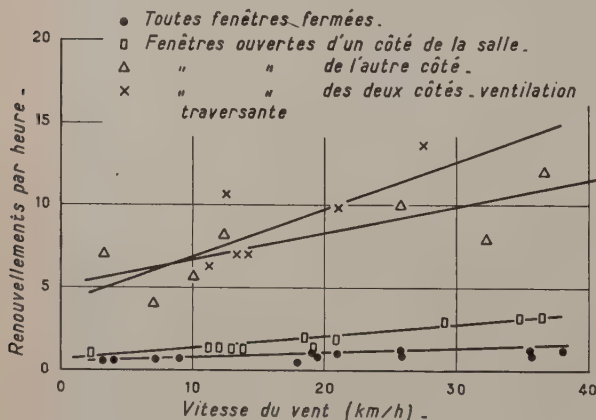


Fig. 1 — Taux de ventilation mesurés dans une salle de classe non occupée.



Fig. 3 — Montage de couples thermo-électriques pour la mesure des gradients de température.

ans différentes écoles à un seul niveau : des couples thermo-électriques enregistreurs ont été employés pour pouvoir déterminer, pendant une certaine période, les gradients de température moyens. Des mesures détaillées ont été effectuées dans une école dotée des systèmes de chauffage spéciaux et la figure 3 montre la réalisation de cette étude dans

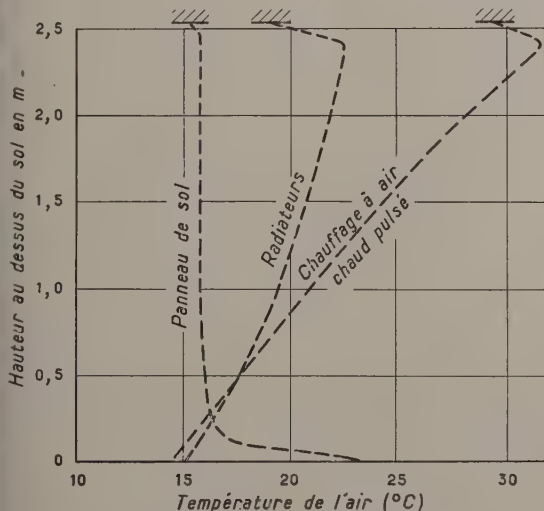


Fig. 4 — Gradient de température vertical. École à un niveau. Température extérieure : 4° C.

une classe chauffée par radiateurs. La figure 4 montre les résultats obtenus dans les derniers essais et on constate que dans le cas du système de chauffage par le sol, la température diminue légèrement avec la hauteur, tandis qu'avec le chauffage par radiateurs, il se produit un accroissement progressif de la température avec la hauteur, et que dans le cas du chauffage par air chaud pulsé l'accroissement est assez rapide. Cet appareil de chauffage à air chaud est constitué essentiellement par une batterie de radiateurs alimentés à l'eau chaude et sur laquelle un ventilateur dirige un courant d'air, le fonctionnement étant commandé par un thermostat. L'appareil aspire l'air de la classe à une faible hauteur et l'y renvoie à environ deux mètres du sol. On a recherché s'il est possible de réduire le gradient en faisant en sorte que l'air soit extrait et renvoyé dans la classe à faible hauteur. La réduction obtenue du gradient est représentée sur la figure 5. Cette modification réduit considérablement la déperdition de chaleur au travers du toit des écoles à simple rez-de-chaussée mais elle impose certaines suggestions dans la conception de l'école, il existe, en effet, une petite zone s'étendant de un à deux mètres en avant de l'appareil de chauffage où l'impression est désagréable.

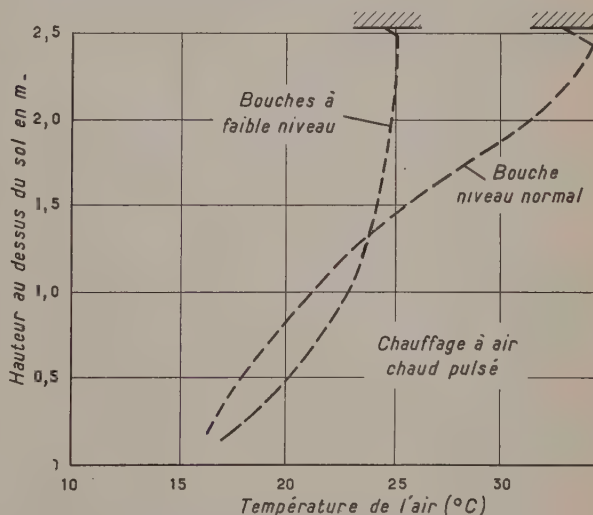


Fig. 5 — Gradient de température vertical. École à un niveau. Température extérieure : 3° C.

Une série de mesures des gradients de température a également eu lieu dans d'autres écoles à un niveau. Les résultats ont montré que les conclusions mentionnées plus haut avec le chauffage par le sol, avec celui par radiateurs ou celui par l'air chaud sont bien caractéristiques de ces systèmes. Parmi les autres étudiés, l'on trouve des convecteurs posés en plinthe qui donnent un accroissement de température assez rapide dans le premier demi-mètre, mais ensuite une augmentation graduelle de la température avec la hauteur et un système à air chaud dans lequel l'air est introduit au niveau du plafond, ce qui produit un gradient assez faible dans la partie inférieure de la salle, mais un accroissement de température très rapide lorsqu'on se rapproche du plafond.

BESOINS CALORIFIQUES DES SALLES DE CLASSE

Des études détaillées des besoins calorifiques avec différents systèmes ont été effectuées dans une école primaire à simple rez-de-chaussée construite près du Laboratoire de

Recherches [2]. Cette école comporte six classes, une salle des fêtes, une cuisine et des bureaux. Deux des classes sont chauffées au moyen de panneaux rayonnants à canalisation d'eau chaude enrobée dans le sol, deux autres au moyen de radiateurs classiques placés sous les fenêtres, et deux par appareils à air chaud. L'eau chaude est fournie à une température déterminée par une chaufferie centrale et des mélangeurs raccordés à des appareils de régulation extérieurs alimentent les différents systèmes en eau à la température appropriée. La fourniture de chaleur à chaque salle a été enregistrée d'une façon continue, de même que les températures dans les classes elles-mêmes. Les essais se sont poursuivis pendant deux ans, l'école étant occupée. Les principales variables introduites pendant les essais ont été liées aux programmes de régulation adoptés pour chaque système. Plusieurs variantes ont été essayées, mais il n'y en a essentiellement que deux à retenir. Ce sont : les consommations de chaleur observées lorsque les systèmes fonctionnent avec la régulation classique, et les consommations correspondant au cas où le fonctionnement de chaque système est rendu aussi intermittent que possible.

Les programmes de régulation classiques utilisés dans la première phase des essais sont résumés dans le tableau ci-après; les températures de l'eau indiquées dans chaque cas correspondent à des indications de 0 et 16° C du thermostat extérieur.

TABEAU 1
RÉGULATION DE COMMANDE CLASSIQUE

	air chaud	radiateurs	panneaux de sol
Jour.....	71 - 46° C	71 - 29° C	49 - 21° C
Nuit et fin de semaine	42 - 33° C	46 - 21° C	43 - 19° C
Arrêt de nuit...	16 h à 7 h	16 h à 6 h	14 h à 4 h
Régulation inférieure	thermostat de jour 17° C	—	—
	thermostat de nuit 7° C	—	—
Reprise matinale	—	—	0 h 01 - 3 h 10 pour une température inférieure à 2° C

On a constaté que les besoins calorifiques moyens des trois systèmes étaient estimés approximativement dans le rapport 1 : 2 : 2,5, respectivement pour l'air chaud, pour les radiateurs et pour le chauffage par le sol. Tous les systèmes ont donné la même température d'air pendant les heures de classe, mais l'on a constaté des différences considérables dans les températures maintenues pendant la nuit et les week-ends. Dans les classes dotées du chauffage à air chaud, le thermostat a été remis en service à 16 h de 7° C et, abstraction faite d'une faible quantité de chaleur fournie par la batterie par convection naturelle, aucune chaleur ne pouvait être fournie avant que la température de la salle n'ait considérablement diminué. Dans le cas des radiateurs, bien que l'on ait nettement réduit le réglage, cette réduction a été en partie contre-balancée par la baisse de la température extérieure pendant la nuit, de sorte que la chaleur fournie pendant la nuit et les fins de semaine a été comparable à celle fournie pendant le jour. La température de la circulation dans le système de chauffage par le sol n'a pas été réduite considérablement la nuit, et,

du fait de l'importance de l'inertie thermique du sol, la baisse de température nocturne dans la classe a été insignifiante. L'examen de la différence de température moyenne maintenue pendant la semaine a montré qu'alors que les systèmes à air chaud donnent 7° C, les chiffres correspondants pour les systèmes de chauffage à radiateurs et par le sol sont respectivement de 10° C et 12° C. Les déperditions de chaleur des classes ont varié proportionnellement à ces dernières températures, et il est apparu que les différences de consommation peuvent être attribuées en grande partie aux niveaux moyens de température maintenus dans les locaux.

Dans la seconde phase des essais, les systèmes ont été conduits d'une manière aussi intermittente que possible, afin de voir quelles peuvent être les réductions de consommation réalisées. Les systèmes à air chaud fonctionnaient déjà antérieurement d'une façon très intermittente, et les seules améliorations qui ont pu être apportées ont consisté à abaisser pendant la nuit les températures de circulation pour réduire au minimum l'émission de chaleur par convection naturelle et à abaisser le réglage du thermostat de nuit jusqu'à la limite imposée par la nécessité de protéger les canalisations d'eau froide contre le gel. Les réglages de fonctionnement de jour du système à radiateurs ont été conservés, mais le réglage de nuit a été ramené invariablement à 21° C; il a été constaté par la suite que l'installation doit être mise en marche deux heures plus tôt le matin pour permettre d'obtenir la température exigée dans les classes à l'ouverture de l'école. Dans le chauffage par le sol les réglages de jour, ont été conservés mais la nuit il n'y a eu pratiquement aucune fourniture de chaleur, et pour obtenir les températures de jour requises par temps froid, on a eu recours le matin de bonne heure à un chauffage poussé à la température de circulation maximum. On a pu noter ainsi qu'avec ces modifications, les besoins calorifiques hebdomadaires moyens sont passés respectivement à 1 : 1,7 : 1,6 pour les systèmes à air chaud, à radiateurs, et avec chauffage par le sol. Dans cette période, les systèmes à air chaud et avec chauffage par le sol fonctionnent d'une façon totalement intermittente, mais le système à radiateurs reçoit encore une certaine quantité de chaleur la nuit; de nouvelles études ont montré qu'avec un fonctionnement entièrement intermittent du système à radiateurs, le rapport des consommations de chaleur devient 1 : 1,3 : 1,6.

Les études que nous venons de décrire ont trait aux besoins calorifiques des classes; l'extrapolation de ces résultats avec chauffage, par les différentes méthodes, de la totalité des locaux d'une école, requiert un examen plus complet. Les calculs déterminant les besoins calorifiques de classes dotées du système à air chaud peuvent être appliqués à tous les systèmes de chauffage à régulation rapide dont la production de chaleur pendant la nuit est négligeable; de même, un système de chauffage électrique par le sol utilisé pendant le jour est analogue aux panneaux à eau chaude fonctionnant par intermittence utilisés pendant les essais. Un système de chauffage central à eau chaude chauffée au mazout, dont la chaudière est arrêtée la nuit, aura sans doute, des chiffres de consommation s'approchant de ceux obtenus pour la marche par intermittence. Toutefois, avec une chaudière à combustible solide, il faut consommer du combustible pour la marche à vide avec la chauffe manuelle ou pour le mécanisme d'allumage avec un chargeur automatique et il faut tenir compte de ces consommations. Des visites faites à de nombreuses installations ont montré que les cadences d'allumage sont souvent, avec les chargeurs automatiques, de l'ordre de dix minutes par heure, ce qui correspond à environ 15 % de la charge maximum, quoique certains ingénieurs se soient efforcés de ramener ce rapport à 5 %. Il a été possible de juger, en partant des résultats obtenus avec différents réglages de l'appareillage de régulation, de l'effet que cette marche à vide peut avoir en pratique. Dans le tableau ci-après, les besoins calorifiques estimés

pur une saison de chauffage type en Angleterre sont indiqués en fonction du système de chauffage et du degré d'intermittence; les chiffres de besoins saisonniers sont donnés en kcal par kilocalorie heure de puissance calorifique nominale; les chiffres peuvent être interprétés comme le nombre équivalent d'heures de fonctionnement à la puissance nominale.

TABLEAU 2

BESOINS CALORIFIQUES SAISONNIERS ESTIMÉS
(kilocalories par kcal/h de puissance calorifique nominale)

	air chaud	radiateurs	panneaux de sol
Entièrement intermittent.....	780	990	1260
Avec 5 % de marche à vide	960	1080	1350
Avec 10 % de marche à vide	1140	1170	1410
Avec 15 % de marche à vide	1320	1260	1500
Avec les réglages classiques de régulation automatique	—	1620	1890

Il convient d'observer qu'il n'a pas encore été tenu compte du rendement de la production de chaleur dans les chaudières; cet aspect de la question est examiné dans le chapitre suivant, qui traite des consommations de combustible dans la pratique). Le tableau montre l'économie considérable qui peut être obtenue avec les systèmes à radiateurs et à panneaux de sol par l'adoption d'une plus grande intermittence, par la correction des réglages de la régulation et par la réduction des durées de marche; il montre également qu'en fonctionnement entièrement intermittent, le système à air chaud, dont le thermostat coupe l'admission de la chaleur quand l'accroissement de la température dû au soleil ou à la chaleur animale est considérable, et permet une économie appréciable par rapport au système avec radiateurs.

Bien que des résultats concordants aient été obtenus dans deux classes avec les différents systèmes de chauffage, il faut évidemment faire quelques réserves en ce qui concerne l'extrapolation générale des résultats sur la totalité des écoles du territoire anglais. En outre, ces essais spécialisés n'ont pas porté sur le rendement de la production de la chaleur; pour obtenir des renseignements plus complets sur les systèmes appliqués, une enquête a été entreprise sur les consommations de combustibles constatées effectivement dans les écoles.

ENQUÊTE SUR LES CONSOMMATIONS DE COMBUSTIBLE DANS LES ÉCOLES D'APRÈS-GUERRE

Les autorités locales de toute l'Angleterre ont été invitées à fournir des renseignements sur les consommations de combustible dans les écoles d'après-guerre et à donner des détails complets sur le bâtiment et l'installation de chauffage. Les détails demandés ont compris entre autres la surface des sols, les caractéristiques de la construction, les puissances calorifiques nécessaires au chauffage des locaux et au chauffage de l'eau, le type de combustible utilisé, la méthode d'alimentation et de régulation des chaudières, le type d'installation de chauffage et les détails des dispositifs de régulation et enfin les consommations de combustible au cours des trois dernières années. Au total, quelque 150 réponses

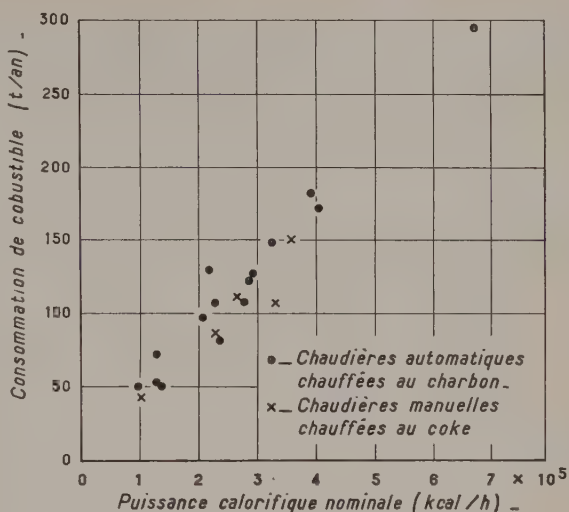


Fig. 6 — Consommation annuelle de charbon et de coke avec les systèmes à panneaux de sol.

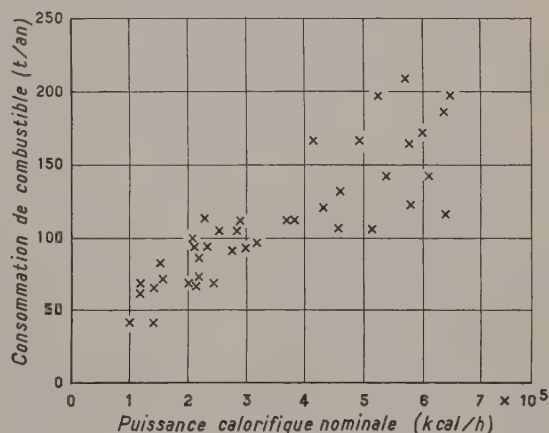


Fig. 7 — Consommations annuelles de coke avec des radiateurs et des convecteurs.

ont été recueillies concernant un grand nombre de combinaisons de types de combustibles et de systèmes de chauffage. Les consommations de combustible ont été examinées en fonction de la surface du sol des écoles, ainsi qu'en fonction de la puissance calorifique nominale [2]; ces paramètres ne tiennent pas compte de tous les facteurs susceptibles d'influer sur la consommation de combustible; par exemple, ils ne tiennent pas compte de l'apport de chaleur solaire au travers des vitres, mais dans l'ensemble, il a été constaté que les consommations de combustible présentent une forte corrélation avec ces paramètres. La puissance calorifique nominale donne une corrélation un peu meilleure que la surface de sol, et c'est elle que nous avons adoptée comme base dans le présent mémoire. Deux exemples de la corrélation obtenue sont représentés dans les figures 6 et 7. La figure 6 donne les résultats pour les systèmes de chauffage par le sol: on voit que la corrélation est assez bonne. La figure 7 indique les consommations annuelles de coke pour des radiateurs et

convecteurs — ici il apparaît que la consommation dans les écoles importantes est proportionnellement bien moindre que dans les petites écoles et il a été nécessaire de séparer les résultats sur cette base. Les consommations de combustible saisonnières moyennes en kilocalories par kcal/h de puissance calorifique sont indiquées ci-après dans le tableau 3 pour les divers combustibles et systèmes.

TABLEAU 3
CONSOMMATION SAISONNIÈRE DE COMBUSTIBLE
(kilocalories par kcal/h de puissance nominale)

Puissance calorifique nominale (kcal/h)	air chaud	radiateurs	panneaux de sol
	< 315000 >	< 315000 >	< 315000 >
Coke.....	—	2500 1900	— —
Houille.....	2400 2200	3200 2900	3200 2900
Gaz.....	—	2100	— —
Mazout.....	—	2000	— —
Électricité (panneaux alimentés hors pointe).	—	—	— 1750

Ces consommations s'appliquent au combustible nécessaire au chauffage d'ambiance et au chauffage de l'eau, mais ce dernier ne représente qu'une faible fraction de la charge totale, de sorte que l'on peut établir une comparaison avec les besoins calorifiques saisonniers estimés, indiqués au tableau 2. Considérons tout d'abord les chiffres relatifs aux panneaux de sol électriques alimentés en dehors des heures de pointe : ces panneaux utilisent l'électricité à bon marché disponible le soir et la nuit, ils chauffent la dalle de sol, et assurent une certaine émission pendant le jour. Les mesures de température effectuées avec ces systèmes montrent qu'en fait la température varie peu dans les 24 heures. C'est également le cas pour les radiateurs et panneaux de sol à régulation classique dans les essais spéciaux, et on voit que les besoins calorifiques estimés dans le tableau 2 sont assez voisins de la valeur constatée avec ces systèmes, c'est-à-dire 1750. Dans le cas présent, la chaleur est évidemment fournie à 100 % de rendement, de sorte que les valeurs des tableaux 2 et 3 peuvent être comparées directement. Avec d'autres combustibles, une partie seulement du pouvoir calorifique du combustible est fournie sous forme de chaleur utile, et il faut s'attendre à ce que les chiffres du tableau 3 soient proportionnellement plus élevés que ceux du tableau 2.

Considérons maintenant les résultats obtenus avec les systèmes à radiateurs et avec les panneaux de sol chauffés avec utilisation du charbon et du coke ; on voit que la quantité de chaleur fournie avec le coke est sensiblement moindre qu'avec le charbon. Or, les systèmes essayés utilisant le coke sont à alimentation et régulation manuelles, tandis que les systèmes à houille sont à chauffe et à régulation automatiques. Plusieurs des installations chauffées à la houille ont été visitées, et on a constaté que les conditions de régulation sont en général comparables à celles utilisées dans les essais spéciaux, avec très peu de réduction effective pour la nuit ; en outre, les durées de fonctionnement sont beaucoup plus élevées qu'il n'est nécessaire. Compte tenu d'un rendement de 60 %, par exemple, les consommations de combustible observées avec ces systèmes concordent raisonnablement avec les consommations de chaleur estimées avec les conditions de régulation primitives du tableau 2. On a constaté également que les installations chauffées au gaz et au mazout utilisent en général des taux de réglage plus élevés qu'il n'est néces-

saire et que l'on ne tire pas suffisamment parti de leur souplesse naturelle.

Les consommations de charbon dans les systèmes à air chaud sont remarquablement moindres que celles utilisant les radiateurs ou les panneaux de sol. Cela ne signifie pas nécessairement que les réglages de nuit de la température de la circulation d'eau aient été essentiellement différents, car dans le cas des appareils à air chaud, le ventilateur n'entre en action que si la température de la salle exige de la chaleur. Dans certains cas, toutefois, pour économiser sur le prix de l'installation, on a omis les dispositifs permettant de ramener en arrière le thermostat pour la nuit, ce qui est une cause d'augmentation inutile de la consommation de combustible.

La conclusion générale à tirer de ces études est que l'on peut réaliser une économie considérable de combustible en adoptant un fonctionnement plus intermittent. Beaucoup de systèmes utilisent des réglages de nuit inutilement élevés, avec une alimentation automatique des systèmes chauffés au charbon, la durée de fonctionnement à la chaudière est souvent plus élevée qu'il n'est nécessaire. Avec un fonctionnement entièrement intermittent, on peut escompter que le système à air chaud donne une consommation minimum ; avec l'emploi de radiateurs la consommation augmente d'environ 25 % et avec les panneaux de sol, de quelque 50 %. À noter qu'avec des systèmes à combustibles solides exigeant un fonctionnement au ralenti la nuit, les différences entre les consommations de combustibles de ces systèmes sont moindres.

Il est intéressant de considérer les conditions dans lesquelles les économies procurées par le chauffage intermittent peuvent en fait se produire. La puissance calorifique nominale est calculée dans l'hypothèse de conditions de régime qui sont prises sur une base journalière moyenne. En réalité, l'occupation n'a lieu que pendant le jour, au cours duquel la déperdition de chaleur d'un bâtiment léger (y compris la déperdition au travers des vitres) est plus faible que dans l'hypothèse du calcul ; en outre, en pratique la perte par ventilation pendant les heures d'occupation est, on l'a vu, souvent inférieure à la valeur adoptée pour le calcul ; au cours de la nuit, dans le local fermé, elle sera également moindre. En outre, pendant le jour, il y a un apport de chaleur par les occupants et par le soleil. Ainsi, même si le facteur « durée » est celui qui a servi de base au calcul, un chauffage dimensionné strictement sur les bases de ce calcul laissera une marge (dans les systèmes à air chaud, cette marge peut atteindre 30 %). Bien entendu, par temps doux l'excédent de puissance se trouve accru.

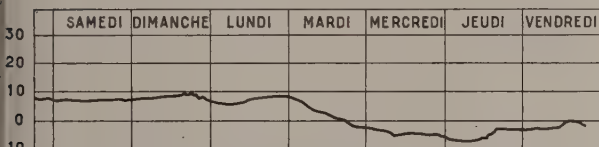
ÉTUDES COMPLÉMENTAIRES RÉCENTES

Les études de la B.R.S. concernent essentiellement l'ambiance produite par les différents systèmes et les consommations de combustible dans les installations expérimentales ; et dans la pratique. Compte tenu des dépenses courantes et des frais d'installation, il est apparu que dans les régions où le prix du charbon est élevé, une chaudière chauffée au mazout utilisée par intermittence avec un système à air chaud ou éventuellement à radiateurs peut présenter de l'intérêt. Le Ministère a fait installer un chauffage à air chaud fonctionnant au mazout à l'aide duquel on a pu faire des essais ; ce système a été étudié de façon à exploiter au maximum les possibilités du chauffage intermittent. Par exemple, la puissance calorifique installée a été portée au-dessus de la puissance calorifique nominale, en adoptant une surpuissance pour la période de préchauffage, le système fonctionnant à la température de circulation maxima ; en outre, un thermostat extérieur à basse température a permis de mettre le système en marche plus tôt en cas de besoin. Les résultats de ce

essais ont été publiés [5], et nous signalerons simplement ci deux des résultats principaux. La puissance calorifique du combustible utilisé pendant la saison s'élevait à 1100 kilocalories par kcal/h de puissance nominale; or, d'après le tableau 2, les besoins calorifiques pour un chauffage à air chaud à fonctionnement intermittent sont estimés à 780, de sorte que si l'on admet un chiffre de rendement de 70 %, la consommation de combustible observée concorde bien avec la valeur estimée d'après les premiers essais.

Le degré d'intermittence obtenu avec les systèmes chauffés au mazout ressort clairement des enregistrements de température. La figure 8 donne les températures intérieure et extérieure pendant une semaine d'hiver, avec un temps couvert et des averses de neige intermittentes. Le système a été actionné manuellement le samedi, fonctionnant sous l'action de la régulation de gel le lundi matin et mis en marche

Température extérieure (mur N.E.)
27 janvier — 3 février 1956



Température intérieure - 27 janvier - 3 février 1956.

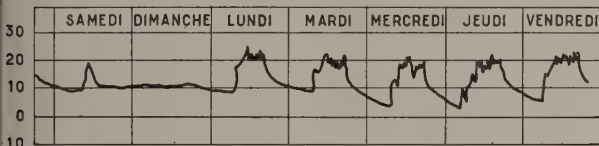


Fig. 8 — Cycle de température avec un chauffage à air chaud au mazout.

chaque jour par l'action d'un thermostat extérieur par temps froid. On voit que les températures de jour nécessaires sont maintenues, mais que la température moyenne du bâtiment est bien inférieure au niveau prévu. L'économie de consommation de combustible qui en résulte ressort clairement des chiffres signalés.

MODE GÉNÉRAL DE CHAUFFAGE DES ÉCOLES

Avant la guerre, la plupart des systèmes de chauffage des écoles utilisés en Angleterre étaient des systèmes à eau chaude avec chaudières à combustibles solides, alimentés manuellement au coke et dans certains cas à la houille avec chargeurs automatiques. Le chauffage d'ambiance était obtenu le plus souvent par radiateurs, ou par tuyaux à ailettes dans quelques vieilles écoles, mais il y avait déjà des installations utilisant des panneaux enrobés. Dans les petites écoles de village, on utilisait des cheminées et des poêles.

Le coût de la main d'œuvre et sa raréfaction dans les années qui suivirent ont entraîné des difficultés dans la conduite, l'entretien et l'exploitation des installations à combustibles solides, et on a eu tendance à utiliser le gaz et l'électricité qui, quoique plus coûteux, exigent moins de main d'œuvre. Un autre facteur qui a joué un rôle croissant dans le choix des systèmes de chauffage au cours de ces dernières années a été le désir de réduire au minimum la pollution atmosphérique, et à ce point de vue l'emploi du gaz et de l'électricité

sont séduisants. L'expérience montre toutefois, et l'enquête sur les consommations de combustible l'a surabondamment démontré, que les dépenses courantes avec les chaudières à gaz ou à électrodes chauffantes sont trop élevées pour être acceptables; on a essayé le chauffage électrique par le sol en utilisant l'électricité fournie à bon marché aux heures creuses, mais, ainsi que l'a montré l'enquête, les dépenses d'exploitation sont encore élevées. La toute dernière méthode d'utilisation de l'électricité des heures creuses pour le chauffage des locaux consiste à avoir des appareils à grande capacité d'accumulation dont on élève la température pendant la nuit; ces systèmes peuvent être conçus de telle sorte qu'une plus grande partie de l'émission de chaleur se produise avec des planchers chauffants pendant les heures d'occupation; par suite leur consommation doit être sensiblement plus faible. Il est possible que dans certaines circonstances particulières ces systèmes puissent être envisagés.

L'intérêt du chauffage intermittent souligné par les études détaillées donne à penser que les chaudières à mazout alimentant un système à faible inertie tel que les appareils à air chaud ou à la rigueur des radiateurs peut, dans certaines régions, concurrencer les combustibles solides. Les essais effectués par le Ministère ont fait apparaître les résultats que l'on peut obtenir. Dans certaines régions, le combustible solide peut être moins onéreux, et dans ce cas on peut obtenir un fonctionnement économique en veillant aux conditions de marche à vide et au programme de la régulation. Toutefois le mazout se répand de plus en plus et on estime qu'à l'heure actuelle 15 % environ de la totalité des besoins de combustibles de l'Angleterre sont couverts par le combustible liquide. En ce qui concerne les méthodes de distribution de la chaleur, l'intérêt se porte sur les systèmes à air chaud pulsé, et Oliver dans son récent mémoire [3] établit l'ordre de référence suivant à cet égard :

- appareils à air chaud pulsé,
- convecteurs,
- radiateurs,
- panneaux de murs, de plafond et de sol.

Dans les petites écoles, on étudie un certain nombre de solutions intéressantes. Par exemple, on emploie dans les classes des calorifères à mazout à convection naturelle ou forcée; il est prévu des conduits de fumées individuels et le mazout peut être entreposé dans chaque local ou fourni par un réservoir commun. On a utilisé également des appareils à air chaud fonctionnant au gaz, chaque appareil possédant son propre conduit de fumée, on a également essayé des radiateurs à gaz à conduits équilibrés dans lesquels l'air carburant est prélevé à l'extérieur et les produits de la combustion renvoyés à l'extérieur.

Dans la présente communication, notre but a été de décrire les recherches récentes sur le chauffage et la ventilation des écoles en Angleterre, et d'indiquer les tendances qui se manifestent au stade de la conception et dans la pratique. Il ne faut pas perdre de vue, par ailleurs, de plus grandes incidences. En Angleterre, l'école n'est occupée en général que pendant 25 % des heures de chaque semaine, et nous avons vu les possibilités d'économie qui en résultent avec le chauffage intermittent. Beaucoup d'autres bâtiments ne sont pas occupés beaucoup plus longtemps, et s'ils sont de construction légère, des économies considérables peuvent être réalisées. Lorsqu'on utilise une régulation automatique, il importe particulièrement de veiller à ce que son programme soit établi de manière à réaliser la qualité de chauffage requise avec le maximum d'économie; un système de régulation mal réglé ou une durée excessive de fonctionnement de la chaudière peuvent entraîner des accroissements considérables des consommations de combustible.

(Publié avec l'autorisation du Director of Building Research.)

BIBLIOGRAPHIE

- [1] WESTON (J.-C.) : School Heating Research (Recherches sur le chauffage des écoles), J. Inst. Heat. Vent. Eng. 1953, 20, 459-494.
- [2] DICK (J.-B.) : Experimental and Field Studies of School Heating (Études expérimentales et pratiques de chauffage des écoles), J. Inst. Heat. Vent. Eng. 1955, 23, 88-123.
- [3] OLIVER (L.) : Current Practice in School Heating (La pratique courante en matière de chauffage des écoles), J. Inst. Heat. Vent. Eng. 1957, 25, 77-110.
- [4] Fuel Consumptions in Schools (Consommations de combustible dans les écoles), Building Bulletin N° 13, Ministry of Education 1955, H.M.S.O., London.
- [5] Test with Oil-Fired Warm Air System (Essai de système à air chaud chauffé au mazout). First supplement to Building Bulletin N° 13, Ministry of Education, 1957, H.M.S.O., London.

M. Le Président MISSENARD. — Je félicite M. Dick et je le remercie de sa conférence extrêmement intéressante. Je pense qu'il vaut mieux reporter la discussion d'ensemble à demain après-midi. Toutefois, avez-vous des renseignements complémentaires à demander au conférencier sur son exposé?

DISCUSSION

M. LE PRÉSIDENT MISSENARD. — Je demande à M. DICK de nous préciser la température considérée la meilleure dans la salle de classe et à quel niveau.

M. DICK. — Température de 16° C, à un mètre.

M. LE PRÉSIDENT MISSENARD. — Quel est le renouvellement horaire par élève à l'heure?

M. DICK. — Le règlement demande six renouvellements par heure.

M. MARCQ. — Après examen du diagramme de la figure 1, je désirerais savoir dans quelles conditions de température extérieure ce diagramme a été établi?

M. DICK. — Les relevés ont été effectués lors de températures extérieures de + 4° à + 6° C.

M. MARCQ. — M. DICK vient de dire que la température désirée est de 16°, mais si je consulte le diagramme de la figure 8, j'y vois plutôt maintenir une température de 20°.

M. DICK. — Il y a probablement eu une erreur dans la transformation des unités.

M. MARCQ. — Je voudrais encore demander à M. DICK qu'il précise, dans la mesure du possible, le mode de construction des bâtiments sur lesquels les essais ont été faits : l'inertie du bâtiment a une influence considérable.

M. DICK. — Les bâtiments étaient sur terre-plein et munis de grandes surfaces vitrées, les murs extérieurs étaient en blocs préfabriqués de béton avec une isolation thermique complémentaire du côté intérieur.

LA PRATIQUE AMÉRICAINE DU CHAUFFAGE ET DE LA VENTILATION DES ÉTABLISSEMENTS SCOLAIRES

par **J. Mc ELGIN**

Vice-President and Chief Engineer of John J. Nesbitt, Inc. (U.S.A.).

M. le Président MISSENGARD. — L'Ingénieur John Mc Elgin est diplômé de l'Institut de Technologie de Philadelphie. Licencié en sciences et mécanique, il débuta aux Établissements John Nesbitt dans les services de recherches pour en devenir ingénieur en chef et le vice-président.

Il est l'auteur de nombreux brevets concernant le chauffage et la ventilation et de communications présentées à l'A.S.H.A.E. Sa communication, fort intéressante, est un reflet fidèle des tendances actuelles de l'industrie américaine. Elle va être présentée par M. Cadiergues.

L'accroissement de la population aux États-Unis depuis la deuxième guerre mondiale, s'ajoutant aux déplacements de population (généralement vers les régions suburbaines) et à l'état de désuétude des anciens bâtiments, a créé un besoin toujours croissant de nouveaux bâtiments pour les écoles publiques. En 1948, première des années de grandes constructions d'après guerre, environ vingt mille classes primaires et secondaires furent ajoutées aux installations alors existantes. En 1958, la cadence des constructions nouvelles s'est élevée à soixante-dix mille salles de classes par an, et elle est destinée à croître encore si l'on veut pouvoir satisfaire les besoins futurs prévus.

Le nombre de classes a été adopté comme indice du niveau des constructions scolaires parce que les classes constituent la plus grande partie des bâtiments envisagés. Il est évident qu'il faut y ajouter, en réalité, des locaux administratifs, des

salles de réunion, des gymnases et des locaux à usages spéciaux, suivant les besoins.

Ainsi qu'il fallait s'y attendre avec un aussi vaste programme réparti sur un pays qui présente des conditions climatiques très variées, et reflétant les conceptions d'un grand nombre d'architectes, il a été créé une variété presque infinie de types de bâtiments scolaires. Contrairement à beaucoup d'écoles d'avant-guerre, celles d'après guerre sont loin d'être établies suivant un type unique.

En dépit de cette variété, certains éléments sont communs à l'ensemble des réalisations. La construction d'écoles intercommunales pour des circonscriptions scolaires voisines, au lieu d'écoles individuelles, a eu pour résultat d'augmenter le nombre de classes par école. De ce fait, et du fait de l'adoption de plans comprenant des classes sur un seul niveau, réunies par des ailes, des passages et des couloirs, les classes

RÉSUMÉ

La variété des conditions climatiques dans un pays aussi vaste que les États-Unis a conduit à une grande variété de types de bâtiments et à une égale variété de systèmes de chauffage et de ventilation. D'une façon générale, la ventilation d'une école ne peut être assurée d'une façon suffisante par l'ouverture des fenêtres. D'autre part les besoins calorifiques d'une salle de classe sont très variables et tout différents de ceux des locaux d'habitation (déperditions importantes, apports dus au soleil, aux occupants, à l'éclairage, problème de la fenêtre froide) et la ventilation doit souvent assurer le rafraîchissement des classes, même en hiver. Les systèmes de chauffage et de ventilation utilisés peuvent se diviser en deux groupes :

— les systèmes centralisés, avec installation centrale d'alimentation en air et de chauffage et distribution aux classes par conduits; la commande pour tenir compte des besoins individuels des divers locaux en est difficile;

— les systèmes décentralisés, comportent un groupe de ventilation pour chaque local; leur réglage est individuel et ils permettent de résoudre le problème de la fenêtre froide. 70 % des classes nouvelles sont dotées d'installations de ce type.

SUMMARY

The variety of climatic conditions in a country as wide as the United States has resulted in a great variety of types of school buildings and a like variety of heating and ventilation systems. In general, schools cannot be adequately ventilated by the open window system. On the other hand, the heating requirements of a class-room are very variable and quite different of those of a home (important losses, gains due to the sun, to occupancy, to lighting; cold window problem) and the ventilation system has often to be used for cooling, even in winter. The heating and ventilation systems used can be grouped into two classifications;

— central systems, with a central plant for air supply and heating, and distribution to the class-rooms through ducts; their control according to the individual requirements of the various spaces is difficult;

— unitary systems : with a unit ventilator for each room; their control is individual and they solve the cold window problem. 70 per cent of new-built class-rooms are equipped with plants of this type.

se sont étalées sur de plus vastes surfaces. Pratiquement tous les plans font un large usage du verre sur les murs extérieurs. Une grande partie du mur extérieur est vitrée et le terme de « mur-fenêtre » correspond mieux à la réalité que le terme de « fenêtre ».

Comme nous le verrons, l'extension des bâtiments scolaires sur une surface plus grande et le large emploi du verre ont exercé une influence considérable sur l'ensemble du système de chauffage et de ventilation ainsi que sur le mode de traitement exigé à l'intérieur de la salle de classe elle-même.

De même qu'il existe une large variété de types de bâtiments, il y a également, compte tenu des matériels sur le marché, et des idées des constructeurs, une variété considérable de systèmes de chauffage et de ventilation qui peuvent être et sont employés. La présentation de tous ces systèmes, et plus encore l'examen détaillé d'un système quelconque à partir du point de production de la chaleur, sortirait largement du cadre du présent article. Nous porterons essentiellement notre attention au contraire sur les points suivants :

- a) besoins de la grande ventilation du système;
- b) systèmes de ventilation les plus couramment utilisés;
- c) examen des fluides chauffants;
- d) discussion des méthodes de réglage de la température.

DÉFINITION DU SYSTÈME DE CHAUFFAGE ET DE VENTILATION

Comme notre objet est essentiellement de traiter des problèmes posés par les salles de classe et autres locaux scolaires à grande densité d'occupation, il convient de définir dès à présent ce qu'il faut entendre par un système de chauffage et de ventilation approprié à ces locaux. Nous le désignons souvent sous le nom de « ventilation commandée », ce qui signifie que le système est capable de réaliser les conditions exigées, sur lesquelles nous reviendrons, grâce à une commande automatique.

Un système de chauffage et de ventilation pouvant convenir pour les écoles est un système capable de créer une température intérieure convenable dans des conditions extérieures de base, et qui introduit d'une façon continue pendant les périodes d'occupation la quantité d'air extérieur nécessaire pour maintenir les odeurs à un minimum acceptable, et enfin, qui est capable d'assurer le rafraîchissement naturel (par l'introduction d'air extérieur) pour combattre les apports de chaleur intérieurs incontrôlés dans les conditions estivales de base.

Bien entendu, le système doit satisfaire à d'autres conditions importantes, mais notre but essentiel est de souligner qu'un système approprié de chauffage et de ventilation doit également fonctionner comme système de rafraîchissement naturel, car ce sont généralement les conditions d'été qui fixent le débit d'air. Ce sont d'ailleurs les besoins de rafraîchissement qui prévalent pendant la plus grande partie des heures d'occupation, au cours de l'année scolaire.

Dans toute région où la température extérieure est inférieure à 13° C pendant la plus grande partie des heures d'occupation de l'année scolaire, le système de chauffage et de ventilation convenant pour les écoles est en principe un système à introduction d'air plutôt qu'un système qui emploie l'extraction d'air pour répondre aux besoins de ventilation. La distinction relative à la température extérieure provient de ce que, dans certaines régions du sud des États-Unis, la température est si constamment douce qu'il est d'usage d'évacuer de grandes quantités d'air par les fenêtres ouvertes, ou d'étudier les bâtiments en vue de la circulation naturelle afin d'assurer un

rafraîchissement naturel. Mais il existe aussi des régions où le principe de rafraîchissement naturel lui-même est impuissant à assurer le confort et où la seule solution pratique réside dans l'emploi du rafraîchissement mécanique.

Avec les hivers rigoureux qui sévissent dans la plus grande partie du pays, le « système de la fenêtre ouverte » ne saurait constituer un système convenable de chauffage et de ventilation pour les écoles. Les fenêtres ouvertes produisent des courants d'air froids sauf si la température est très douce; elles laissent pénétrer librement les bruits et la poussière de l'extérieur, et le réglage de l'ouverture des fenêtres en fonction des variations de la température extérieure et des vents est à peu près impossible à réaliser. Dans la réalité, les bâtiments où l'on se base sur l'ouverture des fenêtres fonctionnent en système clos, avec simplement une ventilation occasionnelle à la discrétion du maître.

Cependant, quels que puissent être ses défauts, le système basé sur l'ouverture des fenêtres est souvent employé pour des raisons d'économie. En fait si le système de chauffage est étudié et commandé de manière à produire des conditions satisfaisantes lorsqu'il est nécessaire de chauffer, l'économie de frais d'établissement escomptée avec la ventilation naturelle ne se concrétise souvent pas. Peu nombreux sont les ingénieurs d'études américains qui considèrent comme satisfaisant le système basé sur l'ouverture des fenêtres.

Les systèmes d'extraction d'air sont, évidemment, employés régulièrement dans les écoles pour compléter les systèmes d'introduction d'air, soit pour obtenir une aspiration locale efficace, comme dans les laboratoires, les cuisines et les toilettes, soit pour favoriser la circulation de l'air dans les grandes espaces, tels que salles de réunion ou gymnases. Dans les classes, un système combiné ne se justifie pas. Un système d'introduction d'air convenablement étudié assurera toute la circulation d'air nécessaire, et une simple bouche de communication avec le couloir permettra l'échappement de l'air de ventilation.

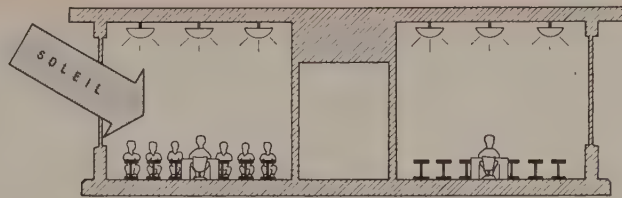
MÉTHODE DE VENTILATION

L'installation dans les écoles publiques des États-Unis des systèmes de chauffage et de ventilation à air pulsé, si elle n'est pas universellement adoptée, est néanmoins très répandue. Sur les soixante-dix mille salles de classe publiques ouvertes en 1958, on estime que plus de 70 % étaient dotées de la ventilation à air pulsé, et dans les cas de ce genre, cette méthode était également utilisée dans d'autres locaux à grande densité d'occupation : salles de réunion, gymnases et locaux analogues.

Ce système est dicté en partie par des règlements d'État ou locaux relatifs à la ventilation des écoles publiques, et résulte en partie de ce qu'il est reconnu nécessaire par les ingénieurs architectes et fonctionnaires des circonscriptions scolaires.

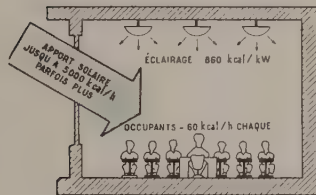
Seize États de l'Union possèdent des règlements stipulant la quantité d'air extérieur qui doit être introduite par occupant pour assurer le minimum de ventilation. Ce minimum varie de 25 m³/h par occupant à 7 m³/h; il est le plus souvent de 17 m³ (10 cm). Dans la moitié environ de ces États, les règlements vont au-delà de ces minima pour la ventilation (basés uniquement sur la lutte contre les odeurs) et stipulent également la quantité totale minimum qui doit être introduite.

Cette spécification d'une quantité d'air totale supérieure au minimum de ventilation revient évidemment à tenir compte du problème du rafraîchissement, parce qu'il est évidemment facile d'introduire cette quantité totale prélevée à l'extérieur quand le rafraîchissement est nécessaire. Les quantités totales d'air sont exprimées en pieds cubes par minute et par occupant ou en nombres de renouvellement de l'air du local par heure.



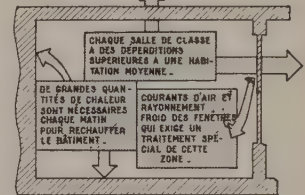
- GRANDES SURFACES DE VITRAGE - APPORTS SOLAIRES IMPORTANTS ET VARIABLES - APPORTS ET DÉPÉDITIONS CONSIDÉRABLES .
- OCCUPATION DENSE ET VARIÉE .
- ÉCLAIRAGE ARTIFICIEL INTENSE .
- EXPOSITIONS VARIÉES .
- USAGE INTERMITTENT .

CES CONDITIONS EXIGENT DU RA Fraîchissement .



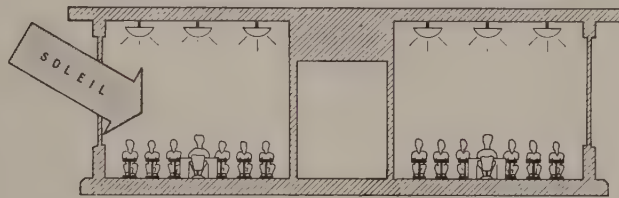
LES BESOINS FRIGORIFIQUES NÉCESSAIRES POUR ÉVITER LA SURCHAUFFE D'UNE SALLE DE CLASSE EXPOSÉE AU SOLEIL AVEC 7°C À L'EXTÉRIEUR PEUT ATTEINDRE 6000 kg/h .

CES CONDITIONS EXIGENT DU CHAUFFAGE



LE CHAUFFAGE EST NÉCESSAIRE POUR LE RÉCHAUFFAGE DU MATIN POUR MAINTENIR DES TEMPÉRATURES ADEQUATES PENDANT LES PÉRIODES DE NON OCCUPATION ET LOCALEMENT DANS LA ZONE VOISINE DES FÊTRES, PAR TEMPS FROID .

LES PROBLÈMES SONT DIFFÉRENTS DANS CHAQUE LOCAL DE L'ÉCOLE



CETTE CLASSE A BESOIN RA Fraîchissement

CETTE CLASSE A BESOIN DE CHAUFFAGE

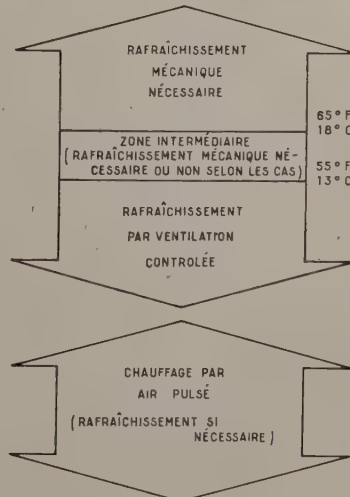
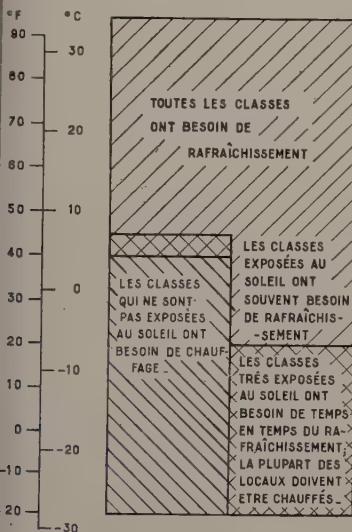


Fig. 2. — Besoins de rafraîchissement et de chauffage des salles de classe occupées à différentes températures extérieures.

Lorsqu'il existe des règlements de ventilation, ils font généralement partie du guide général de construction des écoles, qui contient des normes minima pour d'autres éléments, par exemple l'éclairage, la densité d'occupation (surface de plancher par élève), les hauteurs de plafond, les surfaces de fenêtres etc... Aucune de ces normes minima pour les systèmes de chauffage et de ventilation ne cherche à définir le type de système à utiliser, sauf que dans la plupart des cas les appareils de chauffage à combustion directe dans les salles de classe sont expressément interdits. Les minima sont fixés simplement sous forme de quantité d'air et de température intérieure exigée, et il appartient au technicien d'adopter le système qu'il considère comme le plus approprié. Le tableau I, extrait d'un guide de construction des écoles de Pennsylvanie, indique les normes de ventilation pour différents locaux scolaires.

Tableau I. — Code de ventilation type.
(Pennsylvanie, guide 1955).

N. B. Le code donne des indications complémentaires pour les locaux divers (laboratoires, cantines, toilettes, vestiaires, etc...).

Locaux	Air extérieur (min.)	Air total (min.)	Renouvellement d'air minimum
Salles de classe. Salles d'études. Salles de lecture.	17 m³/h par élève	51 m³/h par élève	6 vol/h
Bibliothèque. Salles de réunion ⁽¹⁾ Gymnases ⁽¹⁾ .	2 vol/h	—	6 vol/h

⁽¹⁾ Dans le calcul du volume de ces locaux on utilise un volume fictif calculé en comptant complètement les hauteurs reprises ou égales à 4,5 m et pour 1/4 ce qui est au-dessus de 4,5 m.

Dans les régions où il n'existe pas de codes précis et où les conditions économiques le permettent, les autorités dotent généralement leurs écoles de systèmes de chauffage et de ventilation appropriés. Dans certains cas, les Universités de ces régions ont, avec l'appui des autorités, publié des guides pour l'étude des écoles afin d'aider les conseils d'école dans le choix du genre d'établissement dont ils ont besoin et des installations qu'il doit comporter. La ventilation n'est qu'un des nombreux sujets figurant dans ces recommandations, qui n'ont pas de valeur légale et sont publiés uniquement pour servir de guide.

LE PROBLÈME DE LA SALLE DE CLASSE

Pendant l'ensemble de la saison de chauffage et très souvent au cours d'une même journée, les salles de classe sont soumises à des conditions très variables, auxquelles le système de chauffage doit répondre pour maintenir une ambiance thermique confortable. Le problème consiste à maintenir un équilibre thermique satisfaisant entre les déperditions et les apports calorifiques, qui existent toujours dans une salle de classe occupée. Quand les déperditions sont supérieures aux apports, le chauffage est nécessaire, et inversement, quand les apports excèdent les déperditions, le rafraîchissement est indispensable. La figure 1 indique les éléments à considérer pour maintenir le confort dans les salles de classe pendant toute la saison de chauffage.

DÉPERDITIONS

Bien que, dans beaucoup de régions, la déperdition d'une salle de classe, due en grande partie à la fenêtre, soit forte, élevée par température extrêmement basse, et bien que le système doive être capable de donner satisfaction d'une façon continue à une fraction de la puissance maximum (ou même nulle quand le rafraîchissement est nécessaire), le chauffage des salles de classe en soi ne présente aucun problème majeur. Il s'agit principalement d'assurer avec l'équipement une puissance suffisante pour remplir les conditions imposées et, au moyen d'un système de réglage, d'adapter cette puissance aux besoins des locaux dans des conditions variables. Les besoins de chauffage des locaux ne commandent jamais la dimension du système en ce qui concerne le débit d'air. De même, les besoins calorifiques ne tiennent pas compte des apports de chaleur étrangers éventuels. Le chauffage des salles de classe doit toujours être calculé sans tenir compte des apports de chaleur dus à l'occupation.

Un problème d'importance spéciale, toutefois, est celui de courants d'air froid descendants engendrés par les grandes fenêtres. A moins que des mesures appropriées ne soient prises pour les combattre, les occupants assis près des fenêtres seront exposés à des conditions très inconfortables par temps froid et même désagréables par temps d'hiver moyen.

APPORTS CALORIFIQUES

Apport scolaire.

Dans toutes les classes orientées du sud-est au sud-ouest (avec un maximum vers le sud), l'apport calorifique du soleil est le problème le plus grave auquel le système a à faire face. Non seulement, c'est l'apport le plus variable, mais en raison de l'importance de la surface vitrée (qui atteint souvent 18 m²) c'est l'apport de chaleur le plus important. L'importance de l'apport calorifique du soleil créera régulièrement la nécessité d'une grande puissance de rafraîchissement même par temps froid.

Occupation.

L'occupation d'une salle de classe varie selon le nombre d'élèves, et est souvent intermittente pendant la journée. D'une façon générale, on limite l'occupation de vingt-cinq à trente-cinq élèves, et on accorde une surface d'environ 2,25 m² par élève. L'occupation réelle est souvent supérieure aux chiffres prévus, mais il est généralement fait un effort très net pour limiter l'occupation des classes.

Éclairage.

Dans une salle de classe moyenne prévue pour trente occupants aux États-Unis, l'apport dû à l'éclairage artificiel par fluorescence est régulièrement de 2 000 W et souvent plus. Avec l'éclairage par incandescence l'apport est plus élevé. L'éclairage par fluorescence prédomine dans les écoles.

L'apport calorifique de l'éclairage coïncide toujours avec celui dû à la présence des élèves, et compte tenu de la nécessité de rideaux intérieurs pour éviter l'éblouissement, il existe presque toujours en même temps qu'un apport scolaire.

Pendant la plupart des heures de classe de l'ensemble de l'année scolaire ordinaire, la somme des apports de chaleur excède les déperditions, et c'est le rafraîchissement qui est nécessaire, notamment dans les salles placées sur les faces ensoleillées du bâtiment.

Dans les salles non exposées au soleil, l'apport de chaleur dû aux lampes, aux occupants et à la lumière solaire diffuse rend nécessaire toutes les fois que la température extérieure est égale ou supérieure à environ 7° C; avec un éclairage supérieur à l'éclairage courant et une fenêtre d'exposition peu défavorable, le rafraîchissement peut être nécessaire au-dessous de cette température. Les salles de classe ensoleillées exigent souvent un rafraîchissement pour une température extérieure de — 7° C, et dans le cas de classes fortement exposées au soleil (par exemple exposition au midi, surface de verre généralement grande et faible hauteur du soleil) peut être nécessaire de refroidir au-dessous de cette température. La figure 2 montre les conditions dans lesquelles les classes usuelles, ensoleillées et non ensoleillées construites dans le style exigent un rafraîchissement.

DÉBIT D'AIR

Le débit d'air à introduire est déterminé par les conditions de rafraîchissement en utilisant une température d'air acceptable pour l'introduction dans la salle de classe. On part de l'hypothèse que le système sera commandé de telle façon que ce débit total puisse être introduit de l'extérieur quand les apports calorifiques l'exigent et que la température de distribution acceptable le permettra.

L'exemple ci-après indique la quantité d'air généralement nécessaire pour compenser les apports calorifiques intérieurs.

Si la salle de classe « type » est en voie de disparition, une salle de 10,5 m de long, 7 m de large et 3 m de haut, exposée au soleil par son grand côté est suffisamment courante pour servir d'exemple. Dans une telle salle, la surface des fenêtres atteint souvent 18 m² et le nombre d'occupants prévu est de trente.

Apport de chaleur des occupants	(30 × 60 kcal/h)	(1 800 kcal/h)
Apport de chaleur des 2000 W d'éclairage		(1 700 kcal/h)
Apport de chaleur		(3 500 kcal/h)
Déperdition de chaleur par la fenêtre		
22° C salle de classe — 13° C à l'extérieur		(900 kcal/h)
		2 600 kcal/h
Rafraîchissement nécessaire,		

En adoptant une température de soufflage de l'air de 15° C soit 7° C de différence avec la température de la salle, le débit d'air nécessaire sera de

$$\frac{2\,600}{0,3 \times 7} = 1\,240 \text{ m}^3/\text{h}.$$

Comme le volume de la salle est de 220 m³, le renouvellement d'air par heure sera de 7,5 vol/h.

Cet exemple généralisé est destiné à montrer la façon de calculer le débit d'air total et à indiquer les valeurs ayant servi de base aux règlements exigeant 50 m³/h par occupant.

Nous avons adopté ici une température de 15° C pour l'air de soufflage parce que l'expérience a montré que même avec la meilleure méthode de distribution de l'air (le système à soufflage vers le haut) la température minimum doit être de l'ordre de 13 à 15° C pour éviter les courants d'air — la température la plus élevée étant préférable toutes les fois qu'elle est possible. En fonctionnement courant, il est essentiel que la température minimum de soufflage soit limitée par thermostat, car si le système assure le refroidissement sans tenir compte d'une limite, il en résultera des courants d'air froid.

L'utilisation du débit d'air le plus élevé améliore la répartition de la température dans la salle et prolonge la période pendant laquelle le système est utilisable pour le refroidissement naturel.

Il n'est pas possible d'exiger d'un système de refroidissement naturel qu'il soit capable d'empêcher une élévation excessive de la température (c'est-à-dire les températures intérieures, supérieures à 22-23° C) sous l'effet des apports calorifiques intérieurs quand la température extérieure est de 18° C. Le rafraîchissement naturel par un système pratique est absolument insuffisant à ces températures. Mais un système bien étudié peut fort bien y parvenir à une température extérieure de 13° C. L'intervalle de 13 à 18° C est la zone seuil. Si la température existante est constamment supérieure à 18° C il faut recourir au rafraîchissement mécanique pour maintenir le confort dans la salle de classe.

Ainsi que nous l'avons fait observer plus haut, la combinaison d'une grande fenêtre et du soleil crée le problème le plus difficile. Dans une classe orientée au midi, le bas soleil d'hiver peut, même avec des stores intérieurs, donner un apport calorifique atteignant une valeur de 270 kcal/h m² et même parfois plus.

Le calcul de l'apport de chaleur solaire pour chaque classe, orientation et heure du jour est bien entendu possible, il confirme que l'effet peut souvent être intense et est toujours variable.

En effectuant les calculs pour répondre aux besoins de pointe, on peut facilement aboutir à un système surdimensionné et susceptible de provoquer des difficultés diverses, notamment un mouvement d'air excessif. La seule solution pratique est arbitraire; elle consiste à accroître le débit d'air de façon à produire des renouvellements de 8 à 10 vol/h et à adopter une température de soufflage d'air de 13° C. Mais cette méthode elle-même ne garantit pas contre une élévation de la température de la salle dans tous les cas — on peut s'attendre à ce que dans certains cas la température de la classe s'élève à 24-26° C sous un ensoleillement prolongé. Mais elle atteindrait un niveau bien plus élevé sans l'effet de rafraîchissement naturel accru.

Ceci ne veut pas dire que toutes les salles de classe exposées au soleil atteignent automatiquement une température excessive, car, si la pointe d'échauffement ne se prolonge pas, la masse de la salle elle-même (une dalle de béton, par exemple) contribue à la stabilité. En outre, il convient d'observer que la pointe d'apport de chaleur solaire ne correspond pas aux températures douces du printemps et de l'automne. La pointe réelle se produit au milieu de l'hiver.

Mais il est impossible d'échapper à cette conclusion que la grande fenêtre pose un réel problème d'apport calorifique solaire. C'est parce qu'on le comprend de mieux en mieux que l'on s'oriente lentement vers des baies horizontales (« vision-strip ») plutôt que vers un vitrage complet de la façade.

SYSTÈMES DE VENTILATION

Les systèmes de ventilation peuvent se diviser en deux groupes :

a) les systèmes centralisés, dans lesquels l'équipement d'alimentation en air et l'équipement de pré-chauffage ou de chauffage de l'air sont centralisés en un ou plusieurs points et où la distribution aux différents locaux s'effectue à l'aide de conduits. La filtration de l'air a lieu dans la centrale. La reprise d'air est généralement utilisée et s'effectue habituellement par les couloirs;

b) le système décentralisé dans lequel l'équipement d'alimentation en air est logé dans le local ou dans son voisinage,

et le fluide chauffant — vapeur, eau chaude ou électricité — est amené aux points d'utilisation. L'introduction d'air extérieur, la reprise de l'air intérieur et le filtrage de l'air s'effectuent localement.

Les deux systèmes sont couramment utilisés dans les écoles des États-Unis, mais, ainsi qu'on le verra, on s'oriente pour beaucoup de raisons vers les systèmes décentralisés, et aujourd'hui la plupart des installations sont de ce type.

SYSTÈMES CENTRALISÉS

Le système centralisé est étudié dans chaque cas et peut varier considérablement suivant les perfectionnements jugés nécessaires par l'auteur du projet. Ces variations reflètent les variations des conditions dans lesquelles se trouvent les salles de classe et la variété des méthodes adoptées pour réaliser le réglage individuel.

Les figures 3 à 6 montrent quelques-uns des divers types de systèmes centralisés utilisés. Ces figures sont en grande partie schématiques, et ont pour objet d'identifier le système en indiquant la méthode fondamentale utilisée dans la salle de classe. Les figures donnent une idée de la nature de l'installation centrale de traitement de l'air et de chauffage, et indiquent s'il y a une distribution séparée d'air chaud et froid, et si le fluide chauffant est distribué dans les classes.

Système à air chaud à commande centralisée (fig. 3).

Ce système juste acceptable répond à certaines conditions du code, mais comme l'effet de chauffage ou de rafraîchissement est commandé centralement, il ne peut satisfaire aux

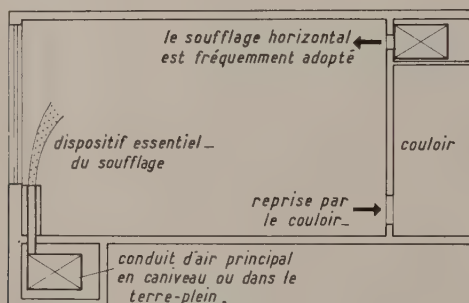


Fig. 3. — Système à air chaud à réglage central.

besoins variables des différentes salles. Le soufflage horizontal ne protège pas contre les courants d'air descendant des fenêtres. Le soufflage vertical vers le haut répartit le long de la fenêtre est préférable, mais l'absence de réglage individuel est un défaut fondamental du système.

Système à batteries individuelles (fig. 4).

Ce système perfectionné assure le réglage individuel de la température de la classe. De l'air tempéré, mélange d'air intérieur et d'air extérieur en proportions variables pouvant comporter uniquement de l'air extérieur, est introduit à la température nécessaire au rafraîchissement. Le soufflage horizontal est parfois adopté, mais la meilleure méthode de distribution de l'air et de protection contre les courants d'air descendants est le soufflage vertical vers le haut sous la fenêtre, avec bouches réparties le long de celle-ci.

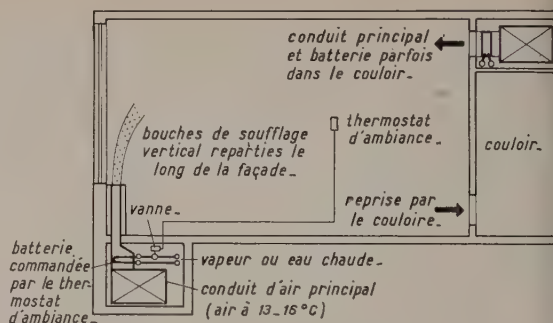


Fig. 4. — Système à batteries auxiliaires.

Système à double conduit (fig. 5).

Comme le système à batteries individuelles, c'est un système centralisé perfectionné assurant le réglage individuel de la température de la classe. Le soufflage vertical vers le haut répartit le long des fenêtres produit les meilleurs résultats. En général, c'est un système à grande vitesse dans le conduit, à cause de l'emploi de conduits séparés pour le chauffage et le rafraîchissement.

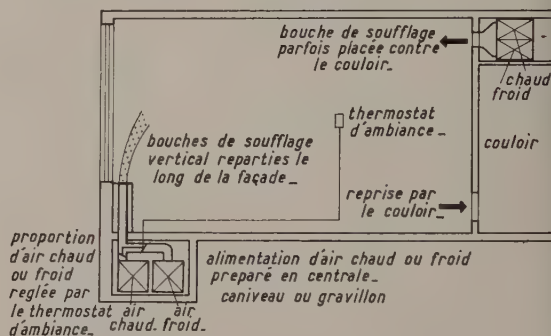


Fig. 5. — Système à double conduit.

Système à induction (fig. 6).

Dans ce système l'air primaire s'échappant par un éjecteur induit un courant secondaire d'air de la salle à travers un

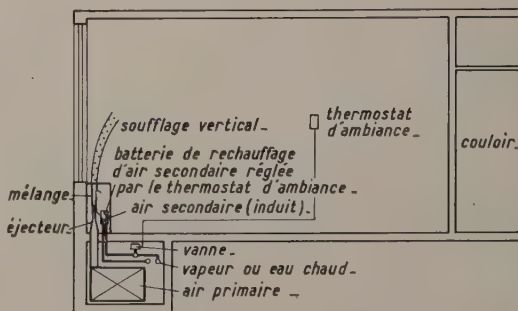


Fig. 6. — Système à induction.

ément chauffant réglable. Le débit d'air primaire est généralement égal ou à peine supérieur au taux de ventilation minimum, quantité insuffisante pour assurer la totalité des besoins de rafraîchissement de la classe. Il est inférieur aux systèmes à batteries individuelles ou à double conduit.

SYSTÈMES DÉCENTRALISÉS — BLOCS-VENTILATEURS

Le système le plus largement utilisé pour le chauffage et la ventilation des écoles publiques aux États-Unis est le système décentralisé. Ces toutes dernières années, plus de 70 % des classes dotées de systèmes de ventilation pulsée de tous types ont été équipées de blocs ventilateurs de classe. Dans ces installations, on emploie également un matériel de grande puissance du même type pour les salles de réunion, de gymnastique ou autres locaux de ce genre, en continuant à appliquer le terme de bloc-ventilateur à ce matériel de grande puissance, même si dans certains cas on emploie un réseau local de conduites pour assurer une meilleure répartition de l'air dans ces grands locaux. Comme c'est le système le plus employé pour la ventilation dans les écoles publiques, le reste de cette étude lui sera consacré.

Un bloc-ventilateur peut être défini comme un appareil construit en usine et contenant dans son enceinte des (ou un) ventilateurs, un moteur de ventilateur, un élément chauffant, des filtres à air et un registre de réglage de la ventilation avec des entrées appropriées pour l'air extérieur et l'air intérieur, accordé à une source de courant électrique pour l'alimentation du moteur de ventilateur, relié à un réseau de distribution de fluide chauffant, et muni d'un équipement de réglage approprié, un bloc-ventilateur fonctionne comme un système individuel pour satisfaire aux besoins de chauffage, de ventilation et de rafraîchissement naturel d'un local déterminé.

La figure 7 représente la coupe d'un bloc-ventilateur type pour une salle de classe où la batterie est placée sur le soufflage. On utilise couramment aussi des dispositifs où la batterie est placée sur l'aspiration. Comme l'équipement est installé dans la classe même, il faut attacher une importance spéciale à ce qu'il fonctionne sans bruit. Pour y parvenir, les types les plus satisfaisants utilisent des ventilateurs multiples surpuissants entraînés directement par un moteur lent et silencieux. Les débits des blocs-ventilateurs de classe existants varient de 850 à 2 550 m³/h (air normal).

La figure 8 montre l'aspect extérieur d'un bloc-ventilateur de grande capacité conçu pour de grands locaux (salles des fêtes etc...). Les groupes de ce type, ont leurs ventilateurs entraînés par courroie par un moteur parce qu'ils sont utilisés dans des conditions variables de résistance des conduits extérieurs.

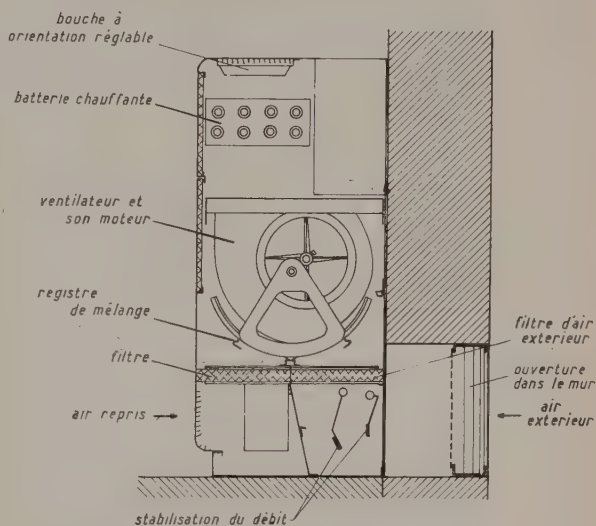


Fig. 7. — Coupe d'un bloc ventilateur de classe type.

Destinés aux locaux occupés importants d'une école, ces grands blocs-ventilateurs sont généralement construits pour des débits variant de 3 400 à 25 500 m³/h. Les besoins peuvent excéder la limite supérieure : la solution la plus commode dans ce cas consiste à employer plus d'un groupe. L'espace disponible, les difficultés de manipulation et d'installation, et les problèmes de disposition des conduits empêchent généralement d'utiliser des blocs individuels très importants.

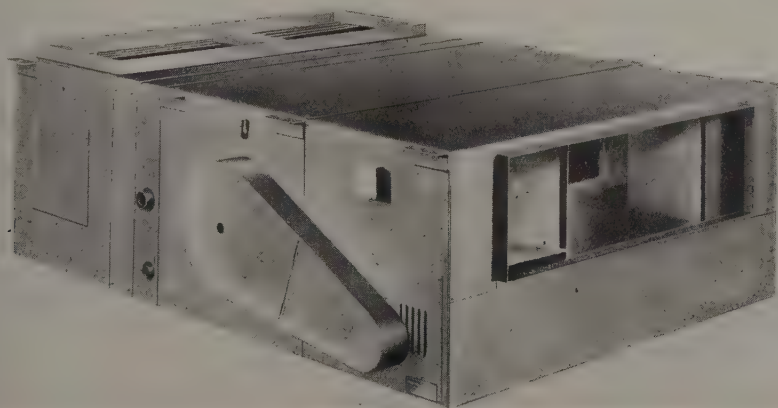


Fig. 8. — Bloc ventilateur de grand volume utilisé dans les salles de réunions et locaux analogues.

SOLUTIONS AU PROBLÈME DES FENÊTRES AVEC LES BLOCS-VENTILATEURS

Les problèmes de l'accroissement du courant d'air descendant et de l'exposition aux surfaces froides créées par la grande surface de fenêtres n'ont pas échappé aux principaux constructeurs américains de blocs-ventilateurs; ceux-ci ont cherché à résoudre le problème de trois façons différentes. Elles sont représentées figure 9.

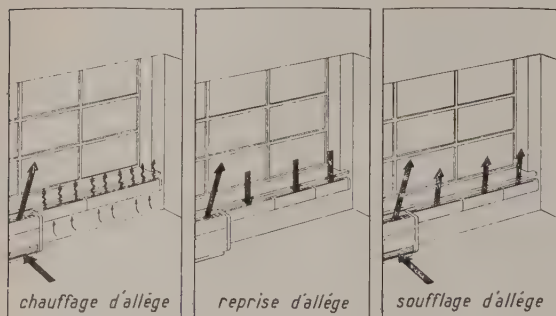


Fig. 9. — Méthodes utilisées avec les blocs ventilateurs.

1° Chauffage d'allège. — Le bloc-ventilateur est accompagné d'un chauffage complémentaire par connecteurs bas placés au niveau d'allège. Cette disposition a pour effet de combattre le courant d'air descendant et l'effet d'exposition par un chauffage modéré.

2° Reprise d'allège. — L'air remis en circulation par le bloc-ventilateur est repris à travers une fente installée au niveau de l'allège. L'objet de cette disposition est de capter le courant d'air descendant de la fenêtre et de le renvoyer au bloc avant qu'il n'atteigne la classe.

Fig. 10. — Bloc ventilateur avec chauffage sous la fenêtre de type mural.

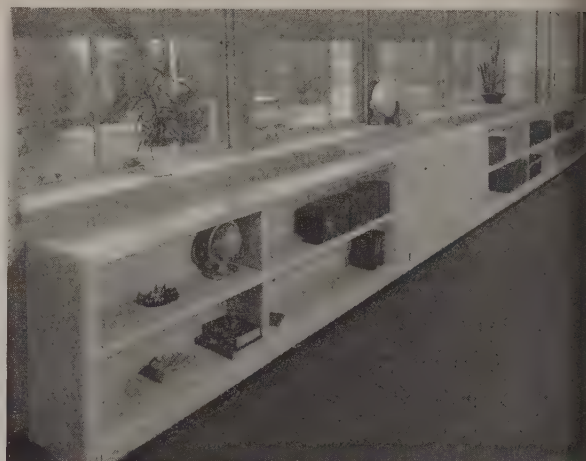


Fig. 11. — Bloc ventilateur combiné avec des casiers de rangement.

3° Soufflage d'allège. — Une partie de l'air débité par le bloc-ventilateur est déviée par des conduits latéraux pour assurer un soufflage d'air le long de l'allège. L'objet est de combattre le courant d'air descendant de la fenêtre par des courants d'air dirigés vers le haut.

Nous n'avons pas l'intention ici de discuter ces méthodes en détail. Nous attirons l'attention sur elles pour montrer les dispositifs utilisés avec les blocs-ventilateurs pour résoudre le problème de la fenêtre froide.

La figure 10 représente une installation type de bloc-ventilateur avec chauffage d'allège.

La figure 11 montre une installation type de bloc-ventilateur avec casiers de rangement. Dans ce cas, le chauffage d'allège est dissimulé derrière les casiers. Ceux-ci sont très utilisés dans les classes élémentaires pour permettre le rangement de livres, projets, accessoires d'enseignement et autre matériel éducatif.

Réglage automatique des blocs-ventilateurs.

Pour réaliser une ambiance confortable dans les salles de classe ou les autres locaux scolaires à occupation intense, il faut non seulement un équipement de puissance correcte et adaptable aux besoins particuliers, mais aussi un système de réglage automatique. Le système et son réglage sont inséparables, seule solution à une ventilation réellement commandée.

Le système de réglage par zone, si utilisé, avec des résultats d'ailleurs variables, dans les bâtiments de bureaux où il est adapté à des systèmes de chauffage statiques est tout à fait inadapté aux besoins variables des classes. Il est nécessaire d'adopter une solution individuelle.

Le système de réglage automatique doit être capable de produire une action graduelle ou proportionnelle pour laquelle une vanne ou un registre, ou les deux, sont réglés par un opérateur selon la température à laquelle devra réagir l'élément thermostatique. La bande de température dans laquelle l'action a lieu (par exemple pour une vanne de la position totalement ouverte à la position totalement fermée) est appelée « différentiel ». Quand deux actions sont consécutives, par exemple celle d'une vanne et celle d'un registre, les différentiels peuvent être différents. Mais

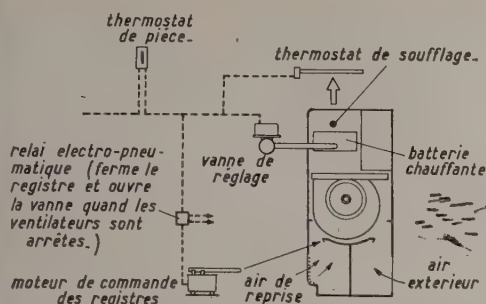


Fig. 12. — Schéma type de réglage automatique (pneumatique) du bloc-ventilateur.

Le système de réglage graduel relativement simple adopté en ventilation, il est toujours nécessaire d'adopter un différentiel de 2 à 3° C pour avoir une stabilité suffisante. Il est certes possible de réaliser des réglages ayant un différentiel plus faible, mais ils deviennent alors trop coûteux pour un équipement individuel de confort.

Les systèmes utilisés aux États-Unis sont soit pneumatiques, soit électriques ou électroniques. Les systèmes pneumatiques sont plus fréquents. Ils utilisent des tubes plissés ou des pistons reliés à un thermostat. Dans les systèmes électriques (de plus en plus électroniques) on adopte le système du pont de Wheatstone pour transmettre les indications du thermostat à un relai qui agit sur des éléments motorisés. Différentes tentatives ont été réalisées pour adapter aux blocs-ventilateurs les systèmes de réglage direct, par exemple les systèmes où la température agit sur un fluide sans emploi de source d'énergie extérieure. Mais l'énergie est insuffisante compte tenu des variations de température très limitées, et le système s'est révélé inapplicable à un réglage satisfaisant.

La figure 12 donne le schéma d'un système de réglage pneumatique fréquemment utilisé pour les blocs-ventilateurs. Les systèmes électriques utilisent des éléments de fonctions analogues. Ces éléments peuvent être schématisés de la manière suivante :

- a) Un thermostat d'ambiance réglant la température du local, placé sur une cloison intérieure (le long du couloir) ou dans une chambre spéciale placée à l'intérieur du bloc-ventilateur.
- b) Une vanne réglant le débit d'eau ou de vapeur.
- c) Un registre motorisé réglant les proportions d'air neuf et d'air de reprise. Le moteur du registre est équipé d'un relai pneumatique qui provoque la fermeture du registre d'admission d'air extérieur quand le ventilateur est arrêté.
- d) Un thermostat de limitation de température d'air de soufflage. Cet équipement est essentiel car il évite que le bloc-ventilateur ne produise des courants d'air désagréables en soufflant de l'air trop froid.

Avec le système des blocs-ventilateurs, le ventilateur fonctionne avant et pendant l'occupation. Pendant les périodes d'arrêt, le ventilateur est arrêté et le registre d'admission d'air extérieur fermé. Comme le réseau de chauffage fonctionne généralement pendant les périodes de non occupation, il est fréquent de laisser la température intérieure descendre à 13° C et de la maintenir en faisant fonctionner tous les ventilateurs (sans air neuf) à partir d'une commande centralisée. Puis les locaux sont réchauffés le matin avant l'occupation.

Le réglage du système de ventilation est en réalité un système de réglage de température ; c'est pourquoi le système est souvent appelé aux États-Unis système de ventilation ther-

mique, c'est-à-dire que jusqu'à ce que la température soit inférieure de 1,5° C à la température souhaitée, le registre d'admission d'air extérieur reste fermé et le bloc fonctionne en reprise totale. Alors le thermostat déplace le registre de façon à admettre une certaine proportion d'air extérieur. Quand la température monte, le thermostat de pièce modifie la position de la vanne et réduit le débit de vapeur (ou d'eau chaude) ; dans bien des conditions la vanne se ferme et le registre d'admission d'air extérieur est totalement ouvert.

FLUIDES CHAUFFANTS

La plupart des écoles américaines utilisent des systèmes de chauffage à l'eau et à la vapeur avec une tendance manifeste au développement de l'eau chaude pulsée. Les systèmes de chauffage à air chaud avec générateur direct (au mazout ou au gaz) bien qu'adoptés dans certaines petites écoles, ne constituent pas une application importante. Dans certaines zones où l'énergie électrique peut être fournie à tarif réduit, le chauffage électrique se développe. On utilise soit des résistances avec réglages à plusieurs positions placées dans des blocs-ventilateurs ou dans les conduits de systèmes centralisés, soit des convecteurs ou radiateurs électriques. Dans certains cas, le système électrique, par la suppression de la chaufferie et le remplacement des tuyauteries par des câbles électriques, conduit à un prix d'installation plus faible. Mais cela est en partie compensé par les suppléments d'isolation thermique destinés à réduire le prix d'exploitation. Actuellement il n'y a pas une tendance bien affirmée du développement du chauffage électrique des écoles, bien qu'on puisse estimer que dans l'avenir ce système puisse être compétitif avec ceux utilisant les combustibles minéraux.

SYSTÈMES A VAPEUR

Le système très généralement utilisé est à deux tuyaux avec retour par gravité dans un bloc de réalimentation de la chaudière par pompe d'eau condensée. L'emploi de purgeurs thermostatiques ou à flotteur d'eau condensée est très général. La pompe est souvent réalisée de façon à créer un certain vide dans la tuyauterie de retour, dispositif fort utile quand le retour est totalement noyé, en particulier en période de mise en route. Les canalisations de retour sont généralement partiellement remplies (ce qui est nécessaire avec les systèmes de purgeurs) et le maintien du vide n'a aucun intérêt particulier.

Les pressions de vapeur sont constantes, ou tout au moins aussi constantes que le permettent les équipements de chauffage automatique et se situent généralement entre 0,2 et 0,7 kgf/cm². Il y a deux motifs qui font préférer les systèmes basse pression :

- 1° Dans la plupart des régions, les règlements en vigueur imposent la surveillance continue d'un chauffeur diplômé pour les chaufferies d'école où la pression nominale dépasse 1 kgf/cm² (15 bs. gage), ce qui accroît les frais d'exploitation.
- 2° Plus la pression est forte ou plus la chute de pression dans le réseau est élevée, plus il est difficile d'avoir un réglage suffisant avec une vanne de réglage de débit.

On rencontre parfois le système de chauffage sous vide avec un vide allant jusqu'à 725 mm Hg, et une pression et une température réglées en fonction de la température extérieure. Utilisé avec les méthodes de réglage individuel exposées plus loin, ce système donne d'excellents résultats, car la variation de température avec les besoins de chauffage facilite le réglage. Mais le réglage de température du fluide

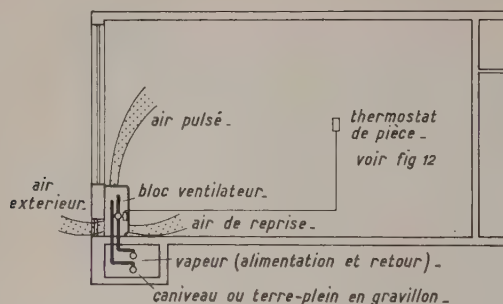


Fig. 13. — Chauffage à vapeur avec bloc ventilateur.

chauffant ne peut se substituer au réglage individuel; il améliore seulement les résultats. Comme le système de réglage individuel est toujours essentiel, la dépense due à l'emploi du vide a limité le développement du chauffage sous vide.

La figure 13 schématise la méthode habituelle d'emploi du chauffage à vapeur avec canalisation dans les dalles de terre plein.

EAU CHAUDE PULSÉE

Une des tendances les plus importantes dans le chauffage et la ventilation des écoles est le développement de l'emploi de l'eau chaude pulsée comme fluide chauffant. Bien que les systèmes de chauffage à eau ne soient en rien une pratique américaine nouvelle, ils étaient généralement supplantés dans le passé par les systèmes de chauffage à vapeur à température constante. Jusqu'à il y a quelques années, l'emploi de l'eau chaude était réduit et généralement limité aux régions de climat modéré. Actuellement on peut estimer à 60 % des nouvelles installations celles qui sont réalisées en eau chaude pulsée, et dans certaines régions la proportion est beaucoup plus importante.

Le développement de l'eau chaude pulsée est dû largement aux économies de tuyauterie et à la souplesse du système. Ces économies ne sont pas dues simplement au passage de la vapeur à l'eau chaude mais elles traduisent simplement que l'on a pleinement bénéficié des avantages du système. Il faut tenir compte également de ce que l'eau chaude, par rapport à la vapeur à température constante, présente de plus grandes facilités de réglage et d'exploitation.

Les avantages de l'eau chaude pulsée sont dus aux facteurs suivants :

a) La température du fluide chauffant peut facilement être réglée automatiquement en fonction de la température extérieure, ce qui permet d'ajuster plus facilement le réchauffage de l'air aux besoins. Bien que le réglage de température de sortie de la chaudière soit réalisable, la méthode qui est généralement préférée consiste à maintenir une température constante à la chaudière et à réaliser le réglage par mélange avec les eaux de retour grâce à une position adéquate de la pompe et à l'emploi d'une vanne mélangeuse réglée automatiquement. Si le système de chauffage est calculé pour une température d'alimentation de 104° C (220° F), il est fréquent de réduire progressivement cette température à 38° C pour 16° C extérieure.

Bien que cette variation de température d'eau avec les besoins ne puisse remplacer le réglage individuel, elle améliore les résultats du réglage puisqu'elle adapte mieux la puissance aux charges.

b) Quand on les compare aux débits utilisés normalement dans les systèmes de chauffage à vapeur, les tuyauteries de chauffage à eau chaude ont une plus grande capacité de transport de chaleur. Le fait qu'une grande quantité de chaleur peut être extraite d'une petite quantité d'eau avec les systèmes à convection forcée (ce qui est le cas des blocs-ventilateurs) influe dans un sens analogue de réduction de dimension des tuyauteries. Il était jadis courant de se baser sur une chute d'environ 11° C (20° F). Il est maintenant courant d'adopter des chutes de 22 à 33° C, ce qui réduit les tuyauteries et les pompes. Même dans les zones froides il est commode d'assurer le chauffage d'une salle de classe avec un débit de l'ordre de 800 litres par heure à 104° C pour les conditions de base.

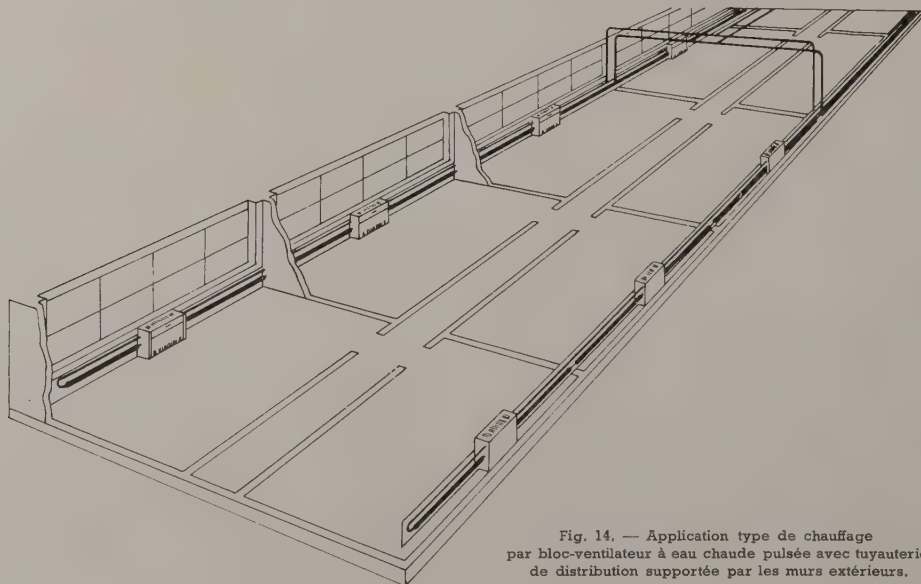


Fig. 14. — Application type de chauffage par bloc-ventilateur à eau chaude pulsée avec tuyauterie de distribution supportée par les murs extérieurs.

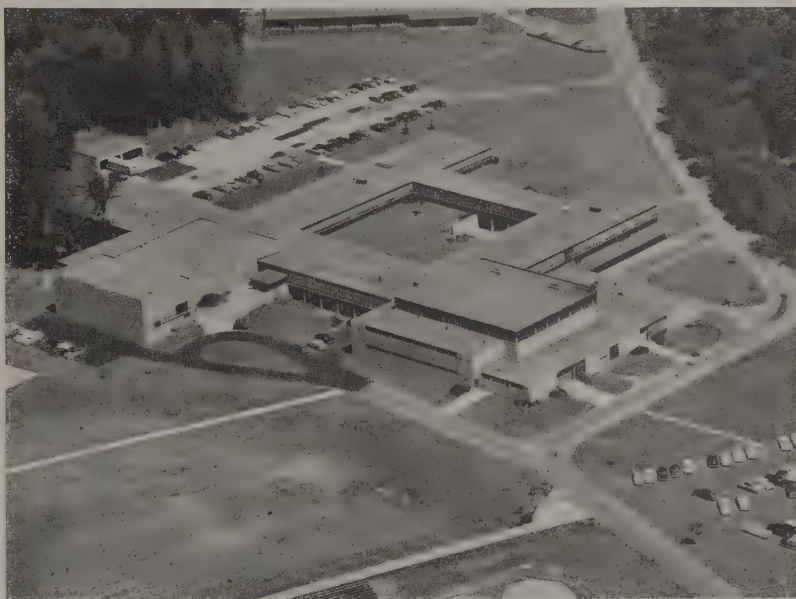
c) L'eau chaude pulsée donne une grande liberté pour la disposition des tuyauteries. Il n'y a pas à se préoccuper des servitudes de retour centralisé de l'eau condensée. Cette liberté permet de placer les canalisations d'alimentation et de retour (non visibles) contre le mur extérieur de la salle de classe sans avoir besoin de caniveaux ou autres volumes spéciaux.

d) Les purgeurs de chaque appareil sont éliminés, ce qui résout un problème d'exploitation qui n'est pas négligeable.

La figure 14 montre un système à eau chaude pulsée utilisé avec des blocs-ventilateurs dans une aile de construction

scolaire. Le réseau d'alimentation suit le mur extérieur, passant derrière les blocs-ventilateurs et les cloisons. Souvent cette tuyauterie est réalisée en tubes à ailettes afin d'assurer la double fonction d'alimentation des batteries de blocs-ventilateurs et de protection contre les courants d'air froid descendant des fenêtres. La tuyauterie et les tubes à ailettes sont cachés dans des coffres comme indiqué figure 10, ou derrière les casiers, comme indiqué figure 11.

Les systèmes de distribution du type de la figure 14 sont largement utilisés. Non seulement ils suppriment les caniveaux et gaines, mais en outre ils réduisent considérablement la quantité de tuyauteries principales ou secondaires.



(Photo V. D. Hubbard, Philadelphie.)

Fig. 13. — Springfield Twp. École supérieure d'Oreland (Pennsylvanie).

M. le Président MISSENARD. — Je remercie M. Cadiergues de cet exposé si clair et je félicite M. Mac Elgin de l'important travail qu'il a bien voulu préparer.

DISCUSSION

M. LE PRÉSIDENT MISSENARD. — Quelles sont les températures intérieures recommandées aux États-Unis ?

M. Mc ELGIN. — La température intérieure est dans les classes de 21° C environ. Cette température est essentiellement la température de fonctionnement du thermostat; il y a des professeurs qui préfèrent des températures plus élevées.

M. LE PRÉSIDENT MISSENARD. — A quel niveau cette température est-elle requise ?

M. Mc ELGIN. — Le calcul est évidemment basé sur l'hypothèse que la température d'ensemble du volume est la même. Le thermostat est placé généralement aux environs de 1,50 m au-dessus du sol, contre le mur, et parfois dans des chambres de prélèvement placées dans le bloc ventilateur, c'est-à-dire à des niveaux qui sont de l'ordre de 50 à 75 cm.

M. LE PRÉSIDENT MISSENARD. — Je ne vois rien à souligner dans la conférence intéressante de M. Mc ELGIN, sauf qu'elle émane d'un pays riche, où les solutions employées sont coûteuses.

M. DE GRAVE. — M. le Président, je m'excuse, je ne suis pas d'accord avec vous. Les solutions employées actuellement sont moins coûteuses dans le cas des écoles que les éjecto-convecteurs. Mais si ces appareils sont fabriqués en grande série, et si l'on fait le compte en main-d'œuvre, on aboutit à une dépense de matière moindre que dans les anciens systèmes.

M. DESPLANCHES. — Je voudrais répondre à M. de GRAVE que le système par convecteur est peut-être moins cher à l'installation, mais, de toute façon, le chauffage par air chaud est plus cher annuellement que le chauffage par radiateurs.

M. DE GRAVE. — Il s'agit d'un chauffage à eau chaude qui circule dans des tuyaux, avec une pompe, et vous avez un appareil qui introduit dans la classe non pas d'une façon intermittente, comme dans les pays européens, mais d'une façon continue et contrôlée, la quantité d'air, pouvant d'ailleurs être réglée à la valeur désirée, nécessaire pour les occupants. C'est ce que nous appelons un chauffage à air chaud décentralisé.

M. DESPLANCHES. — Mais ce système, au point de vue exploitation, est plus coûteux.

M. DE GRAVE. — Ce n'est pas exact. Je m'insurge vivement, parce que, avec le système des ventilo-convecteurs, l'appareil ne marche que lorsque la classe est occupée; lorsque la classe n'est pas occupée, le ventilateur est à l'arrêt et la batterie qui fonctionne alors par convection naturelle suffit pour maintenir une température, disons au-dessus de 0° , dans le local.

Nous avons vu ici il y a quatre ans, des batteries de chauffe qui se placent dans chaque appartement — il y a même une firme française qui a des appareils comportant un bloc aérotherme —. Dans cette solution, une batterie de chauffe, placée dans un faux plafond, au-dessus du couloir, avec un petit ventilateur-aspirateur, aspire l'air repris dans la pièce, l'envoie sur le bloc, c'est le même principe, c'est le système qui permet le minimum de frais d'exploitation.

Je ne dis pas qu'en Europe cette solution ne soit pas onéreuse, parce que nous n'avons pas encore pratiquement les appareils fabriqués en grande série, mais une fois qu'on aura appliqué les principes de standardisation des locaux, de standardisation des appareils, et qu'on aura fabriqué ces appareils en série, comme il en est des « frigos », nous serons capables de faire cela aussi bon marché que les Américains.

M. LE PRÉSIDENT MISSENARD. — Merci, Monsieur, de ces précisions. Il est indéniable que, peut-être actuellement, cette solution serait plus coûteuse en Europe, mais il n'y a aucune raison pour qu'elle ne devienne pas moins onéreuse surtout avec le Marché Commun qui permettra de développer la production.

M. MARCO. — Il faut toujours confronter des choses comparables entre elles. Si on compare cette solution avec celle d'un chauffage par radiateurs, on trouvera avec les ventilo-convecteurs des frais d'exploitation plus élevés.

M. OLIVET. — Je voudrais poser une question sur un point de régulation. Dans le cas où il y a un chauffage d'allège, il y a deux solutions possibles : soit avoir un circuit spécial, soit se contenter de l'armoire pour assurer la régulation, l'allège chauffant sur le même circuit que l'armoire. Existe-t-il une circulation distincte pour le circuit d'allège?

M. MC ELGIN. — La batterie de l'allège constitue une prolongation. C'est le même réseau de fluide qui dessert les blocs ventilateurs et les petits convecteurs d'allège et, d'ailleurs, ce réseau est en même temps le réseau de distribution, c'est-à-dire que les tubes de distribution servent en même temps d'éléments de tubes de convecteur.

M. OLIVET. — C'est à cause de cette difficulté que j'ai posé la question, parce que cela démontre que le chauffage d'allège a une très faible importance.

M. MC ELGIN. — La puissance calorifique des allèges est très faible.

M. ESCHER-DESRIVIERES. — Il a été signalé l'inconvénient des grandes parois vitrées, et le phénomène de parois froides qui en résulte; je voudrais savoir si on emploie des doubles-vitrages, car il est évident que, dans ces conditions, les phénomènes auxquels M. MC ELGIN a fait allusion sont beaucoup moins accusés?

M. MC ELGIN. — La pratique générale est d'utiliser le simple vitrage; dans certaines régions, telles que le Minnesota supérieur, on utilise le double-vitrage.

M. BILLINGTON. — Je voudrais demander à M. MC ELGIN de préciser l'importance des divers systèmes centralisés qu'il a décrits. En particulier, est-ce que le système à double-conduit est répandu, ou non? Est-il employé pour les établissements de un ou deux étages, ou seulement pour les bâtiments de plusieurs étages?

M. MC ELGIN. — Le système à deux conduits est d'un emploi encore très limité aux États-Unis, et on ne peut pas, même quand il s'agit d'un système de grande vitesse, le qualifier de bruyant, car il est possible de fabriquer des systèmes qui ne fassent pas de bruit. Le système à double-conduit est plus coûteux, mais lorsqu'on envisage de faire du conditionnement d'air dans les locaux scolaires, c'est un système extrêmement intéressant et en croissance continue dans certaines régions des États-Unis.

Chauffage et ventilation des établissements scolaires

LE CHAUFFAGE DES BATIMENTS SCOLAIRES BELGES

par **A. de GRAVE**,

Ingénieur civil des Constructions A. I. G.,
Inspecteur général des Bâtiments,
Maître de Conférences à l'Université de Louvain

M. le Président MISSENARD. — Si ce n'était la tradition, je pourrais bien me dispenser de vous présenter l'Inspecteur général de Grave, qui est un des participants fidèles de ces colloques et qui présidait, avec M. Marcq, une des journées de la brillante exposition de Bruxelles.

Je vous rappelle qu'il est Ingénieur civil des Constructions A.I.G. Reçu premier au concours d'admission au Corps des Ponts et Chaussées en 1937, il fut chargé, immédiatement, de la Direction du Service du Chauffage au Service du bâtiment du Ministère des Travaux Publics. Quinze ans après sa sortie de l'Université de Gand, il était nommé Inspecteur général des Bâtiments, ce qui est un beau record... dont nous devons très vivement le féliciter.

Outre ses activités administratives, il est Maître de conférences à l'École Nationale Supérieure d'Architecture de la Cambre et à l'Université catholique de Louvain, où il enseigne la physique du bâtiment et particulièrement le chauffage, la ventilation et le conditionnement de l'air.

Tous ces titres vous expliquent l'extrême compétence de M. de Grave dans tous les problèmes de climats artificiels. Nous sommes d'ailleurs très fiers en France, en raison de la proximité des pays et de la communauté de langue, de faire équipe avec nos collègues belges, pour essayer de faire progresser cette technique des climats artificiels, qui resta longtemps stationnaire.

M. de GRAVE. — Je remercie tout d'abord M. le Président Missenard de ses paroles beaucoup trop aimables et je dois dire qu'il est toujours tellement charmant avec moi que je suis gêné en commençant à vous parler, parce que je ne pense pas vous apporter autre chose aujourd'hui qu'une description de ce que nous faisons en Belgique le mieux possible, mais nous attendons beaucoup de ces Journées.

Je rappellerai d'ailleurs qu'il y a deux ans c'est M. Roba qui avait souhaité voir cette question étudiée ici et nous augurons beaucoup de ces journées pour développer nos connaissances théoriques et essayer de dégager, comme le disait M. le Président Missenard, des règles qui doivent, étant donné la similitude des climats de l'Europe occidentale et de l'Amérique du Nord, être identiques dans tous les pays, les différences de climats n'étant pas telles que les installations de chauffage et les conditions à leur imposer soient tellement différentes.

1. INTRODUCTION

Avant de traiter de la question du chauffage des bâtiments scolaires, il me semble indispensable d'essayer de schématiser, même sommairement, la situation qui existe en Belgique au point de vue de la construction de ces bâtiments.

On connaît en Belgique deux grands réseaux d'enseignement : le réseau « officiel » et le réseau « libre ».

Les constructions scolaires de ce dernier réseau dépendent exclusivement des autorités ecclésiastiques ou laïques qui le dirigent ; signalons, toutefois, qu'on peut déceler dans les constructions de ce réseau libre les mêmes tendances que celles existant dans l'enseignement officiel.

Le réseau d'enseignement officiel est multiforme. En effet on distingue :

— l'enseignement du degré primaire qui dépend principalement des autorités communales ; il existe toutefois des

écoles primaires en nombre de plus en plus grand qui dépendent directement de l'État, soit qu'il s'agisse de sections primaires annexées à un établissement d'enseignement moyen ou normal, soit qu'il s'agisse même de sections primaires indépendantes ; les mêmes règles s'appliquent en ce qui concerne les sections gardiennes (sections dites en Belgique « froebel » ou jardins d'enfants : équivalent des sections « maternelles » en France) ;

— l'enseignement du degré secondaire ou moyen d'État qui dépend directement du Ministère de l'Instruction Publique, c'est-à-dire de l'État ; il existe toutefois certaines écoles du degré secondaire qui dépendent des administrations communales ou même provinciales ; on connaît :

— les écoles moyennes qui comportent uniquement les trois années du cycle moyen inférieur ;

— les athénées (pour garçons ou mixtes) et les lycées (pour jeunes filles) qui comportent les six années du cycle secondaire complet ;

(Voir résumés p. 960).

— l'enseignement normal : il existe des écoles normales qui dépendent uniquement de l'État tandis que d'autres sont construites par les provinces et fonctionnent sous l'égide de celles-ci ;

— l'enseignement technique : nous trouvons ici des écoles techniques dépendant des communes ou des provinces et d'autres de plus en plus nombreuses construites et dirigées par l'État ;

— l'enseignement supérieur : celui-ci comporte deux universités d'État : Gand (langue néerlandaise) et Liège (langue française), ainsi que les Instituts Supérieurs d'Agronomie de Gembloux et Gand et l'École Supérieure de Médecine Vétérinaire d'Anderlecht (Bruxelles).

La construction des écoles provinciales et communales est dirigée par les services techniques provinciaux ou communaux, sous le contrôle du Ministère de l'Instruction Publique et de l'Administration de l'Urbanisme du Ministère des Travaux Publics.

La construction des écoles de l'État (gardiennes, primaires, moyennes, techniques ou universitaires) se fait actuellement sous l'égide d'une organisation bicéphale :

— le Ministre de l'Instruction Publique décide du programme général de réalisations, du programme général (degrés d'urgence), du choix des emplacements et terrains et du programme spécial à chaque construction (nombres de classes, de locaux spéciaux, etc...) ; il supervise la réalisation de ce programme et en stimule l'exécution ; l'organisme d'exécution du Ministre de l'Instruction Publique en matière de constructions scolaires est le Service du Fonds des Constructions scolaires et universitaires de l'État, dirigé par M. l'Inspecteur Général Van Bogaert ;

— le Ministre des Travaux Publics est chargé des études et opérations nécessaires à la réalisation du programme décidé par son collègue ; l'organisme d'exécution est l'Administration des Bâtiments qui, dirigée par M. le Directeur Général Hormidas, comporte une administration centrale et neuf directions provinciales.

Il est évident que des contacts étroits et constants existent entre le Service du Fonds des Constructions scolaires et universitaires et l'Administration des Bâtiments ; les avant-projets et projets ainsi que les études d'ensemble sont examinés en commun de manière à ce que les réalisations tiennent compte à la fois des exigences pédagogiques et techniques.

Pour être complet je dois encore signaler en matière de constructions universitaires, l'intervention directe et prépondérante du Recteur et du Conseil d'Administration de chaque Université ; en pratique c'est ce Conseil qui détermine l'ordre d'urgence, les programmes et marque son accord sur les plans et sur l'exécution des travaux.

Les moyens financiers mis à la disposition du Ministre des Travaux Publics pour l'exécution de ce programme sont très importants : outre une dotation spéciale pour chaque externat ou internat créé pendant l'exercice budgétaire, il reçoit une dotation minimum annuelle de :

— 600 millions pour le Fonds des Constructions scolaires (enseignements primaire, moyen, normal, technique et des Beaux-Arts de l'État, y compris certaines activités para-scolaires) ;

— 200 millions pour le Fonds des constructions universitaires.

Ces dotations annuelles sont versées aux deux Fonds précités qui échappent aux impératifs de l'« annuité budgétaire » ce qui évite des perturbations dans les programmes ou la mise en adjudication hâtive de certains travaux afin d'éviter la perte de certains crédits, perte inévitable lorsqu'il n'existe pas de « Fonds » et que les crédits ne sont pas engagés avant la fin de l'exercice annuel.

Cette action du gouvernement belge en faveur du développement de son enseignement n'est pas nouvelle. En effet, le Fonds actuel des constructions scolaires en est à sa troisième édition, le premier datant de 1947 et ne comprenant que les constructions de l'enseignement moyen, la deuxième édition de 1953 comprenant déjà l'enseignement technique et normal. Le Fonds des constructions universitaires en est à sa deuxième édition, la première datant de 1953 ; le Fonds actuel a toutefois été rendu indépendant du Fonds des constructions scolaires.

L'Administration des Bâtiments du Ministère des Travaux Publics était chargée depuis sa constitution de la construction des bâtiments scolaires de l'État et cela avant la création des Fonds précités. Elle a continué son action et l'a amplifiée grâce aux moyens financiers plus importants qui ont été mis à sa disposition. Elle est fière d'avoir contribué amplement à mettre à la disposition des éducateurs de la jeunesse belge les locaux qui leur sont nécessaires afin de réaliser le développement du capital essentiel que constitue pour notre pays l'intelligence et les connaissances scientifiques, techniques ou professionnelles de ses enfants.

La Belgique est un pays surpeuplé et dépourvu de matières premières, qui ne peut prospérer que grâce au volume et à la qualité du travail intellectuel ou manuel fourni par ses enfants : l'argent investi dans des buts d'amélioration de la formation de ceux-ci est donc de l'argent bien placé. L'Administration des Bâtiments espère pouvoir continuer à servir le pays.

2. CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES DES BATIMENTS SCOLAIRES BELGES

Le chauffage ne constituant qu'un équipement (d'ailleurs indispensable) des locaux, il me semble également intéressant d'essayer de synthétiser les caractéristiques essentielles des constructions scolaires de l'État.

On peut tout d'abord distinguer dans les bâtiments scolaires (exception faite des constructions universitaires) :

— les locaux des classes ordinaires, c'est-à-dire principalement les classes d'enseignement général, non munies d'un matériel ou d'un équipement spécialisé, où les élèves ou les étudiants sont assis ; le local type de ce genre est la classe dite « pour 34 élèves » établie sur un plan rectangulaire de 6 x 9 m ;

— les locaux des classes dites « spéciales » où il existe un équipement ou un mobilier didactique particulier : laboratoires de sciences, salles de dessin, classe de travaux manuels, etc... ;

— les grandes salles d'études ;

— les restaurants et cuisines scolaires ;

— les ateliers des sections pré-techniques comportant principalement des établis pour le travail du bois ou du métal, avec quelques machines standardisées de dimensions moyennes ;

— les grands ateliers des écoles techniques supérieures ou secondaires où nous trouvons des machines plus importantes et plus diversifiées ;

— les salles de gymnastique avec le complexe de bains douches qui y est annexé ;

— les locaux administratifs à usage de bureaux ;

— les internats où nous trouvons :

— des dortoirs de 20 élèves ;

— des chambres communes de 4 ou 6 élèves ;

— des chambrettes individuelles où l'élève interne peut également étudier.

Les dimensions de tous ces locaux ont fait l'objet d'études très complètes entreprises et poursuivies en commun par

Les représentants des Ministères de l'Instruction Publique et des Travaux Publics. On peut dire qu'actuellement ces dimensions sont fixées d'une façon fonctionnelle qui tient compte des conditions pédagogiques actuelles; les dimensions, l'équipement et le mobilier de ces locaux vont être concrétisés par des feuilles de documentation dessinées et imprimées par l'Administration des Bâtiments, feuilles de documentation dont la plupart sont d'ailleurs déjà éditées.

Il est évident que ces feuilles de documentation seront soumises à révision constante mais elles constituent un guide précieux pour l'établissement des projets tout en constituant la base de la normalisation modulaire des matériaux, des éléments et des ensembles constructifs.

Pour les constructions universitaires nous trouvons en général, à côté des locaux administratifs :

- des locaux de séminaires ou de cours dont la conception est très semblable à celle des classes ordinaires;
- des auditoriums de grandes dimensions : jusqu'à 750 places assises;
- des laboratoires très importants et parfois très spécialisés comme ceux des sciences nucléaires.

Au point de vue des types de construction, nous avons :

— les locaux provisoires ou semi définitifs : toute une série d'écoles ont dû être construites très rapidement, en un délai empêchant l'utilisation des techniques des constructions définitives; parfois également des extensions d'écoles existantes ont été nécessitées par suite d'un accroissement subit du nombre d'élèves; l'Administration des Bâtiments a dû faire usage de plusieurs types de constructions rapides, allant des classes totalement préfabriquées en bois ou en métal, à un type de construction semi définitif appelé R.T.G. et mis au point par l'Administration des Bâtiments sous la direction de mon collègue M. Reubsaets; sauf les pavillons R.T.G., les autres constructions semi définitives sont chauffées par poêles et sortent donc du cadre de notre sujet;

— les locaux définitifs, de plus en plus du type à ossature de béton armé, planchers en béton armé ou en terre cuite armée, murs extérieurs creux en briques ou blocs de terre cuite et cloisons intérieures en briques légères. Ces constructions définitives, quoique dérivant toutes plus ou moins du type de construction classique en Belgique, sont sans cesse améliorées tant au point de vue de la qualité (et notamment de l'isolation thermique) que de la rationalisation de la construction (réduction du prix de revient par normalisation dimensionnelle des matériaux et éléments de construction).

D'autre part, des essais ont déjà été tentés et sont continués en vue d'obtenir une préfabrication de plus en plus poussée, tant des parois verticales que des ossatures ou des planchers.

Les bâtiments définitifs qui sont tous pourvus dès leur construction d'une installation de chauffage central, présentent au point de vue thermique les caractéristiques de bâtiments « lourds »; de plus en plus les refends sont à grande inertie thermique tandis que les murs extérieurs sont allégés (essais d'adoption de murs-écrans).

L'ossature en acier n'est pas utilisée dans les bâtiments scolaires définitifs : le nombre d'étages est insuffisant; la situation changera peut-être avec la généralisation des profils à base de tôle pliée.

Au point de vue isolation thermique signalons plus particulièrement :

- l'amélioration de l'isolation des planchers au-dessus des caves et des vides ventilés;
- l'amélioration de l'isolation des planchers au-dessus de l'étage supérieur (en-dessous donc du grenier ou de la toiture);
- l'amélioration de l'isolation des parties pleines des murs extérieurs et particulièrement des allèges de fenêtres;

— quelques essais en vue d'utiliser des vitrages doubles.

En ce qui concerne le nombre de niveaux, la plupart des bâtiments scolaires en comptent deux; certaines écoles urbaines en comptent jusqu'à quatre mais on a tendance à ne pas dépasser trois niveaux. Quelques projets sont en cours d'élaboration où le nombre de niveaux dépassant quatre, il y aura lieu de prévoir des ascenseurs pour les élèves.

Mentionnons enfin que la durée journalière d'occupation des locaux de l'enseignement moyen ou technique est souvent assez élevée (de 8 à 22 heures, soit 14 heures par jour) par suite de l'existence de nombreuses écoles techniques ou professionnelles du soir dont les cours se donnent (parfois même le dimanche matin) dans les mêmes locaux que ceux des cours du jour. Sauf rares exceptions, la semaine de cinq jours n'est pas encore en vigueur dans l'enseignement belge.

3. LES COMBUSTIBLES ET CHAUDIÈRES

La grande majorité des installations de chauffage central utilisent le charbon anthraciteux de calibre 5/10 ou 6/12.

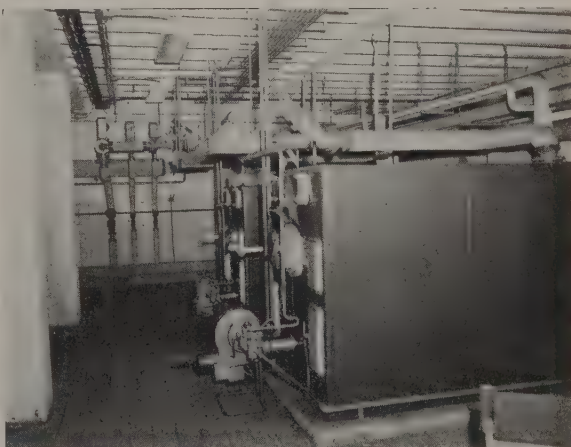
Quelques rares établissements utilisent le charbon 1/2 gras ou 3/4 gras, tandis que de plus en plus nombreux sont ceux qui sont équipés en vue de la chauffe aux huiles combustibles.

Les chaudières destinées à brûler le charbon anthraciteux sont des chaudières à magasin de combustible et ventilateur de soufflage sous grille en acier ou en fonte : Antverpia-Ventocalor, Idéal A.D., Samson-Master, Cérac, Saint-Roch-Couvin, Rateau.

Ces chaudières ont été conçues spécialement en vue de réduire au minimum les interventions du personnel tant au point de vue du chargement que du décrassage.

Le chargement des magasins se fait en général, et au moins dans toutes les installations construites depuis 1953, automatiquement avec transport mécanique du charbon depuis la soute à combustible jusqu'aux magasins par un transporteur à raclettes.

Certaines des chaudières citées ci-dessus (Cérac notamment) comportent des dispositifs de décrassage automatique à commande manuelle ou même à commande par moteur



École moyenne de Woluwé Saint-Pierre — chaufferie —
Deux chaudières en fonte alimentées au fuel moyen.
Tuyauteries en attente pour chaudières futures.
Collecteurs prévus pour extensions.



Athénée royal de Châtelet : transporteur de charbon anthraciteux 8/10 : jonction de deux bandes avec trémie d'alimentation manuelle en cas de blocage de la bande située sous le charbon (construction Pary).

électrique enclenché automatiquement en fonction de l'allure de la combustion.

Les charbons 1/2 et 3/4 gras sont utilisés dans des chaudières à grand foyer équipés de brûleurs à vis; ici également le chargement des trémies peut se faire automatiquement par transporteurs à raclettes ou en choisissant des brûleurs dont une extrémité de la vis plonge dans la soute à combustibles.

En ce qui concerne les huiles combustibles, les installations petites ou moyennes utilisent le fuel léger ou parfois le fuel moyen (pour la classification des huiles combustibles en Belgique, je me contenterai de m'en référer à la norme NBN 52 096).

Les installations importantes (d'une puissance de plus de 1 000 000 kcal/h) sont équipées pour la chauffe au fuel lourd.

Les chaudières équipées aux huiles combustibles sont soit des chaudières en fonte à grand foyer (Idéal HF par exemple), soit des chaudières en acier spécialement conçues pour la chauffe aux huiles combustibles, soit des chaudières en acier du type industriel (à double ou à triple parcours de gaz de fumées).

Le gaz n'est pas utilisé pour le chauffage des établissements d'enseignement moyen, normal ou technique; comme nous ne disposons en Belgique que de gaz de ville, les frais d'exploitation résultant de l'emploi d'un tel combustible sont trop élevés.

Il en est de même a fortiori de l'électricité, produite en Belgique quasi exclusivement par des centrales thermiques.

L'utilisation du gaz ou de l'électricité ne se justifie thermiquement et économiquement dans notre pays que pour le chauffage de locaux à occupation très intermittente ce qui n'est pas le cas pour les locaux des enseignements précités.

4. CARACTÉRISTIQUES DES INSTALLATIONS

4.1. Même pour des écoles assez étendues en plan, la production de chaleur se fait centralement, dans une chaufferie à eau chaude généralement du type « basse pression » (c'est-à-dire en liaison avec l'atmosphère). Exceptionnellement certaines écoles techniques très importantes et où il existe

certains besoins spéciaux (tels que des besoins industriels par exemple) sont équipées d'une centrale à eau chaude « haute pression » (c'est-à-dire à haute température, 150 ou 180° C maximum).

La centrale ou chaufferie est toujours située à proximité immédiate des chemins d'accès (amenée du combustible). On recherche toujours la possibilité de construire la cheminée dans l'aile de bâtiment la plus élevée.

Signalons que dans la partie flamande du pays, de très nombreuses chaufferies sont construites au-dessus du sol par suite de la présence de la nappe aquifère, à faible profondeur sous le sol, et des frais importants qui résulteraient de la construction de caves étanches.

Les chaufferies sont toujours prévues en principe pour la chauffe au charbon, c'est-à-dire qu'une soute à combustible solide leur est adjointe, même si la chaufferie est équipée pour fonctionner aux combustibles liquides (exception faite des constructions provisoires).

Une chaufferie au charbon comporte deux groupes de chaudières :

- le premier est à température variable en fonction de la température extérieure; il alimente les corps de chauffe tels que radiateurs et panneaux de chauffage par rayonnement;

- le second est à température constante (90° C) et est destiné à alimenter les installations de préparation d'eau chaude, les batteries des installations à air chaud et les aérothermes.

Des dispositifs d'interconnection permettent de raccorder les deux groupes en cas d'avarie à l'une des chaudières.

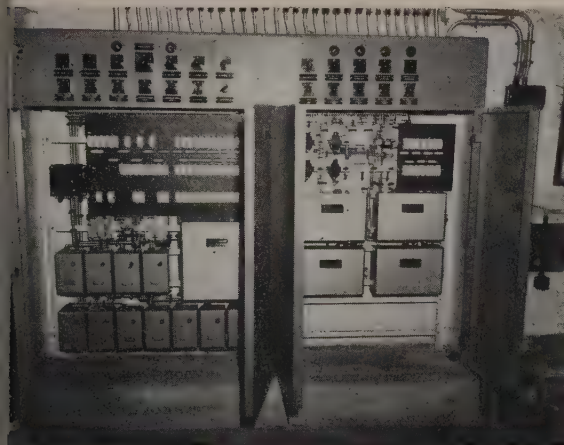
Lorsque la chaufferie est équipée pour la chauffe aux huiles combustibles, nous avons de plus en plus tendance à prévoir l'ensemble des chaudières avec fonctionnement à température constante pour minimiser les risques de corrosion.

4.2. La très grande majorité des locaux des divers établissements scolaires sont chauffés au moyen de radiateurs (en fonte ou en acier).

Les salles de gymnastique sont chauffées à air chaud (sauf impossibilité due au bâtiment), l'air chaud étant produit par un groupe comportant une batterie, un filtre et un ventilateur et situé dans le bâtiment de la salle de gymnastique; la batterie



École ménagère agricole de Wemmel : sous-station du bloc F : chaufferie à air chaud pour la salle de gymnastique.



Athénée royal de Châtelet : tableau électrique (comprenant les panneaux électroniques).



École ménagère agricole de Wemmel : vue du restaurant plafond rayonnant et absorbant acoustique au moyen de plaques perforées avec diffuseurs incorporés.

est alimentée par un circuit spécial à eau chaude et température constante (90°C au départ, 80 ou 70°C au retour) venant de la chaufferie.

Ce même circuit alimente les réchauffeurs-accumulateurs pour la préparation d'eau chaude qui se trouvent également dans ce bâtiment de la salle de gymnastique et desservent la salle de douches. Celle-ci est chauffée et ventilée au moyen d'aérothermes, alimentés également par ce même circuit haute température et qui sont prévus de telle manière que la salle des douches soit mise en surpression avec évacuation, directe ou par ventilateurs d'aspiration, des buées vers l'extérieur.

Il existe également certaines écoles chauffées par rayonnement. Les panneaux sont toujours du type « de plafond » avec parfois un léger appoint de chauffage par le sol.

L'utilisation de panneaux enrobés dans les planchers se heurte à de sérieuses difficultés :

- en général, malgré l'utilisation de parois de plus en plus isolantes, la surface de plancher des locaux est insuffisante pour permettre de compenser les déperditions par un panneau de sol sans dépasser une température superficielle de 25°C ; or, une température supérieure n'est pas admise par les utilisateurs ;

- l'enrobage des tuyaux dans le plancher nécessite une coordination des travaux des divers corps de métier, ainsi qu'une coordination des études et des adjudications, qui malgré tous les efforts de l'Administration des Bâtiments et principalement par manque de personnel, n'est que rarement possible ;

- en général cet enrobage et l'isolation correspondante entraînent des épaisseurs de plancher assez importantes principalement eu égard aux types de pavement utilisés en Belgique ;

Les panneaux de rayonnement par le plafond sont :

- soit des panneaux à libre dilatation avec tuyaux munis ou non d'ailettes de diffusion ;

- soit des panneaux à tubes enrobés dans le plafonnage celui-ci étant indépendant du gros-œuvre.

Il faut toutefois reconnaître que le chauffage par rayonnement est une solution plus coûteuse que le chauffage par radiateurs et qu'il ne peut être envisagé que lorsque des

dispositions sont prises pour réduire au minimum les pertes de chaleur.

A l'exception des salles de gymnastique, le chauffage à air chaud n'est pas utilisé (dans les écoles de l'État).

Plusieurs raisons expliquent cette situation :

- l'encombrement des gaines de distribution ;

- les questions de transmission acoustique ;

- le prix du kWh : or de telles installations entraînent une dépense de courant électrique plus importante que les installations à eau chaude ;

- le prix élevé des gaines si elles sont construites en matériaux durables et incombustibles (disons également que ce prix élevé provient à mon avis en partie d'une absence de standardisation des dimensions de ces gaines) ;

- la phobie des Belges à l'égard des « courants d'air » ;

- certaines craintes relatives au danger de propagation des incendies par ces gaines ;

- l'habitude acquise de prévoir la ventilation par les fenêtres, celles-ci étant ouvertes dès la fin du cours pour obtenir une ventilation énergique des locaux.

Je signalerai ci-après que nous envisageons toutefois d'essayer un type de chauffage à air chaud (avec ventilation) décentralisé par utilisation de ventilo-convecteurs (« unit-ventilators »).

4,3. Toutes les installations à eau chaude sont du type « à circulation accélérée par pompes ou circulateurs ». En général les tuyauteries sont disposées suivant le principe de la boucle dite « de Tichelmann » de manière à obtenir un réglage automatique du débit.

De plus en plus, les installations sont réalisées avec un « zoning » très poussé. Il en résulte que chaque aile de bâtiment est alimentée par un circuit possédant (généralement au départ de la chaufferie) une régulation automatique par vanne mélangeuse à trois voies, de manière à obtenir une température de départ fonction des conditions (orientation, ensoleillement, action du vent) propres à chaque aile.

Il est évident que les dégagements (couloirs, halls, cages d'escalier) sont chauffés par le circuit qui alimente les classes de chaque aile, l'orientation de ces classes étant naturellement la seule déterminante.

Lorsque les chaudières travaillent toutes à température constante, chaque circuit comporte également son propre circulateur de manière à permettre d'obtenir une température de mélange indépendante de la température moyenne des retours.

Les installations très étendues sont également parfois réalisées avec le dispositif appelé en Belgique « boucle de Rausou » du nom du très distingué Français qui dirige la firme de régulation automatique « CER » (Cie Electrotechnique de Régulation).

De telles installations comportent une boucle à température élevée (sous l'influence de la régulation primaire) avec ses pompes de circulation, chaque aile étant alimentée par une nourrice possédant son ou ses circuits avec circulateurs indépendants.

4.4. Actuellement nous sommes mis en présence d'un important programme de construction de grands ateliers pour écoles techniques.

Nous pensons utiliser dans ces ateliers principalement du chauffage par rayonnement à haute température, avec tuyaux et réflecteurs disposés sous la toiture. Il est, en effet, essentiel de libérer au maximum le sol pour assurer une flexibilité aussi grande que possible et permettre le déplacement des machines, établis et autre matériel didactique, qui dépendent de nécessités pédagogiques actuellement très mouvantes.

5. LA RÉGULATION AUTOMATIQUE

J'ai déjà indiqué ci-avant l'utilisation très générale du principe de la division en zones.

En général une installation moderne comprend (naturellement outre les dispositifs de sécurité : aquastats à maximum, sécurités pour le fonctionnement des brûleurs, etc...) :

- une régulation primaire en fonction de la température extérieure, du type duostatique, avec sonde extérieure et sonde dans la tuyauterie de départ ;

- une régulation secondaire, par circuit, avec commande de la vanne motorisée mélangeuse à trois voies par un « weatherstat » ou principalement par une série de thermostats de chambre placés de manière à obtenir une représentation des conditions « moyennes » des locaux de l'aile considérée.

Les régulations primaire et secondaire sont presque toujours du type électrique ou, de plus en plus, électronique, les thermostats de chambre étant alors constitués par de simples résistances, d'où simplicité et robustesse.

Si la batterie de chaudières est à fonctionnement à température constante, la régulation primaire se réduit naturellement à un aquastat maître de réglage, chaque chaudière étant munie d'un aquastat de sécurité.

Le chauffage à air chaud des salles de gymnastique est réglé par une sonde thermostatique placée dans la gaine de retour ou par un thermostat de chambre, agissant sur une vanne motorisée, généralement à trois voies, placée sur la batterie de chauffe.

En général les dispositifs de régulation sont prévus de manière à maintenir un débit d'eau constant aux pompes de circulation. Une installation récente possède également une soupape thermostatique par local de manière à obtenir un réglage individualisé ; ce procédé de régulation ne peut toutefois pas encore être envisagé partout pour des raisons budgétaires faciles à comprendre. Il est déjà satisfaisant de constater qu'aucune installation n'est plus réalisée sans régulations primaire et secondaire !

Dans le cas d'internats ou d'écoles comportant des locaux avec programmes d'occupation fort différents, la régulation est complétée par des horloges à programme permettant de distribuer la chaleur suivant les besoins réels, d'où possibilité de réduire l'importance des pointes.

6. INSTALLATIONS SPÉCIALES ET PROGRAMME D'AVENIR

6.1. J'ai déjà indiqué ci-dessus que nous allons envisager prochainement l'utilisation de « ventilo-convecteurs ». Ces appareils comportent :

- un convecteur alimenté en eau chaude ;
- un ou généralement deux ventilateurs centrifuges ;
- un filtre ;
- une prise d'air extérieur et une reprise d'air du local ;
- une bouche de soufflage avec induction d'une partie d'air du local afin de réduire la différence de température entre l'air de soufflage et du local.

De tels appareils permettent de réaliser facilement :

- le réglage individuel de la température par local ;
- une intermittence aussi poussée que possible, le chauffage à la température de confort n'étant assuré que pendant les périodes d'occupation réelles de chaque local ; le convecteur, ventilateur arrêté, permet de maintenir en dehors de ces périodes une température modérée de manière à éviter tout danger de gel ;
- une ventilation efficace avec introduction continue d'air frais.

Il est certain que le développement de ce système de chauffage n'est possible que si le prix de revient des appareils et de leur raccordement au gros œuvre et au parachèvement peut être réduit grâce notamment à la normalisation dimensionnelle non seulement de ces appareils mais du gros œuvre et du parachèvement ; il faut également que le prix du courant électrique soit suffisamment bas (1).

6.2. Une installation de chauffage (Athénée d'Auderghem) a été conçue de manière à permettre d'avoir une idée précise sur l'intérêt économique des doubles vitrages (type Thermopane ou Polyverbel) constitués par deux épaisseurs de verre, hermétiquement scellées sur leur pourtour et emprisonnant une lame d'air déshydraté.

Deux ailes de bâtiment, absolument identiques quant aux dimensions, à l'orientation, à l'exposition et à l'occupation ont été construites, l'une avec châssis avec vitrages simples, l'autre avec châssis avec vitrages doubles.

Chaque aile comporte un circuit (chauffage à eau chaude avec radiateurs et circulation accélérée par pompe) muni d'une régulation automatique par température intérieure et d'un compteur de calories. Les relevés sont en cours afin de démontrer si les calculs théoriques prouvant l'intérêt économique du double vitrage (à condition de normaliser ses dimensions !) sont confirmés en tenant compte de l'intermittence.

6.3. Deux bâtiments scolaires munis d'une installation de chauffage par rayonnement (École Technique Supérieure d'Anderlecht et École Professionnelle Ménagère Agricole de Wemmel) sont munis de locaux d'essais. Dans ces locaux nous avons placé à demeure des thermocouples de surface permettant de mesurer les températures superficielles des parois de ces locaux, tandis que des thermocouples amovibles peuvent être placés en divers endroits du local afin d'y mesurer les températures sèches à différentes hauteurs (détermination du gradient de température).

(1) Pour plus de détails sur ces appareils, voir « Impressions d'Amérique » par l'auteur, Chaleur et Climats, novembre 1958 et mars 1959.

Ces mesures seront complétées par les mesures courantes :
détermination des températures sèches et humides, des
températures résultantes au thermomètre de Missenard,
détermination de la vitesse d'air en divers endroits (au moyen
d'un cathathermomètre et de l'anémomètre à fil chaud), déter-
mination du renouvellement d'air (par catharomètre).

1964. Je m'en voudrais de ne pas signaler la tendance actuelle
à augmenter l'isolation thermique des parois et principalement
des plafonds et planchers, notamment par l'utilisation de
couches de béton léger isolant, de plaques isolantes légères,
en coordination avec les études de normalisation modu-
lière des bâtiments scolaires.

Conformément aux enseignements de M. Missenard, notre
maître et ami, nous essayons de réduire l'écart entre la tem-
pérature sèche de l'air et la température moyenne super-
ficielle des parois du local.

J'ajouterais que la norme belge en matière de calculs de
déperdition est à ma connaissance la première qui prévoit la
température résultante sèche comme base de ces calculs.

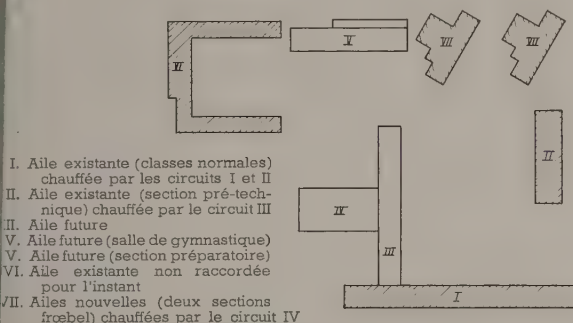


Fig. 1. — Woluwé. Situations actuelle et future des bâtiments.

7. EXEMPLES DE RÉALISATION

J'ai pensé bien faire en illustrant mon exposé des schémas
relatifs à quatre installations.

Ces schémas sont suffisamment explicites pour se passer de
longs commentaires.

La première série (figures 1, 2, 3, 4 et 5) de schémas est
relative à une installation classique à eau chaude par radia-

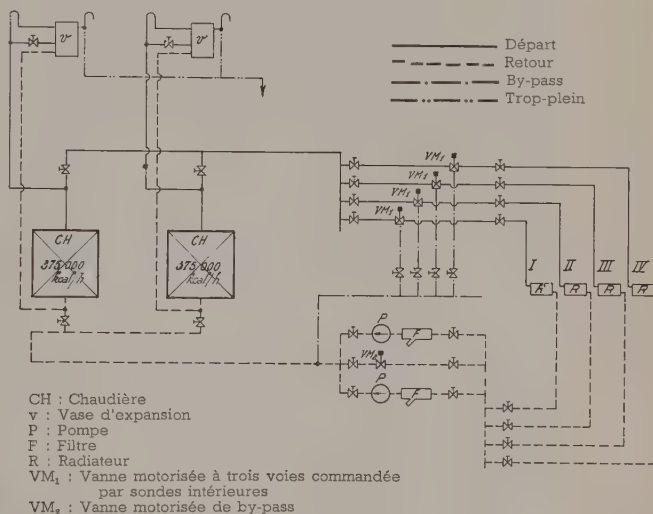


Fig. 2. — Woluwé Saint Pierre. Schéma de principe actuel.

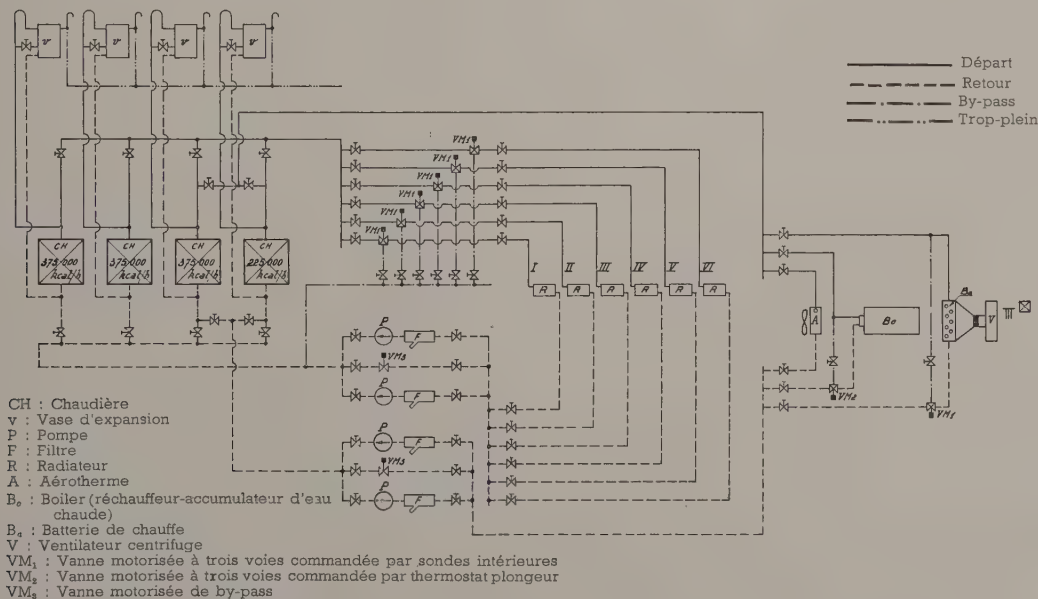


Fig. 3. — Woluwé Saint Pierre. Schéma général de l'installation définitive.

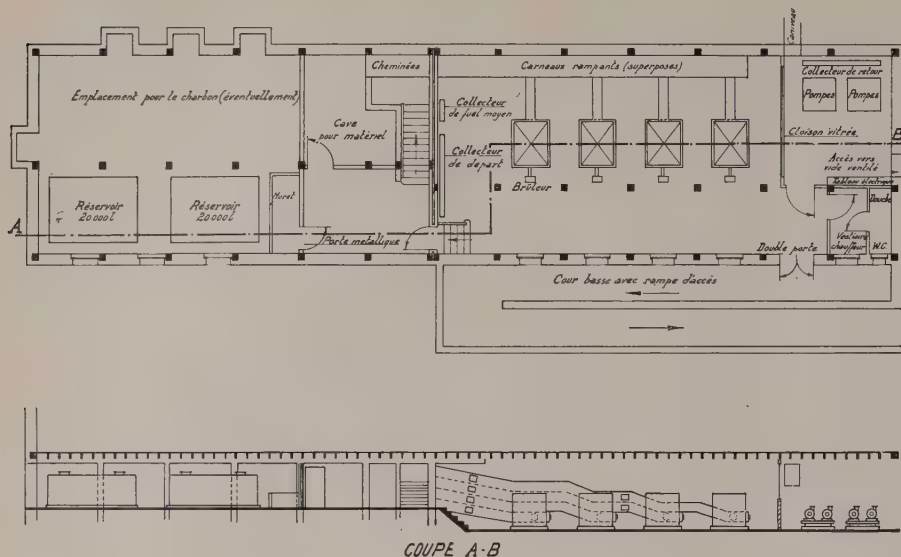
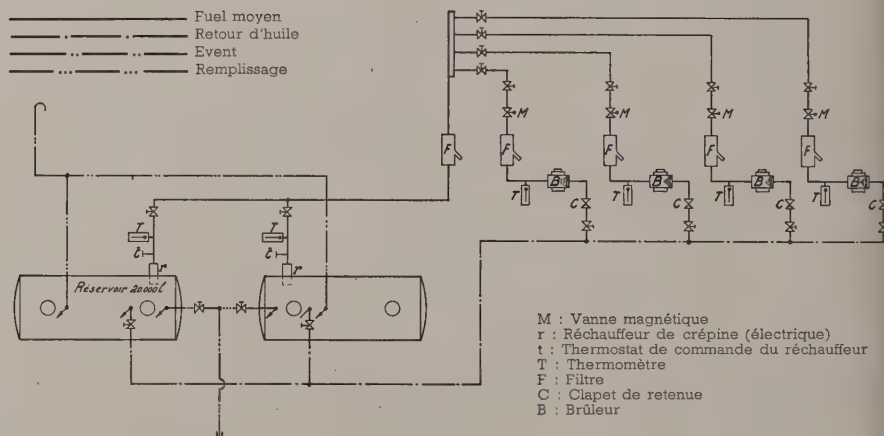
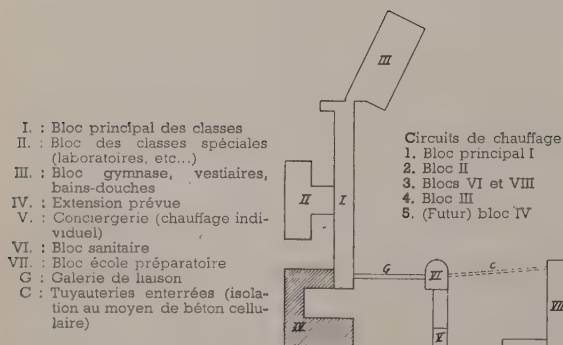

 Fig. 4. — Woluwé Saint Pierre.
Plan schématique de la chaufferie
et de la soute.

 Fig. 5. — Woluwé Saint Pierre.
Plan schématique de la distribution
de fuel-oil moyen.


Fig. 6. — Châtelet. Situation des bâtiments.

teurs : l'École moyenne de Woluwé Saint Pierre (près de Bruxelles) ;

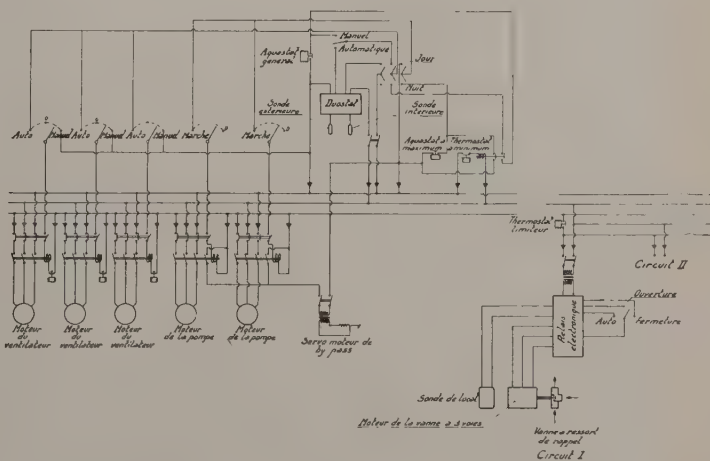
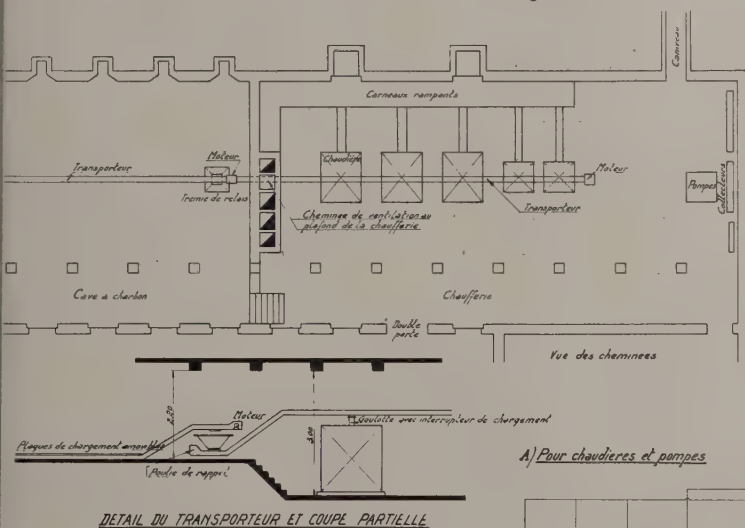
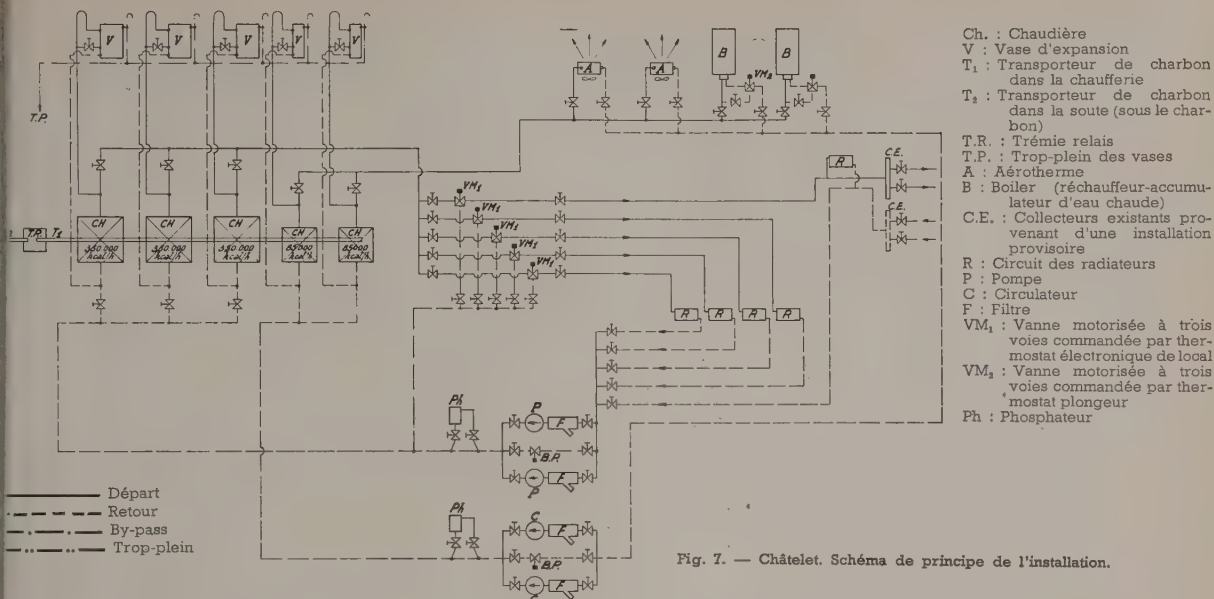
La chaufferie est équipée pour l'utilisation de fuel-oil moyen.

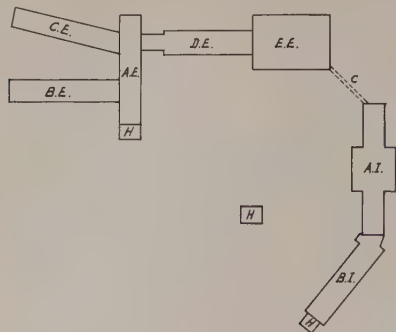
Cette école est en plein développement, la commune desservie étant une des communes de l'agglomération bruxelloise où l'augmentation annuelle de la population est la plus forte par suite du grand nombre des immeubles d'habitation nouveaux qui y sont érigés.

Ce bâtiment a été choisi pour montrer la possibilité d'un développement harmonieux de l'installation de chauffage au fur et à mesure de la construction de bâtiments nouveaux.

La seconde série de schémas (figures 6, 7, 8 et 9) est relative à une autre installation par radiateurs : l'Athénée Royal de Châtelet (près de Charleroi) ; ici la chaufferie est équipée pour fonctionner au charbon anthraciteux.

La troisième série de schémas (figures 10, 11, 12 et 13) est relative à une installation de chauffage par rayonnement :

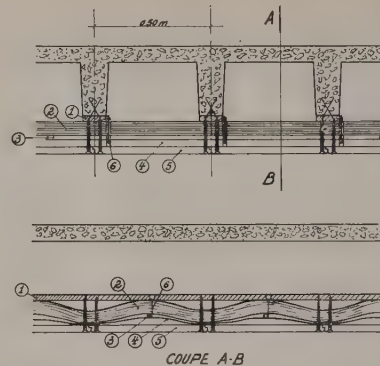




A.E. : Externat bloc A
 B.E. : Externat bloc B
 C.E. : Externat bloc C
 D.E. : Externat bloc D
 E.E. : Externat bloc E
 A.I. : Internat bloc A
 B.I. : Internat bloc B

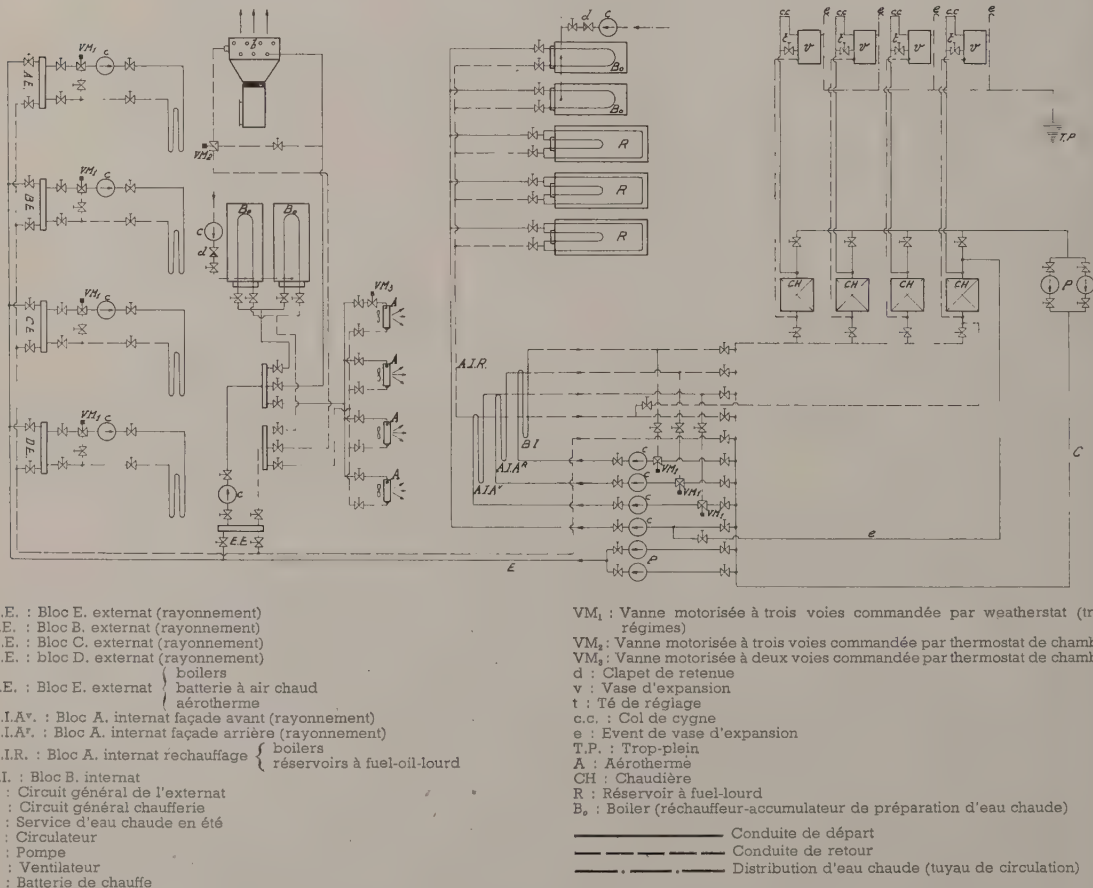
H. : Habitations particulières avec chauffage individuel } Concierge
 C. : Caniveau de liaison } Econome
 Directrice

Fig. 10. — Wemmel. Situation des bâtiments.



- (1) Volige 4/4" pour fixation des serpents et des plaques de plafond
- (2) Matelas de laine de verre, épaisseur 6 cm, largeur 50 cm
- (3) Tube renforcé pour rayonnement $\varnothing \frac{1}{2}$ "
- (4) Ailette en aluminium 0,8 mm (diffuseur) longueur 0,48 m
- (5) Plaque préfabriquée pour plafonnage fixée par longues vis à tête cachée (dimensions nettes 0,5 m x 0,5 m)
- (6) Crochet de support pour tuyau de chauffage (interposition de joint en plomb)

Fig. 12. — Wemmel. Détail des panneaux chauffants à libre dilatation.



A.E. : Bloc E. externat (rayonnement)
 B.E. : Bloc B. externat (rayonnement)
 C.E. : Bloc C. externat (rayonnement)
 D.E. : bloc D. externat (rayonnement)
 E.E. : Bloc E. externat { boilers
 batterie à air chaud
 aérotherme
 A.I.A.v. : Bloc A. internat façade avant (rayonnement)
 A.I.A.r. : Bloc A. internat façade arrière (rayonnement)
 A.I.R. : Bloc A. internat réchauffage { boilers
 réservoirs à fuel-oil-lourd
 B.I. : Bloc B. internat
 E : Circuit général de l'externat
 C : Circuit général chaufferie
 e : Service d'eau chaude en été
 c : Circulateur
 P : Pompe
 V : Ventilateur
 b : Batterie de chauffe

VM₁ : Vanne motorisée à trois voies commandée par weatherstat (trois régimes)
 VM₂ : Vanne motorisée à trois voies commandée par thermostat de chambre
 VM₃ : Vanne motorisée à deux voies commandée par thermostat de chambre
 d : Clapet de retenue
 v : Vase d'expansion
 t : Tête de réglage
 c.c. : Col de cygne
 e : Event de vase d'expansion
 T.P. : Trop-plein
 A : Aérotherme
 CH : Chaudière
 R : Réservoir à fuel-lourd
 B_e : Boiler (réchauffeur-accumulateur de préparation d'eau chaude)

——— Conduite de départ
 - - - Conduite de retour
 - - - Distribution d'eau chaude (tuyau de circulation)

Fig. 11. — Wemmel. Schéma général de l'installation.

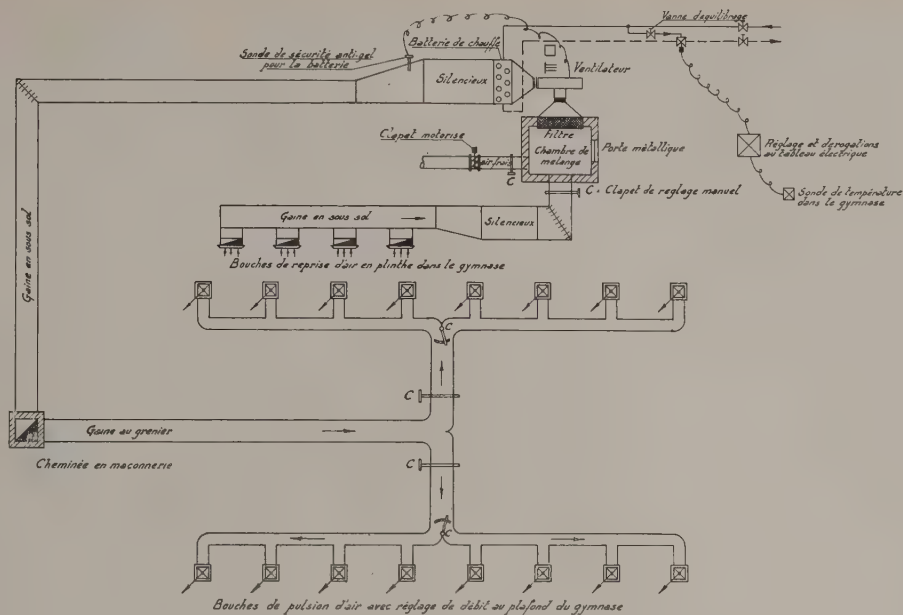


Fig. 13. — Wemmel. Schéma de l'installation de chauffage à air chaud.

École Professionnelle Ménagère Agricole de Wemmel près de Bruxelles).

La chaufferie est équipée au fuel-oil lourd. L'école comporte un externat et un internat.

Enfin les deux dernières (figures 14 et 15) montrent le plan d'un pavillon préfabriqué (classes provisoires de construction

rapide) appelé R.T.G., ainsi que l'installation de chauffage à air chaud qui l'équipe : chaudière à eau chaude au gas-oil, alimentant un aérotherme pour chaque classe.

L'installation de chauffage a été conçue de manière à permettre le maximum de récupération en cas de démontage et de transport du pavillon.

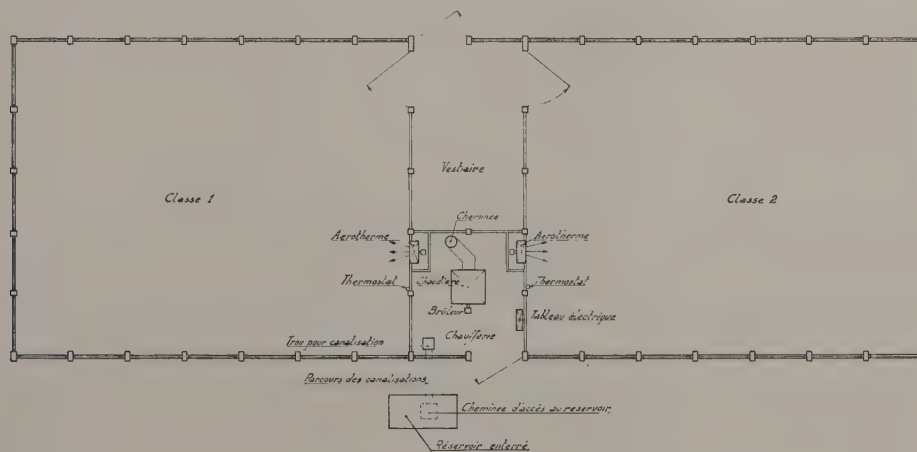


Fig. 14. — R.T.G. Schéma général d'un pavillon.

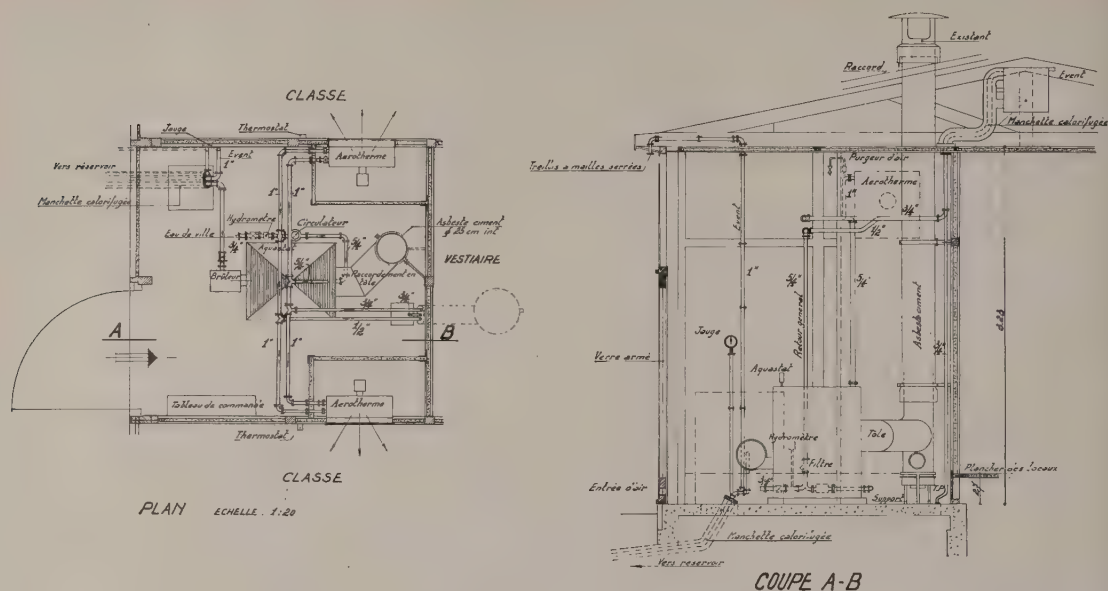


Fig. 18. — Pavillon R. T. G. Détail de la chaufferie.

8. CONCLUSION

J'espère avoir montré l'importance du programme actuel de construction de bâtiments scolaires en Belgique et le soin apporté à résoudre le problème du chauffage de ces bâtiments. Si les solutions utilisées sont traditionnelles, l'Administration des Bâtiments a essayé de les réaliser aussi parfaites que possible.

Le temps est loin où les pédagogues croyaient pouvoir négliger les « basses contingences matérielles » et prétendre que la qualité de l'enseignement ne peut souffrir de l'exi-

guité, de l'inconfort ou même de la saleté des locaux scolaires. Nous ne devons pas oublier le vieil adage romain qui nous incite à modeler les esprits sans affaiblir les corps. Mieux vaut un intellectuel sain et robuste qu'un rat de bibliothèque chétif et myope.

Je serais très heureux si une journée comme la présente pouvait contribuer, par une confrontation des idées et des solutions en cours dans chaque pays, à améliorer la réalisation des bâtiments scolaires qui constituent un outil indispensable pour le développement de la jeunesse, avenir du monde.

M. le Président MISSENAUD. — Je remercie et je félicite chaleureusement M. de Grave de sa communication très intéressante et très complète et je vous confesserai que si la tradition ne voulait pas que le président d'une Journée fût Français, nous aurions pensé à M. de Grave en raison de sa parfaite connaissance de la langue française et de la question. C'est vous dire l'hommage unanime que nous voulions lui rendre.

RÉSUMÉ

Après avoir rappelé succinctement l'organisation de l'enseignement primaire, secondaire, supérieur et technique en Belgique, le conférencier fournit quelques développements sur les caractéristiques générales des constructions scolaires, particulièrement en ce qui concerne l'isolation thermique. Donnant des précisions sur les combustibles utilisés, les chaudières employées, M. de Grave s'étend plus longuement sur les caractéristiques des installations réalisées, il insiste plus spécialement sur la régulation automatique dont sont munies les installations modernes; il donne ensuite un aperçu sur les installations spéciales et sur le programme d'avenir; il conclut sur le rôle social des perfectionnements réalisés et sur ceux qui sont envisagés.

SUMMARY

After a brief review of primary, secondary, higher and technical education in Belgium, this lecturer gives information on the general characteristics of school buildings in Belgium with particular attention devoted to the question of thermal insulation. Mr. de Grave furnishes further details on the types of fuel and boilers utilized as well as fuller information about the characteristics of the installations. Special attention is given to the matter of automatic regulation which is provided for modern installations. He then gives an insight into special installations and the programme planned for the future. The lecture concludes with a consideration of the social consequences of the developments which have been realized and which are planned for the future.

DISCUSSION

M. LE PRÉSIDENT MISSENARD. — Je voudrais vous demander quel est le nombre de mètres cubes que vous désirez par élève et par heure ?

M. DE GRAVE. — 30 m³ par heure et par enfant avec un minimum de 20 m³; 30 dans l'optimum.

M. LE PRÉSIDENT MISSENARD. — Vous avez constaté que le chauffage à eau chaude accélérée était le procédé le moins coûteux, mais que grâce à la normalisation, le chauffage par plafonds perforés pourrait être d'un coût à peine de 15 % plus élevé. Je voudrais vous demander si vous réalisez la ventilation par l'intermédiaire de ce plafond ?

M. DE GRAVE. — Nous avons un plafond rayonnant, mais non perforé.

M. LE PRÉSIDENT MISSENARD. — J'avais cru voir que vos plafonds taient perforés.

M. DE GRAVE. — Non, sauf pour la salle de gymnastique où nous mettons un plafond absorbant acoustique; par contre, dans les locaux scolaires, nous estimons que le temps de réverbération normal est déjà suffisamment bas avec une assistance moyenne et nous pensons qu'il faut éviter d'assourdir les locaux scolaires plus qu'il n'est nécessaire et, personnellement, je suis adverse des plafonds absorbants acoustiques dans ce genre de locaux.

Par contre, dans les dégagements, cages d'escaliers, halls et salles de gymnastique, nous assourdissons systématiquement les bruits.

M. LE PRÉSIDENT MISSENARD. — Une autre question encore : Vous êtes hostile au chauffage par le sol, si j'ai bien compris, au chauffage par le sol seul, à cause de la température excessive que cela exige au sol; mais vous n'êtes pas opposé à un chauffage combiné par sol et plafond, si les températures des surfaces sont assez basses ?

M. DE GRAVE. — Dans nos constructions où normalement les planchers sont en béton, et par conséquent ont une inertie thermique assez importante, nous estimons que dans le chauffage par le sol nous ne pouvons réduire les températures du sol que par des surépaisseurs de plancher qui sont prohibitives et nous pensons qu'il y a là une question d'intermittence ainsi que de température.

Nous avons toutefois dans certains cas utilisé des panneaux de sol, mais ce n'est que contraints et forcés, lorsqu'il n'y avait pas moyen de tout mettre au plafond.

M. LE PRÉSIDENT MISSENARD. — En conséquence, je comprends que vous êtes hostile par principe, non pas au chauffage par le sol, mais pour des raisons d'inertie au chauffage sur le sol avec tubes enrobés.

Enfin, une dernière question à laquelle je porte particulièrement intérêt : Si j'ai bien compris, en Belgique, on impose d'ouvrir les fenêtres toutes les cinquante minutes pendant dix minutes; c'est extrêmement important, mais j'ignorais que la chose fût régulière, alors qu'en France il y a une interruption toutes les heures et demie, et non toutes les heures.

M. DE GRAVE. — Ce système existe également chez nous. En réalité, il y a une interruption au milieu de la matinée, mais malgré cela les ordres sont donnés pour qu'à la fin de la leçon, même si les élèves ne changent pas de local, on ouvre les fenêtres. Nous dépendons pour cela de la bonne volonté des instituteurs et des

professeurs. Je ne vous dirai pas que c'est appliqué ne varietur, mais les établissements ont des consignes très strictes.

M. LE PRÉSIDENT LE MEUR. — M. de GRAVE nous a beaucoup parlé des classes que nous considérons, en France, comme des classes d'enseignement général. Dans nos locaux scolaires — je suppose que c'est exactement le même cas en Belgique — il y a, en dehors des salles d'éducation physique, dont vous nous avez parlé, des locaux à usage également intermittent. Je pense, par exemple, aux réfectoires. Est-ce que M. de GRAVE peut nous dire comment le problème du chauffage est abordé en Belgique dans les réfectoires ?

M. DE GRAVE. — Lorsque nous pouvons le faire, je vais vous dire que ce n'est pas souvent le cas, nous nous efforçons de chauffer les réfectoires par aérothermes, c'est-à-dire par air chaud produit encore ici à base d'eau chaude produite centralement. Mais je dois vous avouer qu'il existe chez nous une tendance à l'économie qui se manifeste de la façon suivante : comme les réfectoires sont des locaux très peu occupés, où les enfants ne sont pas astreints à une présence continue, où cette présence est limitée à trente ou quarante minutes, tous les réfectoires connaissant deux ou trois services, nous construisons la plupart de ces réfectoires en cave, dès que la chose est possible au point de vue aquifère, et cela notamment en Wallonie et dans la région bruxelloise.

M. LE PRÉSIDENT LE MEUR. — Je demanderai également à M. de GRAVE, de nous dire comment se résout en Belgique le problème du chauffage des locaux scientifiques ? Je ne parle pas des locaux scientifiques très importants, comme les laboratoires, mais étant donné la tendance actuelle, je suppose qu'en Belgique comme chez nous, dans les établissements secondaires, les enseignements scientifiques, physique chimie et sciences naturelles, admettent un équipement particulier correspondant à certaines manipulations. Le problème du chauffage et de la ventilation est-il abordé sur un plan différent dans ces locaux ?

M. DE GRAVE. — Pas en ce qui concerne le problème du chauffage. Par contre, en ce qui concerne la ventilation, nous avons dans ces locaux des hottes pour manipulations chimiques qui sont munies de ventilateurs d'extraction, et nous avons également des ventilateurs électriques aspirants devant les fenêtres.

Nous avons essayé de chauffer par air chaud et de faire une ventilation mécanique, disons plus rationnelle. Mais ces locaux de laboratoires sont souvent au rez-de-chaussée, et pour réaliser une ventilation mécanique rationnelle, il faut prévoir lors de la construction une surhauteur pour permettre l'aménagement d'un faux-plafond. Bien souvent cette disposition conduit à la création de niveaux différents entre les différentes surfaces de planchers, niveaux différents que les pédagogues n'aiment pas beaucoup, à juste titre.

En ce qui concerne les laboratoires universitaires — parce que nous nous occupons également du chauffage des deux universités de l'État à Gand et à Liège — nous allons commencer très prochainement (à l'Université de Gand) la réalisation d'un important bâtiment à usage de la « candidature en sciences ». Cet important bâtiment est à douze niveaux de laboratoires, laboratoires que nous appelons en Belgique « praticum », du terme latin, c'est-à-dire laboratoire où les élèves font les manipulations. Ce bâtiment sera chauffé par éjecto-convecteurs, combinés avec évacuation directe de l'air des locaux où il y a des manipulations chimiques. A noter que la « candidature en sciences » comprend également

des manipulations physiques qui ne dégagent pas d'odeurs, de vapeurs, etc... ces derniers locaux sont simplement chauffés et ventilés par éjecto-convecteurs à raison de 30^3 m/h, tandis que les locaux où il y a des dégagements de vapeur sont munis de ventilation avec extraction directe.

M. ROZINGER. — Est-ce que M. de GRAVE pourrait nous préciser les motifs du remplacement progressif depuis 1953 du char-

bon par le mazout, ce qui surprend un peu a priori, connaissant les conditions économiques de la Belgique ?

M. DE GRAVE. — C'est uniquement une question de main-d'œuvre. Je dois dire que nous construisons encore de très importantes chaufferies au charbon; mais lorsque l'école a une puissance calorifique inférieure à 600 000 kcal/h, nous essayons d'éliminer le chauffeur et de charger le concierge de l'entretien de l'école.

SOMMAIRE (suite)

NOVEMBRE

LE CHAUFFAGE AU GAZ

- A. Kohler**, Nouvelles techniques de la distribution du gaz en France.
- Delbourg**, Les équipements utilisés dans les installations de chauffage des locaux par le gaz.
- Odier**, Le rôle du gaz naturel dans la distribution du gaz en France.
- de Jerphanion**, L'utilisation du gaz naturel dans les chaudières de grande puissance.

RADIATEURS ET CONVECTEURS

- Burnay**, Développement et tendance des essais et recherches sur les corps de chauffe.
- C. Maréchal et B. Zimmer**, Influence du raccordement et du débit sur l'émission des radiateurs.
- Thin et R. Cadiergues**, Recherches sur le calcul des montages à un tuyau.

PARAITRE

DÉCEMBRE

ÉTUDES ET RECHERCHES

- Goenaga**, Mesures dans les conduits aérauliques.
- Clain**, Le bruit des ventilateurs.
- Douchez**, Les éjecteurs.
- Billington**, Le chauffage intermittent.
- Molin**, La sécurité dans les installations de chauffage à eau chaude.
- Metz**, Repérage de la charge thermique dans les ambiances chaudes.
- sites d'installations.
- Conclusion générale des journées par M. le Président Missenard.

CONTENTS (rest)

NOVEMBER

HEATING BY GAS

- J.-A. Kohler**, New techniques of gas distribution in France.
- P. Delbourg**, Equipment used in gas heating premises.
- R. Odier**, The role of natural gas in gas-distribution in France.
- A. de Jerphanion**, The use of natural gas in large capacity boilers.

RADIATORS AND CONVECTORS

- G. Burnay**, Development and trend of tests and research on heating units.
- J.-C. Marechal and B. Zimmer**, Influence of connections and rate of flow on radiator output.
- D. Thin and R. Cadiergues**, Research on the calculation of single-pipe lay-outs.

ANNONCED

DECEMBER

STUDY AND RESEARCH

- R. Goenaga**, Measurements in air conduits.
- F. Clain**, Ventilator noise.
- M. Douchez**, Ejectors.
- S. Billington**, Intermittent heating.
- P. Molin**, The safety in warm-water heating installations.
- B. Metz**, Registering the heat load in warm environments.
- Visits of installations.
- General conclusion to the sessions by the Chairman Mr. Missenard.

Les thèses et la méthode d'exposition adoptées par les conférenciers et les personnes qui prennent part aux discussions peuvent parfois heurter certains points de vue habituellement admis. Mais il doit être compris que ces thèses et discussions, à l'égard desquelles l'Institut Technique ne saurait prendre parti, ne visent en rien les personnes ni le principe des Institutions

(Reproduction interdite.)

ÉDITÉ PAR LA DOCUMENTATION TECHNIQUE
DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS,
6, RUE PAUL-VALÉRY, PARIS-XVI^e.

6512-9-59 Typ. FIRMIN-DIDOT et C^{ie}, Mesnil (Eure).
Dépôt légal : 3^e trim. 1959.

(Ann. I. T. B. T. P.)

Le Directeur-Gérant : P. GUÉRIN.

Série : *VARIÉTÉS, ACTUALITÉS, INFORMATIONS (11)*

ENQUÊTE SUR L'HABITAT EN ALGÉRIE

ouverte à l'occasion des manifestations organisées en 1958-1959 par
L'INSTITUT TECHNIQUE DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS D'ALGÉRIE (I.T.E.B.A.)
les Services de l'HABITAT de la Direction des Travaux Publics et des Transports
Délégation générale du Gouvernement en Algérie, Rue Berthezène, Alger
et la collaboration : des Architectes, Ingénieurs, Entrepreneurs, Fabricants de matériaux d'Algérie



Élément de façade. Secteur industrialisé d'Hussein-Dey.

VI

Conférence prononcée le 14 mai 1959, salle des Actes de l'Université d'Alger
SOUS LA PRÉSIDENCE de **M. F. BIENVENU**, Architecte D.P.L.G.
Président d'Honneur du Conseil Régional de l'Ordre des Architectes d'Algérie

ARCHITECTURE ET PRODUCTIVITÉ

par **M. LATHUILLIÈRE**, Architecte D.P.L.G.
Président du Conseil Régional de l'Ordre des Architectes d'Algérie

AVANT-PROPOS DU PRÉSIDENT

Je ne vous présenterai pas notre conférencier. La notoriété de notre ami Lathuillière a dépassé le monde du bâtiment. Son dynamisme et ses œuvres réussies, plus encore que la présidence du Conseil Régional de l'Ordre des Architectes qu'il dirige cependant avec une autorité et un tact remarquables, l'ont fait connaître du grand public. Notre ami va développer devant vous le rapport étroit qui existe entre la productivité du bâtiment et les exigences de l'architecture. Je ne doute pas de l'intérêt de son exposé, pour les deux raisons que voici : la première, ses qualités propres, je veux dire sa perpétuelle curiosité, sa vive intelligence, la seconde, ses vertus acquises. Dès son adolescence, des maîtres lui ont appris à discerner des exigences juxtaposées et quelquefois contradictoires, à distinguer l'important de l'accessoire, enfin à mettre en évidence l'essentiel. Ils lui ont appris en somme à s'interroger souvent et à voir de loin.

La pratique de notre profession a exigé de lui la même objectivité dans le choix des matériaux, dans le choix des procédés, dans le choix des exécutants ; il est arrivé même d'arbitrer, dans un même état d'esprit, entre les entreprises se trouvant sur un même chantier, à user quelquefois même de son autorité, autorité toute morale bien sûr, auprès de son client aussi bien que des entreprises pour faire respecter les conventions passées.

Mais parler de choix, d'arbitrage, d'objectivité, d'autorité morale, n'est-ce pas parler sans le dire d'indépendance et de désintéressement ? A pareille discipline un caractère se forge, l'esprit s'ouvre, voit loin et clair. Cette discipline, Lathuillière, comme la plupart de ses confrères, l'a subie tout au long de sa carrière. C'est donc avec une rare impartialité et beaucoup de clairvoyance, je n'en doute pas, qu'il va développer devant vous le sujet de sa conférence.

L'œuvre énorme que le Gouvernement a décidé d'accomplir dans ce pays pose, vous le savez, bien des problèmes peu communs. Des solutions qui leur seront apportées dépendent le succès ou l'insuccès. C'est dire l'intérêt des paroles de sagesse qui vont être prononcées et je souhaite qu'elles portent leur fruit.

Je passe la parole à mon ami Lathuillière.

RÉSUMÉ

Les conditions dans lesquelles le problème de l'habitat doit être résolu en Algérie, au profit d'une population très modeste, avec des moyens relativement limités en matériaux et en personnel de qualité, obligent les architectes à prendre une position très nette et à éliminer toute possibilité de recours aux solutions de facilité qui conduiraient aux pires déconvenues.

Cette position qui découle de la mission fondamentale de leur profession les conduit à dégager les principes suivants :

- la cité et le foyer doivent satisfaire toutes les aspirations de l'homme et de sa famille sur les plans spirituel et matériel.

- la vocation sociale de l'architecte contemporain l'oblige à recréer d'emblée, dans la planification de vastes ensembles immobiliers, l'harmonie et la cohésion d'habitation que les sociétés passées guidées par la tradition ont en général si heureusement atteintes dans une lente évolution.

- l'Architecture de l'habitation doit contenir en substance tous les éléments permettant le meilleur rendement à l'exécution, sans pour cela perdre aucune de ses qualités dans les domaines de l'esthétique, de la solidité, de la durée et de la protection contre les intempéries.

- l'industrialisation du bâtiment peut seule permettre la mise en œuvre de groupes d'habitation importants. Mais il lui faut satisfaire aux exigences fonctionnelles de la conception architecturale et non en contrarier l'expression.

- la réalisation du programme gouvernemental exige la coordination la plus étroite des efforts de tous ceux qui sont appelés à y participer, dans le strict respect du rôle de chacun.

SUMMARY

The conditions under which the problem of housing must be solved in Algeria, for the benefit of a very modest population, with means relatively limited in materials and trained staff, impose upon architects the necessity of taking a very clear position and eliminating any possibility of recourse to facile solutions that would lead to the worst disappointments.

This position that is implied in the fundamental obligation of their profession impels them to lay down the following principles :

- the city and the home must satisfy all the aspirations of the man and his family on the spiritual and material planes.

- the social vocation of the contemporary architect obliges him to recreate directly, in the planning of vast groups of buildings, the harmony and the cohesion of the housing unit that past societies, guided by tradition, have in general so successfully achieved in the course of a slow evolution.

- the architecture of housing must contain in substance all the elements making for economy of execution without, however, sacrificing any of the essential qualities of beauty, soundness, durability and protection against weather;

- only mass production methods can make possible the building of large housing developments. But these methods must meet the functional requirements of the architectural design and not hinder its execution.

- the carrying out of the governmental program requires the closest coordination of effort on the part of all those called upon to participate in it, with a strict regard for the role of each.

EXPOSÉ DE M. LATHUILLIÈRE

L'enquête consacrée par l'*Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics* nous a permis, au cours du cycle de conférences de cette année, de connaître les points de vues et opinions de personnalités autorisées, sur une des questions les plus délicates de notre temps, qui prend en Algérie un caractère tout à fait particulier en raison de la structure sociale de notre province.

L'architecte, de par sa mission, se doit d'avoir une opinion propre sur chacun des aspects de ce problème, car tout ce qui touche à l'habitat, quelle qu'en soit la nature, l'intéresse directement et influe dans une large mesure sur la façon dont il lui faut orienter ses études.

C'est que le temps est bien passé où l'architecte n'avait d'autres préoccupations que celles relevant exclusivement de son art. Il a longtemps vécu dans un milieu où tout était pratiquement résolu sur le plan matériel à partir du moment où l'on faisait appel à lui et où l'ensemble des techniques de la construction n'exigeait pas en somme de connaissances dépassant les facultés humaines.

Il n'en est plus de même aujourd'hui et s'il est obligé, comme par le passé, mais sur un champ beaucoup plus vaste, de résoudre les questions relevant de sa profession dans les domaines de la matière, de la composition et de l'art, il doit avoir en plus, s'il veut mener sa mission à bien, la pleine compréhension des besoins de plus en plus complexes qu'il doit satisfaire.

Si donc je prends la parole aujourd'hui, ce n'est pas pour traiter de questions purement architecturales, mais bien pour tâcher d'exprimer dans la limite de mes moyens les préoccupations d'une profession en face des problèmes sans nombre que pose la réalisation d'habitations à l'échelle des besoins du pays, problèmes qu'il n'appartient pas à elle seule de résoudre, mais dont chacun exige son intervention.

On a dit que les difficultés de notre époque avaient pour origine un manque de coordination des efforts. Rien n'est plus exact; beaucoup d'hommes ont tendance à ne voir que les questions constituant l'essentiel de leur activité, sans se soucier des répercussions de leurs actes dans la suite des opérations. Ce travers se manifeste même à l'échelon de l'organisation, où des conceptions théoriques d'une logique irréprochable ne tiennent souvent pas compte des applications pratiques et conduisent à des complications d'exécution pouvant aller jusqu'à rendre inopérants les efforts les mieux conduits.

Il importe au plus haut point que la bataille du logement se déroule de telle manière que chaque protagoniste sache très exactement orienter son action, de façon à faciliter le travail de ses partenaires, tout comme il lui faut connaître les besoins véritables, pour que la question de l'habitat reçoive une solution entièrement satisfaisante.

Il est facile de décréter qu'il s'agit essentiellement de réaliser des habitations solides, bon marché, saines, confortables et agréables; il est beaucoup plus difficile d'y parvenir, non que le talent, les capacités, la bonne volonté et l'énergie fassent défaut, mais bien parce que les concours nécessaires pour passer d'une vue de l'esprit à une réalité palpable, sont fort nombreux et doivent s'exercer tous dans le même sens.

Il ne faudrait pas confondre l'objet et les moyens, ces derniers devant se façonner pour réaliser celui-ci.

Construire, nous l'avons dit souvent, ne consiste pas exclusivement à superposer et assembler des matériaux, ni à organiser des conditions d'exécution plus ou moins ingénieuses, cela serait vraiment trop simple.

Construire c'est permettre à l'homme de vivre dans un espace aménagé de manière à ce qu'il puisse accomplir tous les actes de l'existence avec le maximum de sécurité, d'agrément et de facilités, tout en conservant d'indispensables contacts avec la nature.

Certes, cela peut paraître un lieu commun quand il s'agit de logements destinés aux classes aisées de la société sachant exprimer leurs besoins et en mesure de les satisfaire financièrement avec aisance, mais il en est tout autrement quand les bénéficiaires n'ont d'autres ressources que d'accepter ce que l'on voudra bien leur attribuer, sans avoir la faculté du choix.

On a fait parfois des erreurs, de très graves erreurs, excusables d'ailleurs en raison de l'inexpérience et de la hâte avec laquelle on a voulu loger des gens rapidement et à des prix modiques. Il ne faut pas les répéter et il est souhaitable qu'un jour le démolisseur efface certains témoignages gênants, qui auront coûté finalement fort cher à la collectivité.

Mais passons en revue les divers aspects du problème du logement, ils sont nombreux.

— Les aspects politiques et sociaux sont à examiner d'abord. L'harmonie sociale d'un pays est inconcevable sans des conditions décentes d'habitation pour l'ensemble de la population. Une des caractéristiques des pays sous-développés est, avec la pénurie alimentaire, la précarité des foyers. La condition rurale des masses algériennes a permis pour un temps d'éluder le problème. La prise de conscience de ces masses a modifié un état de choses ancestral et la promotion humaine est désormais liée au logement. Je me rappelle avoir, il y a quelques années, fait visiter au directeur d'une grande revue d'architecture française une maison kabyle dans les Béni-Douala dont le décor souleva son enthousiasme. Son propriétaire, homme plein de finesse, mit aussitôt les choses au point en lui disant que tout ce pittoresque désuet ne valait pas un logement sain et confortable.

— Les aspects économiques et financiers, bases de la politique du logement, ne sont pas moins essentiels. Toute construction immobilière doit comporter à la fois un investissement et une rentabilité, quelles que soient les conditions de sa réalisation. On a parfois oublié qu'il y a une relation étroite entre les ressources et les conditions d'habitation. Sur ce point, nous avons tous, hommes politiques, administratifs, financiers, sociologues, architectes et entrepreneurs, des responsabilités à prendre; l'expérience des sociétés coopératives est à ce titre entièrement probante; elle est pleine d'enseignements dont l'un des plus intéressants est certainement d'ordre psychologique en ce qu'il place l'intéressé au cœur même du problème, l'obligeant ainsi à avoir pleine conscience des réalités.

— Les aspects administratifs et urbains prennent ensuite place. Dès l'instant que le problème de l'habitation cesse d'être examiné sous l'angle rural et individuel, des sujétions particulières apparaissent. Des exigences se font jour, il faut se préoccuper de dégager les règles auxquelles doivent obéir les groupements urbains, si élémentaires qu'ils soient. La cellule d'habitation n'est plus un fait isolé sans relation avec ce qui l'entoure. Il faut alors étudier les liaisons avec l'extérieur, l'équipement collectif, les conditions de voisinage. On en arrive alors à la notion d'unité d'habitation avec tout ce que cela comporte de services annexes et de sujétions diverses. On entre dans un domaine plein d'embûches, l'urbaniste, l'architecte, l'hygiéniste, le sociologue, les ingénieurs des réseaux divers, l'édile doivent intervenir, non pour faire prévaloir chacun ses vues propres, mais pour les harmoniser avec celles de ses associés dans l'œuvre commune. Travail d'équipe difficile et délicat où les prises de position trop tranchées risquent de vouer l'opération à l'échec, mais qui exige tout de même de la fermeté de caractère, afin d'éviter le recours aux solutions de facilité. Faire naître une agglomération ne consiste pas à aligner des baraques ou à choisir les maisons préfabriquées sur un catalogue, comme certains le supposent trop superficiellement. Ce serait ignorer l'élément humain, refuser d'imaginer la vie qui demain s'emparera de la petite cité, oublier que des hommes, des femmes, des enfants constitueront l'élément essentiel de cette agglomération dont la réalisation urbaine ne sera que le cadre.

— L'aspect architectural n'est pas à négliger davantage. On le considère trop souvent comme secondaire parce que l'on ne comprend pas le sens profond d'un art qui ne se borne pas à des apparences plastiques. L'architecture est à la base de l'organisation de l'édifice, qu'il soit simple logis ou bâtiment public. Dans le cas présent, elle s'étend à la composition d'ensemble du groupe d'habitations. Alors que l'urbanisme exprime des directives et des intentions, l'architecture exerce une fonction concrète dans les domaines de la répartition des constructions, du choix de leurs emplacements, de l'importance de leurs masses, de leurs distributions, de leurs structures et enfin de leurs apparences, celles-ci étant la conséquence de la bonne résolution de tous les autres problèmes.

Les apparences extérieures ne résultent pas d'une étude décorative superficielle, elles expriment des réalités internes exactement comme la beauté physique d'un individu reflète la qualité de sa structure et de sa musculature; elles constituent un couronnement et non un camouflage. On l'oublie trop souvent et cet oubli constitue une grave erreur de jugement dont les conséquences sont toujours fâcheuses.

Il importe donc que l'étude architecturale des programmes d'habitation soit particulièrement réfléchi et ceci avec d'autant plus de soin qu'ils s'appliquent à des constructions modestes où, faute de ressources, on ne peut introduire aucun élément inutile. C'est dans l'organisation même de l'agencement que l'effort principal doit être porté et pour cela aucune recherche ne doit être négligée.

Un ancien ministre de la Construction et du Logement nous disait un jour que la municipalité de Stockholm avait chargé un des meilleurs architectes de cette ville d'étudier l'aménagement d'une salle d'eau dans l'espace le plus restreint tout en assurant les commodités essentielles. Il paraissait ridicule de confier une tâche de la sorte à une personne qui par ailleurs composait de vastes ensembles. Et bien celle-ci n'a pas trouvé cette tâche indigne d'elle et réalisa ce qui lui était demandé à la satisfaction de tous. J'ai eu l'occasion de m'attaquer au même problème avec le désir d'arriver à des résultats comparables et lorsque je pus enfin, et après bien des études, résoudre le problème dans deux mètres carrés, j'eus la même satisfaction qu'après avoir achevé le projet d'un édifice.



Bône. Compagnie immobilière algérienne.

C'est justement parce que les programmes amènent des répétitions importantes que l'on peut pousser les études bien au-delà des limites jadis admises et ceci n'est pas un des moindres aspects des réalisations actuelles.

Nous en parlerons plus longuement tout à l'heure quand nous traiterons de l'intervention des différents constructeurs dans la réalisation de grands ensembles.

En attendant, abordons le dernier aspect du problème du logement, celui des conditions de l'exécution. Dans ce domaine, on a jusqu'ici admis que tout bâtiment ou groupe de bâtiments trouvait un entrepreneur pour assurer sa construction et que celui-ci était en tous points organisé en vue de cette tâche qui s'exécutait sous le contrôle de l'architecte chargé de faire respecter les clauses du marché.

Mais, l'augmentation de la masse des travaux pose des problèmes assez difficiles à résoudre, difficultés dont le monde de l'entreprise a signalé depuis déjà longtemps l'existence.

En apparence, rien ne différencie l'exécution des bâtiments d'habitations populaires de celle des autres catégories de bâtiments. En réalité, la modicité des ressources des futurs occupants exige des prix de revient très bas qui ne peuvent être obtenus en négligeant la solidité et l'hygiène. Tant que les programmes étaient peu importants, ces sortes de chantiers étaient naturellement dévolus à la petite entreprise qui, grâce à des frais généraux réduits et à une intervention directe du chef d'entreprise, pouvait traiter les travaux à des prix assez bas. Or, depuis quelques années, les programmes n'ont fait que croître en nombre et en volume.

Petit à petit, l'entreprise modeste a dû céder le pas à des entreprises disposant de capitaux et de moyens plus importants, mais dont le fonctionnement était par contre grevé de frais généraux plus élevés.

Aussi bute-t-on vite contre les plafonds dont sont assortis ces natures d'ouvrages et sauf à changer de méthodes de construction, il faudra renoncer à poursuivre l'exécution de programmes socialement indispensables. La hausse des prix et le freinage apporté au relèvement indispensable des plafonds ajoutent à la difficulté.

Or, il ne faut pas oublier que l'Algérie ne pourrait résoudre à elle seule ces questions immobilières et que l'aide massive de la Métropole est garante de la réalisation du plan de Constantine. Cette aide exige des sacrifices très lourds qui ne pourraient être accrus sans inconvénients. Le problème du prix de revient est capital et constitue une des préoccupations majeures. Il ne pourra être résolu exclusivement par l'entreprise et seul le concours de toutes les bonnes volontés permettra d'apporter des solutions.

Bien entendu, les architectes auront plus que jamais à éliminer tout ce qui peut constituer une dépense superflue, mais déjà leurs plans ne comportent guère d'inutilités et sont inspirés, pour l'habitat populaire, par un esprit de stricte économie. Ils peuvent aussi concevoir leurs projets de telle manière que le recours aux méthodes industrielles limite à l'exécution toute perte de temps ou de matériaux. Mais tout cela ne saurait suffire.

Il importe aussi qu'un plus grand soin soit apporté au choix du terrain et que les crédits alloués aillent au logement et à l'équipement et non à des fondations coûteuses ou à des terrassements excessifs.

Il convient tout autant que soit éliminé ce qui peut amener un relèvement non justifié de la dépense et que les formalités administratives soient réduites à leur strict minimum, afin d'éviter les retards et les faux-frais qui souvent bousculent les prévisions.

*
* *
*

Cet examen général des différents aspects du problème du logement m'a paru au préalable indispensable à l'étude qui va suivre. En effet, trop souvent certaines solutions négligent quelques impératifs et de ce fait aboutissent à des résultats imparfaits. Depuis douze ans, on a tout de même beaucoup travaillé en Algérie et cela a accru l'expérience de tous ceux qui ont participé à l'activité immobilière. Tout au plus, pourrait-on dire, qu'il a toujours été fort difficile de réaliser une synthèse des différentes expériences individuelles et que bien souvent des erreurs ont été répétées alors qu'on aurait pu s'en dispenser. Il est des sentiers sur lesquels il ne faut plus s'engager, d'autres où il faut marcher avec circonspection. Il est tout aussi profitable à la collectivité de signaler des erreurs que l'on a commises que de se vanter des réussites. Ces erreurs qui, à l'origine, étaient à peu près inévitables, constituent un apport dans le capital d'expériences acquises et j'avoue être toujours un peu sceptique lorsqu'un compte rendu, soi-disant objectif, ne met en valeur que les réussites, alors qu'il n'y a pas d'œuvre humaine ne comportant de fausses manœuvres.

Ceci réglé, je crois être mieux à même maintenant d'aborder l'essentiel du sujet de cet exposé, c'est-à-dire l'action à entreprendre pour que l'œuvre que la France va réaliser ici par la voie de son Administration, de ses architectes, de ses ingénieurs et techniciens, de ses entrepreneurs et de ses industriels, réponde à toutes les attentes et apporte sur une terre qui nous est chère, le bonheur, la réussite et la santé pour le plus grand nombre.

Dans un numéro de *Proportion*, la revue de l'Ordre des Architectes d'Algérie, j'ai, il y a quelque temps déjà, présenté sous une forme quelque peu symbolique, une étude sur les travaux d'aménagement de la Vallée du Tennessee. Je l'ai fait parce que j'ai été frappé par l'esprit avec lequel les problèmes avaient été abordés.

Par la force de caractère de certains hommes responsables devant leur pays de la réussite d'une œuvre gigantesque et d'une utilité vitale pour les États-Unis, une mystique s'est créée chez ceux qui avaient la charge de la mener à bien.

Leur rôle n'a pas seulement consisté à faire leur travail et à le bien faire, il fut aussi d'aider leurs partenaires à accomplir leur tâche, étant bien entendu qu'il ne s'agissait pas d'assurer telle ou telle réussite, mais bien le succès complet.

Une solidarité s'est manifestée tout le long de la hiérarchie et, parallèlement, entre gens d'activités diverses mais concomitantes. C'est dans le même esprit qu'il faut aujourd'hui aborder la réalisation du plan de Constantine si l'on veut aboutir.

Il existe encore entre nous trop de rivalités, trop de préoccupations partisans, trop de méfiances et quand



Algèr. Aérohabitat (cliché di Martino).



Algèr. Le Mauretania.

je dis entre nous, j'entends entre tous ceux qui à un degré quelconque ont une part de responsabilité dans la bonne marche de l'opération.

Je m'excuse de soulever cette question qui peut heurter quelques susceptibilités, mais je ne le fais pas dans un esprit de vaines critiques; je souhaite au contraire sincèrement que disparaissent les heurts préjudiciables à la bonne marche des opérations et cela vaut bien une franche explication.

Les architectes et les ingénieurs-conseils ont, par un protocole, réglé leurs positions respectives sur le plan national. En Algérie où les rapports sont plus étroits, il semble qu'une collaboration confiante soit en voie de s'établir. L'arrêté du 6 décembre 1958, qui a fort opportunément déterminé les conditions de cette collaboration, règle la question à la satisfaction de tous, je le pense. Moins nette est la position des bureaux d'étude par rapport à l'architecte; si certains apportent le même esprit d'équipe que les ingénieurs-conseils, il en est d'autres dont l'activité sort du cadre de la mission de l'ingénieur et cherchent sous diverses formes à restreindre le rôle de l'architecte sans apporter en contrepartie les garanties d'une profession sévèrement réglementée. Il appartient à l'Administration de ne pas tolérer certaines activités qui ne peuvent qu'apporter un trouble dans la réalisation des programmes.

Les relations entre architectes et entrepreneurs ont pris une tournure depuis la création de l'Office Algérien du Bâtiment. Un désir de collaboration sincère s'est manifesté sur le plan général. Les uns comme les autres comprennent qu'ils sont également responsables de la réussite d'une politique de construction très ambitieuse. Ils se heurtent, quoique sur des plans différents, aux mêmes difficultés fondamentales.

Il est apparu à beaucoup d'entre eux que l'obligatoire coopération à la réalisation de l'œuvre crée des liens qu'il est intéressant de renforcer. Chez certains, des préventions demeurent, surtout quand la coopération n'a pas été heureuse; dans ce cas, chacun a tendance à rendre l'autre responsable de ses déceptions. Je n'irai pas ici analyser dans le détail les conditions dans lesquelles doivent s'établir les relations entre architectes et entrepreneurs, mais je constate que dans la majorité des cas un effort de compréhension réciproque a été fait et cela au bénéfice de la qualité de l'œuvre.

Malgré une certaine pénurie de matériaux et de main-d'œuvre qualifiée, d'importantes constructions se sont édifiées ces temps derniers en Algérie dans des délais raisonnables, selon des techniques au moins aussi évoluées qu'en Métropole et qui se classent honorablement du point de vue qualitatif. A moins de méconnaître la réalité, on doit admettre que ces résultats prouvent l'existence d'un effort commun qu'il ne faudrait pas sous-estimer.

On ne saurait trop encourager cette bonne harmonie qui sert efficacement l'intérêt général.

On ne peut passer sous silence le rôle que doit jouer l'Administration. Il lui a été dévolu la mission de

définir les programmes de construction, d'en assurer la mise en train, d'en contrôler l'exécution et bien entendu d'en fixer les moyens de financement. Son action s'exerce donc à tous les échelons et sous les formes les plus diverses, aussi convient-il de ne point discuter du problème du logement sans l'y associer étroitement.

Si donc nous soulevons cette question délicate ici, c'est bien parce que l'Administration tient une place tellement importante et si déterminante que tous ses actes ont une répercussion directe sur le marché des opérations, c'est-à-dire qu'aucun ne peut nous être indifférent.

Elle se présente à nous sous deux formes, la première qui est à notre mesure est essentiellement humaine. Des hommes, souvent de grande valeur, font appel à toutes leurs compétences pour organiser et mettre en œuvre tout ce qui permettra la réalisation des programmes. Nous avons des contacts avec eux, nous souhaitons comme eux la réussite et par conséquent nos buts sont communs. Ils constituent un facteur dynamique et remplissent une tâche immense. Quand M. Mayer nous a exposé, dans la première conférence de ce cycle, les données de base du programme qui accapare notre attention, il était des nôtres et nous le lui avons fait sentir. Quand M. Saigot fera la synthèse des différentes études sur l'habitat présentées sous le signe de l'I. T. E. B. A., il aura la plus large audience de l'auditoire, car tout le monde sait que cette synthèse apportera une contribution considérable et aidera chacun dans l'accomplissement de sa mission propre.

L'autre forme toute impersonnelle ne provoque pas la même sympathie. Elle s'exprime par des arrêtés, circulaires, instructions ou contrôles qui s'exercent d'une façon automatique, sans qu'il soit tenu compte autant qu'il le faudrait des conditions dans lesquelles les assujettis sont obligés d'œuvrer. Bien entendu, on ne saurait se soustraire à certaines disciplines et un tel appareil est indispensable, mais comme l'on voudrait éviter qu'il soit trop lourd à supporter! On ne peut que souhaiter un allègement de ces sujétions qui rendent la vie des gens qui produisent souvent fort pénible.

Aussi n'est-ce pas trop demander que d'exprimer le vœu de voir s'assouplir les multiples formalités et se comprimer ces dossiers inutilement volumineux et trop nombreux, afin que l'essentiel du travail des bâtisseurs aille à la bâtisse et non à la justification de tous leurs actes.

Je n'en dirai pas plus, mais je pense sérieusement qu'il y a fort à faire de ce côté. Si donc, les architectes et les techniciens doivent accroître leurs moyens, les entrepreneurs mieux organiser leurs entreprises et leurs chantiers, l'Administration doit elle aussi sacrifier un peu de ses habitudes et simplifier ses méthodes.

Je termine là cette analyse des structures sans laquelle il serait probablement fort difficile de dégager les idées générales et exprimer des vues claires sur le fond du problème qui est, nous l'avons dit, de dispenser au plus grand nombre les joies du foyer.

L'homme de la rue comprend mal pourquoi, depuis plusieurs décades, il lui est difficile de se loger, pourquoi beaucoup d'êtres ne possèdent même pas un toit décent, pourquoi enfin l'un des besoins les plus essentiels est si difficile à satisfaire. Sous l'emprise de la nécessité, il est toujours prêt à accepter les solutions les plus immédiates et les plus faciles et pense avec une apparente logique que tout consiste à bâtir quatre murs et un toit.

Il n'en est que plus amer lorsqu'ayant enfin trouvé un abri, il perçoit qu'il lui manque encore quelque chose, c'est-à-dire des conditions de vie qui satisfassent sa dignité.

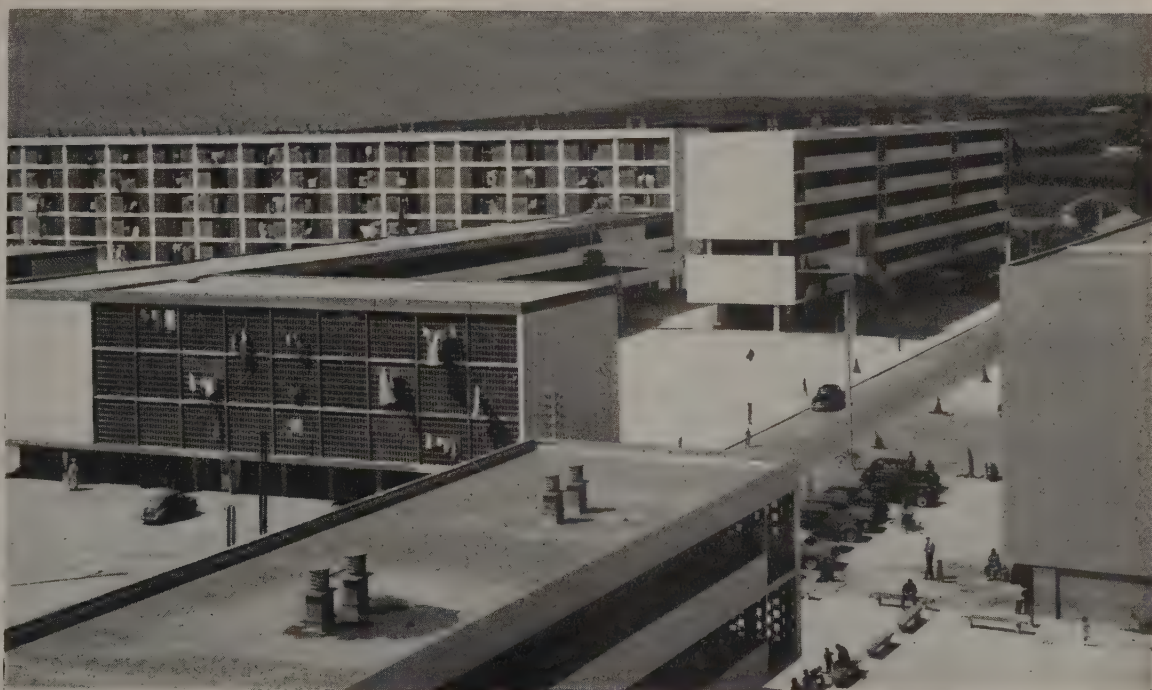
C'est pourquoi j'ai très peur des formules toute faites qui ramènent le problème du logement à la qualité technique d'un matériau ou encore à un bilan financier. Non pas que je considère ces facteurs comme négligeables, loin de là, mais ils doivent se placer dans un ordre hiérarchique qui fixe leur position sur un plan déterminé dans un ensemble dont ils constituent un des éléments.

Que nous demande-t-on aujourd'hui? Des logements? Oui, certes, mais beaucoup plus encore. On nous demande de bâtir un monde nouveau dans lequel seront assurées des conditions sociales et matérielles meilleures, d'où surgira une société dont les membres seront plus unis et plus fraternels. Ce n'est qu'à ce prix que l'Algérie vivra et prospérera dans la France. Si l'on ne réalise pas cela, autant dire qu'on aura gaspillé des milliards et, pire encore, des efforts considérables pour aboutir au chaos et à l'anarchie.

C'est donc la structure urbaine et ses prolongements ruraux qu'il faut assurer tout d'abord, car dans la hâte que nous avons de construire nous risquons de compromettre l'essentiel et de faire de la matière notre pire ennemi de demain.

Nous sommes ici au cœur du grand Alger qui voit s'accroître chaque jour le chiffre de sa population, mais qui déjà est marqué du mal des grandes villes.

Doublez le chiffre de sa population sans précaution et vous aurez la plus effroyable concentration humaine que l'on puisse imaginer, sans voies de circulation suffisantes, sans eau, sans échappée, sans rien de ce qui rend la vie supportable.



Cité des Eucalyptus à Hussein-Dey.

L'urbaniste a donc particulièrement son mot à dire dès que l'agglomération cesse d'être statique et il lui faut définir le cadre dans lequel elle effectuera son expansion, mais il ne lui appartient pas, sous peine de perdre de vue les lignes générales de cette expansion, d'entrer dans le détail et de faire de la composition architecturale; le plan masse est en dehors de son ministère et quand il se laisse tenter jusqu'à l'esquisser, il se heurte, non pas seulement à l'architecte, mais surtout au maître de l'ouvrage qui reste aussi le maître du programme. C'est donc bien au plan de masse que commence le domaine de l'architecte et de son client. Dans l'espace délimité où ils doivent exercer leur action, espace dans lequel l'urbaniste a défini des servitudes, ils entendent conserver les prérogatives essentielles attachées à leurs responsabilités.

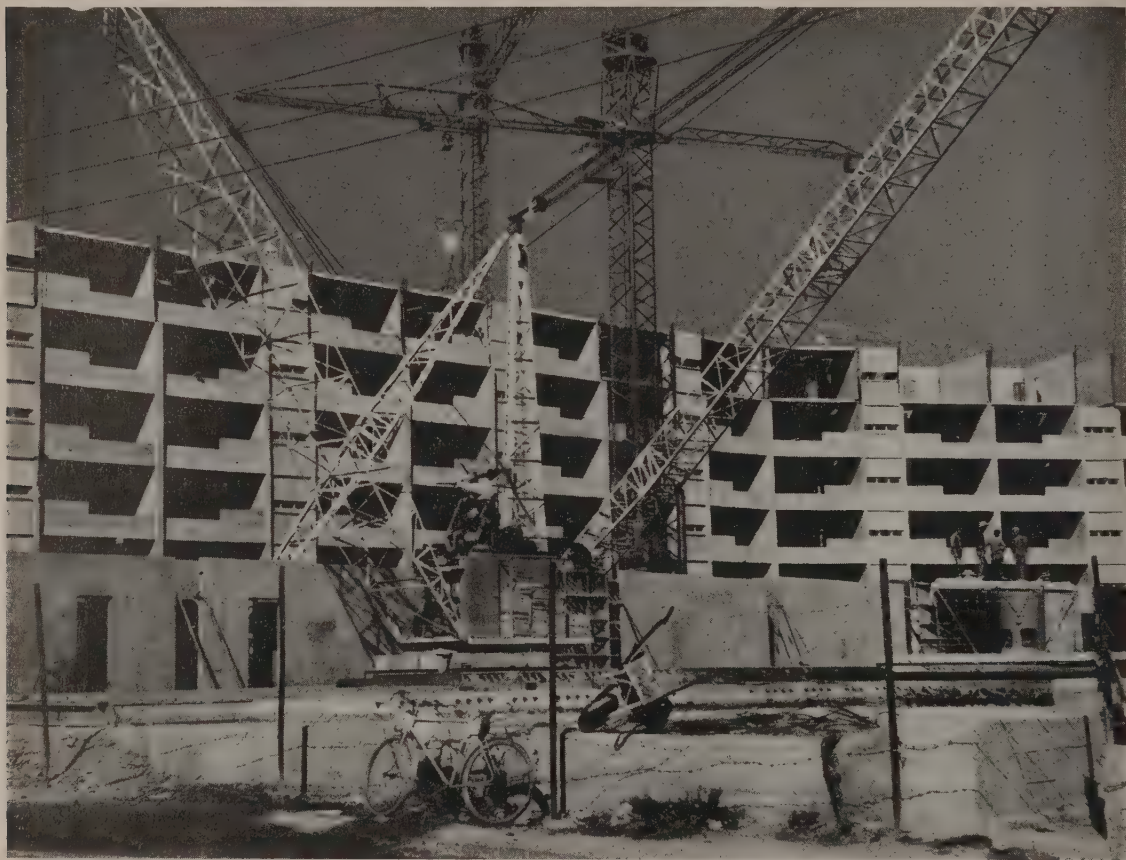
A notre époque où les programmes sont fort importants et portent parfois sur des centaines de logements, quand ce ne sont des milliers, la composition du plan-masse devient un acte d'une portée considérable. Ce plan va fixer le mode d'existence d'un grand nombre d'individus qui, jadis, suffisaient à peupler un bourg et même une petite ville.

Quand on prend conscience de la personnalité qu'affirment parfois les formations urbaines classiques, on se rend aisément compte du caractère de la charge qui incombe à ceux dont la mission consiste à créer une équivalence moderne aux unités d'habitation traditionnelle.

Ce que des hommes ont jadis façonné avec l'aide du temps en résolvant chaque problème particulier avec une expérience avertie des gens et des choses dont ils avaient la plus complète compréhension, il faut le réaliser d'emblée sans l'appui précieux de la présence humaine.

En pareil cas, l'architecte ne manque pas de directives générales qui lui ont été généreusement dispensées par des théoriciens nombreux et bien intentionnés. En quelque vingt ans on en a probablement plus écrit sur de pareils sujets que pendant des siècles. Les formules et les recettes abondent. Elles se caractérisent par une certaine localisation des préoccupations qui permettent à leurs auteurs de décréter mauvais tout plan qui ne répond pas en tous points aux principes qu'ils ont édictés.

Pour les uns, l'orientation est le souci dominant, pour d'autres, c'est la plastique urbaine, pour d'autres encore, seule la circulation compte.



Secteur industrialisé à Bône.

Comme il n'est jamais possible de satisfaire à la fois à toutes les exigences, il apparaît bien vite qu'il s'agit avant tout de réaliser un compromis assez adroit pour ne rien sacrifier d'essentiel tout en réservant le maximum d'avantages.

Je m'explique : un plan de masse dans lequel un souci dominant d'orientation amènerait l'architecte à placer tous les édifices dans le même sens permettra peut-être de donner à chacun la même part de soleil, mais sera probablement assez monotone; dans le même ordre d'idées, un plan conçu dans un souci exclusif d'esthétique et de variété négligera peut-être des données d'hygiène essentielles.

En bref, le meilleur plan ne sera pas celui qui réunira le maximum de qualités sur un point particulier, mais plutôt celui qui, dans son amalgame, présentera des caractéristiques de nature à satisfaire au mieux le plus grand nombre de besoins.

C'est pourquoi l'étude d'un plan-masse exige de la part de l'architecte des efforts d'imagination et de sensibilité insoupçonnés pour aboutir finalement à une série de schémas très dépouillés qui, pour des esprits non avertis, semblent se réduire à peu de choses.

C'est peut-être là que l'architecte reste le plus isolé en face de sa conscience. Quand il compose un édifice, il est aidé dans son étude par la vision directe de ses éléments constitutifs; s'il connaît son métier, il peut se contrôler avec une certaine sécurité, discerner ses erreurs et ainsi les corriger jusqu'à ce qu'il ait enfin atteint un degré de mise au point satisfaisant. Il en est tout autrement quand il s'attaque au plan-masse. Là, il lui faut imaginer, dans l'abstraction des volumes et des lignes, une vie et un mouvement général qu'il lui est impossible de fixer ou de figurer matériellement.

Son unité résidentielle doit lui apparaître, non pas avec l'aspect figé d'une cité déserte, mais bien comme un centre de vie en mouvement, où chacun se déplace, circule, agit selon sa nature et ses besoins.

Il doit penser à tout, savoir prévoir qu'autour de ces murs, au milieu des places publiques, près de la fontaine ou dans la salle de réunion, des gens échangeront des idées, converseront, s'aimeront ou se disputeront. Que l'on instruira les enfants, soignera les malades, aidera les plus faibles. Et que tout cela s'accomplira d'autant mieux que l'on aura su utiliser le terrain, aménager le site, créer les conditions indispensables au développement normal de l'existence d'individus qui feront corps avec leur village ou leur quartier et en seront fiers ou s'en dégoûteront selon qu'on aura prévu ou négligé de satisfaire tous leurs besoins.

Et, là, il n'existe pas de solutions préfabriquées car en raison de l'infinie variété des cas qui se présentent, il est à peu près impossible de puiser dans l'arsenal des œuvres réalisées le dispositif à adopter. Heureusement, d'ailleurs, car s'il en était autrement, ce serait probablement la disparition de toute personnalité urbaine.

On pourra longtemps former des raisonnements philosophiques sur les avantages et les inconvénients de tel ou tel mode d'habitation et préconiser celui qui paraît le meilleur, compte tenu des avantages qu'il procure; il n'en est pas moins vrai que devant chaque cas concret, le problème est à repenser. En face de la réalité, il faut faire œuvre réaliste et se débarrasser des principes, je dirai même des préjugés, qui représentent bien peu en face de l'appel à la vie de populations qui souhaitent évidemment la sécurité et le confort du logis, mais se préoccupent plus de satisfaire leurs goûts de sociabilité que de prouver l'exactitude de certaines théories.

C'est pourquoi l'étude du plan de masse restera avant tout la mise en valeur du terrain et la protection du site dans le respect du caractère, du lieu et des habitudes de ses habitants. En pays méditerranéen, l'ombre d'un mur vaut quelquefois mieux qu'une belle perspective et il est moins important de prévoir des pelouses que des lieux où l'on puisse se réunir, palabrer ou jouer aux boules. On a trop cédé, jusqu'ici, à la tentation de rechercher un assemblage savant de bâtiments, généralement illusoire.

Le nombre et la valeur des bâtiments, leur nécessaire normalisation, rendent encore plus impérieuse l'obligation de réaliser un plan de masse plus intime que monumental. Il est donc souhaitable qu'il permette l'aménagement au sol d'édifices secondaires à l'échelle humaine, réservés au commerce, aux œuvres sociales ou seulement à l'agrément, qui fassent oublier la monotonie des logements en série. Cela implique aussi des dispositions générales où les places et encoignures succèdent aux échappées. Bien souvent, d'ailleurs, les ressources seront insuffisantes pour que les programmes secondaires s'exécutent en même temps que les logements. Ceci n'est pas tellement grave si l'avenir est préservé. Le principal est d'y penser et d'en prévoir les possibilités



Un immeuble à Bône.



Foyer des PTT. La Redoute à Alger.

ultérieures de réalisation. La population, une fois dans les lieux, se chargera bien de réclamer ce qui lui manque et d'humaniser ce qui attend de l'être. Car elle est très près de l'architecte la population méditerranéenne, si accessible à tout ce qui embellit la vie; elle est, de plus, assez indépendante de caractère pour n'accorder qu'un faible intérêt à tout ce qui s'inspire de systèmes et de théories dont elle n'aura pas pu contrôler les effets.

J'ai été souvent frappé par la justesse du jugement et la sensibilité de gens fort humbles qui savent voir et comprendre ce que des personnes plus cultivées assimilent souvent moins vite.

Qu'on ne s'y trompe pas, ce n'est pas cette population que l'on satisfera à bon compte et le programme gouvernemental devra prévoir certaines exigences sous peine de ne pas répondre aux attentes.

Mais, oublions l'ambiance de la rue pour nous occuper du logis, aspiration suprême de toutes les familles.

Depuis quelques années, en raison de l'indispensable normalisation qu'imposent les programmes de masse, le logement est examiné sous forme de cellule. On parle de cellule de base, de cellule type, de deux, trois ou quatre pièces. Cette vision cellulaire du logement est symbolique et nous montre combien, si l'on n'y prend garde, on risque de vouer l'humanité à un sort peu enviable.

Je ne fais de reproches à personne et ne crains pas d'avouer que par une nécessité fatale, je dois, comme tout le monde, composer avec cette unité modulaire qui plie les familles les plus dissemblables à la discipline de la même distribution du logement; encore convient-il d'en varier les aspects.

Il est indéniable qu'il n'existe que deux moyens de réaliser le logement à un prix avantageux, à moins de le construire soi-même.

Le premier qui est celui de nos pères consiste à faire construire sa propre maison à la taille de la famille et de s'adresser, pour la mise en œuvre, aux exécutants les plus modestes, petits artisans travaillant à peu de frais et gagnant peu. Ce moyen s'avère de plus en plus difficile à réaliser tant en raison des prix du terrain que de la disparition quasi complète de ces maîtres ouvriers qui, jadis, réalisèrent l'essentiel du patrimoine immobilier français.

Le second, celui de notre époque, consiste, sous une forme ou sous une autre, à rechercher une économie par l'importance des programmes qui permet à des entreprises fortement outillées de produire en série des logements à des prix inférieurs à celui que l'on obtiendrait si l'on construisait seulement quelques unités.

Nous vivons dans une ère industrielle et le second moyen est sans discussion possible le plus adapté à notre temps, d'autant que, dans ce domaine, il est à prévoir que les méthodes n'iront qu'en se perfectionnant.

Donc, on est entraîné irrésistiblement vers ces cellules qui demain abriteront le foyer de toutes les classes de la société.

Admettons donc ce mal nécessaire et voyons comment il peut être le moindre mal. D'aucuns ont rêvé que l'on pourrait être un jour en possession de la cellule idéale, répondant à toutes les aspirations humaines et que, dès lors, le problème ne consisterait plus qu'à la répéter indéfiniment dans le cadre du plan de masse.

Le Ministère a même demandé à des architectes réputés pour leur compétence en matière de logement, d'étudier des logements qui serviraient de modèle. On a pu voir, dans certains albums présentés avec soin, ces logements voués à l'admiration des foules. Mais ce serait faire peu de cas de la nature humaine que de croire possible une quelconque stabilisation du logement.

Il est remarquable qu'un plan type de logement est à peine achevé et apprécié qu'il est aussitôt surclassé par un autre type de logement qui, on ne sait pourquoi, lui est supérieur. C'est que, voyez-vous, le critérium varie suivant la nature des préoccupations et le sens que l'on accorde aux exigences exprimées.

L'orientation peut influencer sur la composition d'un logement; il y a aussi, parfois, une primauté à accorder à la vue, si celle-ci est remarquable. Parfois les conditions du lieu et du plan de masse rendent souhaitable plusieurs types de logement pour une même cité; on ne saurait y renoncer sous peine de ne résoudre qu'imparfaitement le problème.

Mais les conceptions de l'équipement interne peuvent aussi s'opposer. Il est assez courant que l'on compose le plan d'une cellule autour d'un bloc d'eau afin de réaliser une économie sur les canalisations et de permettre une industrialisation assez poussée de la distribution; mais ce bloc d'eau peut être conçu de différentes façons, chacune ayant ses avantages et ses inconvénients; d'autres combinaisons sont tout aussi accessibles à l'industrialisation dans leur principe; seul le nombre de répétitions à prévoir permet de juger du meilleur parti, et encore. Aujourd'hui, on tend vers des pièces secondaires étroites et longues qui permettent une meilleure utilisation des surfaces réduites. Mais il suffirait que se manifestent des conceptions nouvelles en matière de mobilier pour que le plan de logement s'en trouve profondément modifié.

Un bon plan de logement devient vite inconmode ou inadapté et les meilleurs raisonnements ni les considérations matérielles n'y feront rien.

Si donc, je crois à la nécessité d'étudier avec un soin particulier une cellule d'appartement et de la reproduire avec quelques variations à un nombre suffisant d'exemplaires pour en assurer la construction à un coût avantageux, je pense cependant qu'il ne faut pas s'y attarder outre mesure et savoir, au moment opportun, s'en libérer pour trouver mieux ou seulement autre chose.

Les industriels, et nous y reviendrons tout à l'heure, préconisent la répétition en un grand nombre d'exemplaires d'un même modèle et ils n'ont pas tort de penser ainsi, puisque leur préoccupation première est d'abaisser les prix par l'utilisation la plus large du même outillage; mais il existe, pour eux comme pour nous, une notion d'échelle à laquelle on ne peut se soustraire. L'outillage s'use comme l'esprit se fatigue de la vision ou de l'utilisation trop longtemps répétée des mêmes choses et il n'est pas indispensable que le nouvel outil ait exactement la même forme que son prédécesseur. La vie est ainsi et l'on serait mal avisé de l'oublier.

Nous avons tous ensemble un effort commun à accomplir afin d'assurer le succès d'un programme et, s'il appartient à l'architecte, d'étudier inlassablement le plan du logement pour tirer le maximum du faible nombre de mètres carrés mis à sa disposition, il lui faut aussi composer en fonction des conditions optima d'exécution, car ces mètres carrés doivent être économiques. C'est pourquoi la liaison entre ceux qui composent et ceux qui exécutent doit toujours être étroitement maintenue et que les uns et les autres œuvrent ensemble, non pour leur propre satisfaction, mais pour celle de l'utilisateur auquel l'ouvrage est destiné.

Les logements à construire en Algérie sont en grande majorité des logements extrêmement modestes, donc relativement exigus; c'est dire que pas une parcelle de surface bâtie ne doit être gaspillée; les plans des logements construits ces dernières années sont dans l'ensemble remarquables de ce point de vue et, pour chacun d'eux, il est généralement à peu près impossible de bouger une cloison même de quelques centimètres, tant chaque chose a pris exactement sa place. Est-ce à dire que l'on ne puisse faire mieux? Certainement pas, mais il serait fâcheux, croyons-nous, de profiter d'un nouveau progrès dans le rendement du plan pour diminuer encore la surface du logement. J'estime que si, par une étroite coopération de tous et la mise en place de moyens



Cité des Eucalyptus à Alger.

de production plus perfectionnés, on arrive à faire baisser sensiblement le prix unitaire de la construction, il ne faut absolument pas que ce soit le prix global du logement seul qui en bénéficie. Il faut qu'une part de ce gain profite à l'occupant et qu'on lui accorde une bonification de l'espace. Il faut que ce gain aille à la salle de séjour, c'est-à-dire au lieu où la famille prend chaque jour une cohésion plus forte, car c'est là que la vie familiale s'exprime dans toute sa plénitude.

Plan de masse et plan de cellule sont les deux éléments extrêmes de la composition d'une unité d'habitation. C'est par ces deux extrêmes que l'architecte aborde son étude. Tout le reste, c'est-à-dire l'étude architecturale pure, est une question de métier, de technique et de talent. Je me garderai d'en parler ici, cela entraînerait trop loin et sortirait du cadre assigné par l'I. T. E. B. A. aux conférences de ce cycle. Il est donc préférable que je m'orienterai à présent vers les conditions matérielles de réalisation, rejoignant ici les conférenciers qui m'ont précédé.

MM. Mayer et Besson nous ont donné des chiffres qui fixent l'importance du programme à résoudre; nous nous sommes attachés à dégager l'esprit dans lequel il devait être abordé et les exigences qu'il fallait satisfaire sur le plan de la conception; mais tout cela se soldera sur le plan matériel par des heures de travail, des matériaux et du matériel à utiliser, afin qu'en définitive on puisse un jour remettre les clefs aux occupants.

Bien que chronologiquement je devrais d'abord faire état des conditions à réunir pour que les architectes puissent remplir leur mission dans les meilleures conditions de productivité, je préfère d'abord me pencher sur le chantier, car c'est là le lieu de rencontre où tous les constructeurs forment leur expérience. Des constatations que l'on pourra y faire se déduiront les conditions de fonctionnement des bureaux d'architectes, d'ingénieurs et d'entrepreneurs.

Nous sommes, nous l'avons dit, à une époque où il faut produire massivement pour répondre à des besoins trop longtemps négligés. Les chiffres ont leur éloquence. Alors que l'on avait l'impression d'un essoufflement général devant une production annuelle de 16 ou 18 000 logements, on nous parle de 30 000, 50 000 et même 80 000 logements. Et cela sans pouvoir espérer un accroissement correspondant du chiffre de la main-d'œuvre spécialisée et des collaborateurs techniques.

Dans un autre moment, on aurait décrété la chose impossible. Cela le serait effectivement, si l'on se bornait à faire état de données arithmétiques. Il est certain que malgré des apports extérieurs, dont d'ailleurs il convient de ne pas surestimer les possibilités, on ne pourrait, avec les mêmes méthodes que celles utilisées généralement jusqu'ici, doubler, tripler ou quintupler la production de logements.

Il faut donc faire évoluer rapidement ces méthodes pour que la productivité moyenne des bureaux, des ateliers et des chantiers s'accroisse à la mesure des besoins. Cette amélioration de l'efficacité des moyens reste donc la principale possibilité qui s'offre à nous.

Seules les méthodes industrielles peuvent permettre de réaliser ce miracle et, sur ce point précis, l'accord est, je pense, à peu près général. Cela implique que les projets soient conçus de manière à permettre l'exécution de séries importantes, condition essentielle pour amortir un matériel et un outillage forcément coûteux. Cette notion de répétition de mêmes éléments constructifs susceptibles d'être préfabriqués est à la base de toute possibilité d'industrialisation. Elle n'est pas incompatible avec les exigences de la vie, à la condition d'être interprétée intelligemment.

Les architectes n'ont jamais fait obstacle à la normalisation structurale des bâtiments, qui permet des effets de rythme dont on peut tirer le meilleur parti, bien qu'il ne faille pas confondre rythme calculé en vue d'un effet architectural et répétition systématique qui peut aller jusqu'à la destruction du rythme.

Quoi qu'il en soit et sous réserve de conserver leur liberté d'expression, les architectes ne se sont jamais refusés à accepter certaines disciplines.

J'insiste bien sur ce point, car on leur a attribué, depuis quelques années, des intentions qu'ils n'ont jamais eues et plus particulièrement celle de s'opposer à des formes d'industrialisation inéluctables. Ceci est faux et j'en prends pour exemple la conférence que j'ai faite l'année dernière, sous l'égide de l'I. T. E. B. A., qui avait pour thème « La Structure architecturale de la préfabrication », conférence à laquelle assistaient de nombreux architectes qui ont pleinement approuvé les conclusions auxquelles j'étais parvenu.

Ne faut-il pas rappeler qu'ils ont eux aussi une association pour l'accroissement de la productivité, l'A. P. R. A. qui cherche, en accord avec les autres constructeurs, à améliorer le rendement dans le bâtiment? Et si cette association fait preuve d'un sens critique particulièrement développé, c'est qu'elle ne croit pas qu'un véritable progrès peut s'instaurer en adoptant des solutions simplistes, comme certains techniciens en proposent parfois.

Les architectes sont aussi réalistes que les autres membres de la grande famille du bâtiment et leurs

conceptions, dont l'Algérie porte profondément la marque, prouvent qu'ils ont un sens de l'évolution architecturale parfaitement compatible avec les nécessités de notre époque, encore qu'ils ne puissent intervenir directement dans l'organisation de l'industrie du bâtiment.

Nécessairement, leurs préoccupations ne sont pas exactement du même ordre que celles des industriels et on en conçoit parfaitement les raisons. Ce qui est une fin pour ces derniers est un moyen pour eux et c'est là, probablement, toute la différence.

Le rôle de l'architecte n'est pas de contrecarrer l'industriel qui, en somme, lui apporte des moyens de réalisation; son rôle est de l'orienter dans le sens qui permettra à son action d'être la plus féconde.

J'ai entendu une fois un industriel dire : nous produisons des éléments en série que les architectes seront bien obligés d'utiliser. Voire ! Dans son propre intérêt, je lui aurais préféré entendre dire : nous travaillons en collaboration étroite avec les architectes afin de tirer le meilleur parti de notre outillage.

Et bien, aujourd'hui que nous avons tous devant nous une tâche exceptionnelle à remplir dont le succès conditionne peut-être le sort de notre pays, j'affirme que nous n'avons pas le droit, ni les uns ni les autres, de négliger quoi que ce soit qui puisse assurer pleinement ce succès.

J'ai dit que l'architecte devait avoir une pleine connaissance de tous les aspects des problèmes du logement que j'ai énumérés; il en est de même du fonctionnaire, de l'entrepreneur et de l'industriel.

Notre chance à tous c'est de vivre à une époque dure et difficile, cruelle même, mais où, par tout un concours de circonstances, des possibilités considérables nous sont offertes; comment pourrait-on laisser échapper cette chance en faisant œuvre médiocre les uns et les autres ?

Le premier gage du succès, c'est le rapprochement de nos points de vue respectifs qui, somme toute, ne sont pas tellement éloignés.

Nous allons devoir accroître la production de logements pour satisfaire à des exigences légitimes et cela sans pouvoir augmenter proportionnellement le chiffre de nos collaborateurs qualifiés; mais il nous faut aussi bâtir un monde meilleur, c'est-à-dire donner un exemple par la qualité de nos œuvres; nous n'y parviendrons pas si nous voulons chacun résoudre seul le problème; c'est pourquoi il faut unir nos efforts de façon à ne rien laisser perdre de cette énergie qui ne demande qu'à s'employer.

Je demande instamment à tous ceux qui ont une part de responsabilités dans la mise en œuvre des programmes à réaliser, de se grouper et d'apporter le fruit de leur talent, de leur expérience, de leur technique et de leur science, pour que sorte d'un travail commun le meilleur de ce qui peut être fait.

A quoi servirait, je vous le demande, une conception sans production ou une production sans conception ?

Je suis persuadé, d'ailleurs, que les industriels ne connaissent pas toujours l'étendue de leurs possibilités et j'en prends pour exemple les travaux de mise au point que nous avons eu à faire avec certains d'entre eux où, après des études communes minutieuses et sincères, nous sommes arrivés à des résultats qui dépassaient ce que les uns et les autres pouvaient espérer.

Il faut produire en série et, par conséquent, utiliser au mieux un matériel; mais ce matériel est soumis aux lois inéluctables du renouvellement et, bien loin de figer des cellules et des formes, il doit au contraire accroître les possibilités d'une évolution constante qui est de règle dans une société aussi vivante que la nôtre.

Je fais pleine confiance à l'intelligence des hommes qui entreprennent; ces entrepreneurs, dont le nom même exprime l'action et le goût du risque, nous partageons avec eux les aléas de la construction; quand l'œuvre est achevée, nous nous sentons étrangement solidaires; comment alors, ne pourrait-on, en un moment où il faut faire mieux que l'on n'a jamais fait, avoir le même souci d'atteindre, non pas la perfection, qui n'est hélas pas de ce monde, mais cette qualité fonctionnelle qui est la marque de la véritable civilisation ?

La solidarité du chantier doit se retrouver dans les bureaux où nous faisons nos études. L'organisation du bâtiment est telle que nous nous rencontrons toujours trop tard. L'architecte, quand il dresse ses plans, ne sait généralement pas qui les exécutera. Il ne connaît ni les moyens, ni le mode de travail de l'entrepreneur qui, demain, exprimera ses plans en volumes; là est la difficulté.

On ne peut certes espérer voir ces méthodes se modifier de si tôt, mais il est possible d'atténuer les conséquences de cet état de choses par une meilleure organisation de nos bureaux respectifs.

Il n'est pas excessif de penser que sur de nombreux points, des accords puissent intervenir permettant d'éviter des fausses manœuvres comme celle qui consiste trop souvent à torturer des plans longuement étudiés, pour arriver tant bien que mal à introduire des procédés de construction qui ne sont pas faits pour eux.

M. Besson a fait allusion dans sa remarquable conférence à une normalisation de fait qui existe en matière de menuiserie, ayant l'avantage d'offrir une gamme assez vaste de combinaisons tout en évitant le gaspillage de bois. Si nous l'admettons comme bonne, pourquoi ne pas en tenir compte lors de l'étude des éléments de maçonnerie à préfabriquer ?

Ceci pose au fond le problème fondamental de la normalisation. C'est probablement là que l'on peut trouver d'un commun accord les bases d'une industrialisation accessible pour tous.

Si l'on veut, en effet, produire en série, il faut que des normes soient déterminées d'un commun accord ; ce sera le seul moyen d'éviter des déconvenues aux entreprises industrielles ; cela évitera aussi aux architectes d'avoir à utiliser des éléments peu adaptables.

Mais comment normaliser sans tomber dans certains excès regrettables ? Le Groupe Technique de l'Habitat créé par M. Mayer travaille sous l'égide du C. A. E. E. S. et a, au cours de l'année 1958, défini, sous forme de recommandations, les caractéristiques essentielles auxquelles devaient répondre les logements collectifs de la catégorie économique normalisée ou million. Une de ses préoccupations a été, pour cette nature de logements, de proposer quelques normes, aussi peu restrictives que possible, comme vous allez le voir.

Cette initiative constitue un exemple qui pourrait être l'amorce d'études plus poussées, auxquelles participeraient les représentants de tous ceux dont la responsabilité dans la réussite du Plan de Constantine est engagée.

La première question traitée fut la hauteur des étages. Jusqu'ici, cette hauteur était fixée de sol à plafond, ce qui constitue un obstacle majeur à la normalisation, en raison des épaisseurs variables du plancher ; le groupe technique a jugé plus pratique de normaliser les hauteurs d'étage de sol à sol, de telle manière que le minimum prévu par le Ministère soit toujours respecté. Il a donc fixé à 2,75 m cette hauteur, ce qui, pour des logements de superficie réduite, avec des points d'appui assez rapprochés, permet toujours d'avoir une hauteur intérieure au moins égale à 2,50 m.

Cette décision n'est pas sans intérêt, car une hauteur fixe de sol à sol facilite la normalisation des volées d'escalier. Si l'on admet comme pratique courante un escalier rampe sur rampe à deux volées par étage, dont la largeur d'embranchement pourrait être fixée à 1,20 m, on peut envisager dès à présent une fabrication en série de demi-volées de 1,375 m de hauteur comportant huit marches de 17,2 cm de hauteur et de 0,30 m de largeur ou de tous autres dispositifs permettant la réalisation de ce type d'escalier.

On ouvre donc ici une voie à l'industrialisation pour un élément constructif considéré longtemps comme très onéreux. Avec le même outillage, on peut également réaliser des volées de neuf marches desservant des immeubles d'une hauteur d'étage de 3,10 m sol à sol, soit 2,80 m ou 2,85 m de hauteur sol à plafond, valable pour les logements d'un standing plus élevé.

Dans un même ordre d'idées, le groupe de travail a préconisé des largeurs de panneaux de façade de 2,40 m, 2,70 m 3 m et 3,60 m, ce qui permet à peu près toutes les combinaisons et facilite la préfabrication des poutrelles de plancher. Mais aussi des cadres de moules peuvent être établis avec assurance d'une possibilité d'emploi ; or, dans un moule, la partie essentielle est le cadre extérieur, l'intérieur pouvant suivre l'ingéniosité de l'industriel se plier à différentes combinaisons.

Ces deux seules natures de normalisation suffisent déjà, au point de départ, à éclairer ceux qui envisagent une production en série. Reste à savoir dans quelle mesure ces normes peuvent être respectées. En fait, elles le seront d'autant mieux que des encouragements seront donnés au départ à ceux qui décideront de les adopter. Les architectes s'y intéresseront davantage s'ils participent à l'étude des panneaux standard et sont appelés à donner des avis qui ont parfois manqué dans des réalisations antérieures où certains déboires ont justifié leurs réserves.

J'ai pris, là, intentionnellement deux exemples très limités, mais qui permettent à eux seuls d'assurer les 80 % du gros œuvre avec le minimum de moules pour l'un des types de logement appelé à être le plus construit.

Or, je suis bien certain que si l'on chargeait plusieurs architectes de composer des groupes d'habitations en utilisant ces normes, on aboutirait à des plans et des façades fort différents, ne laissant pas apparaître une quelconque monotonie.

Il existe donc, en puissance, tous les éléments favorables à une transformation des méthodes de construction basées sur l'emploi répété d'ouvrages façonnés industriellement, avec la possibilité certaine d'assurer des conditions de variété et d'évolution évitant l'écueil de la répétition indéfinie des mêmes formes et la routine dans laquelle sont tombées certaines industries.

Il importe que ce potentiel soit judicieusement utilisé en fonction de l'objet à atteindre ; c'est pourquoi des contacts sont à établir de toutes parts, afin que chacun apporte sa contribution effective.



Cité « mer et soleil » à Hussein-Dey.

Tout ce qui s'accomplira sur le chantier est d'abord étudié et senti dans les bureaux d'étude des architectes et des entreprises et il convient maintenant de quitter le chantier pour se pencher sur les planches à dessins.

On a parlé de pénurie d'ouvriers qualifiés et de matériaux, mais il ne faut pas oublier que le premier coup de pioche est précédé par un travail long et délicat, dont la qualité et la minutie conditionnent la bonne marche des travaux et la perfection de l'œuvre.

Or le chantier est beaucoup plus spectaculaire que le bureau où tout se prépare; aussi a-t-on, d'une façon générale, une tendance marquée à ne pas porter attention à ce domaine tout aussi intéressant.

Si donc, l'on s'inquiète de savoir comment on parviendra à construire les logements, par contre, on se préoccupe moins de savoir de quelle façon seront menées les études architecturales et les études techniques qui préparent la réalisation. Il existe des goulets d'étranglement à l'exécution, comment n'en existerait-il pas à l'échelon de la conception? Là aussi le personnel qualifié est rare et on ne saurait pouvoir prétendre qu'il suffise d'appuyer sur un bouton pour que les plans sortent tout étudiés.

Est-ce à dire que là, également, il existe des impossibilités, non certes et il n'apparaît pas que l'on ne puisse arriver à surmonter quelques difficultés, à la condition essentielle d'être en mesure de s'organiser.

On parle bien de perspectives quinquennales, c'est-à-dire de très courtes perspectives à l'échelle du bâtiment, mais quels sont les architectes et les entreprises qui savent, même fort approximativement, ce qu'ils auront à faire dans ce laps de temps? J'entends bien que l'on ne pourrait s'engager dans une politique de réparation qui ferait bon marché de l'émulation, mais on ne saurait pas davantage régler les questions les unes à la suite des autres et attendre par exemple la cinquième année pour décider d'un choix.

Il ne faudrait pas tarder à définir les programmes, puis à confier les missions aux architectes, non pas au jour le jour, mais en se projetant assez avant dans le temps.

Les cabinets d'architectes dépendent, en dehors des capacités de ceux qui les dirigent, du nombre et de la qualité du personnel qui les compose.

Il est quelquefois très long de réunir de bons collaborateurs; il est beaucoup plus vite fait de les perdre; il n'est surtout pas possible d'accroître l'effectif au gré des circonstances. Aussi est-il souhaitable, si l'on veut un débit satisfaisant, d'assurer une certaine régularité des commandes.

Les à-coups que l'on constate très souvent proviennent, non pas d'un défaut d'organisation, mais d'un certain manque de continuité dans l'attribution des missions. Cet état de choses a toujours existé et dans les périodes où toutes les affaires n'ont pas le même caractère d'urgence, cette difficulté peut être surmontée. Il en est tout autrement quand il faut construire à une cadence accélérée.

Pour que le travail d'étude s'accomplisse avec ordre et méthode, il faudrait que l'architecte soit en mesure de savoir sur un laps de temps de plusieurs années, la nature des tâches qui lui seront confiées et les dates auxquelles elles devront être accomplies. C'est peut-être difficile et même impossible de le faire d'une façon précise; mais est-il au moins indispensable qu'il le sache en gros, afin de s'assurer à l'avance de tous les moyens nécessaires. Si cette condition était réalisée, l'organisation des bureaux d'architectes serait dans la majorité des cas facilement résolue, ce qui ne peut être le cas avec les errements actuels.

La situation n'est pas tellement différente pour l'entreprise qui, elle aussi, doit avoir en temps utile ses cadres en place et le matériel approprié disponible.

C'est pourquoi, en ce qui concerne l'entreprise, il est intéressant de mettre en adjudication des programmes à exécuter par tranches successives à des dates fixées d'avance. Quand on peut y parvenir, les résultats obtenus sont nettement supérieurs à ceux que l'on peut attendre des programmes distribués au fur et à mesure des dotations.

Je sais que dans les conditions présentes il est aussi difficile d'assurer un travail échelonné aux architectes qu'aux entrepreneurs; mais n'est-ce pas la raison d'être des plans qui de permettre des prévisions à lointaine échéance? aussi n'est-il pas déplacé que de souhaiter ici un meilleur aménagement de la distribution des tâches.

Avant de terminer cet exposé, il me paraît indispensable de faire état d'un document récent qui traite du problème de l'industrialisation du bâtiment et de toutes les exigences qu'elle entraîne dans tous les domaines de l'organisation.

Il s'agit du compte rendu des travaux du groupe de travail n° 5 pour l'étude de l'industrialisation et l'accroissement de la productivité dans la construction créé par le Ministre de la construction et présidé par M. Denvers.

Ce document a été publié dans le n° 37 des Cahiers du C.S.T.B. du mois d'avril 1959. Nous sommes en présence d'une étude très minutieuse conduite avec beaucoup de logique et contenant en somme les données matérielles du problème; on y retrouve d'ailleurs toutes les idées et préoccupations exposées ici depuis un an, sur lesquelles il n'y a pas lieu de revenir; mais en outre certaines formules sont préconisées, telles la formule du constructeur-revendeur, celle de la construction de bâtiments de « confection », celle de la révision des normes ou celle enfin de l'emploi de projets-types. Il semble que l'opinion définitive que l'on puisse avoir sur de semblables dispositions dépende en grande partie de la façon dont leur réglementation sera envisagée.

Car, dans de semblables domaines, bien des abus peuvent être commis si l'on n'y prend garde. Inutile d'en dire davantage.

Dans une étude théorique comme celle-là, qui procède de l'analyse et des vues générales, on ne saurait bien entendu entrer dans les détails, mais certains détails sont à eux seuls essentiels.

Fruit d'un travail commun entre les représentants de l'administration, des maîtres d'ouvrages, des architectes, des ingénieurs, des entreprises et des industriels, cette étude pose implicitement la question des conditions de collaboration de ces différents éléments, question qui est à la base de l'exposé que je viens de faire.

Si donc, il me paraît relativement facile dans l'état de nos connaissances de dégager les règles essentielles à respecter pour accroître la productivité dans le bâtiment et permettre une industrialisation efficace, il convient, par contre, de rappeler que pour aboutir à des résultats concrets il est nécessaire de s'assurer le concours de toutes les bonnes volontés et pour cela faire passer l'intérêt général avant les intérêts particuliers.

Cette donnée psychologique qui échappe au contrôle des chiffres est peut-être la plus importante de toutes. Elle devra ne jamais être perdue de vue dans l'action entreprise pour bâtir le monde nouveau auquel nous aspirons tous.

Messieurs, je viens de vous donner un aperçu de la situation telle qu'elle se présente aux architectes ainsi que la façon dont ils sont en mesure de participer à toutes les activités de leur profession, dont la mise en œuvre des grands programmes que le Gouvernement veut réaliser en Algérie.

La nature de leur mission, dont le caractère social ne leur échappe pas, leur donne une certaine indépendance de jugement, mais leur confère une responsabilité morale très lourde, car c'est à eux que l'Algérie de demain devra son visage. Tous les peuples renouvellent actuellement le cadre de leur existence et, dans quelque vingt ans d'ici, auront marqué par la pierre et par le béton leur personnalité nouvelle et si nous voulons qu'à cette époque l'Algérie donne dans ses villes et villages l'expression de sa jeunesse et de sa vitalité, c'est parce que nous croyons fermement que c'est un moyen d'affirmer un haut degré de civilisation.

Nous sommes certains de la réussite du plan de Constantine car cette réussite voulue par le Gouvernement sera voulue aussi par tous les habitants de cette terre et plus particulièrement par tous ses constructeurs qui n'ont jamais cessé de bâtir, même aux heures les plus noires, et sont aujourd'hui préparés, en esprit, à aborder les tâches qui les attendent.

Il faut pour cela utiliser tous les moyens dont on dispose et c'est pourquoi je demande à tous ceux qui vont avoir à œuvrer ensemble, fonctionnaires, maîtres d'ouvrages, architectes, ingénieurs, entrepreneurs, industriels, de se grouper, de se réunir autour des tables de travail et d'étudier ensemble, sans préjugé, sans orgueil, dans le respect du rôle de chacun, les voies et moyens pour faire que demain l'Algérie soit le théâtre de la manifestation éclatante de la réussite de la France dans une des plus ambitieuses entreprises de notre époque.



Cité de l'Haouch Oulid Adda à Alger. Détail.

M. Bienvenu. — *Je crois devoir remercier notre ami Lathuillière de l'intéressante conférence qu'il vient de faire.*



Algèr. Immeuble Pernod.

(Reproduction interdite.)

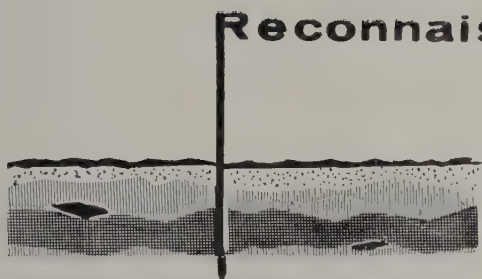
ERRATA

Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics N°s 135-136, mars-avril 1959

Calcul rapide des réservoirs cylindriques par M. le Professeur M. HANGAN et M. Mircea SOARE

Page	référence	au lieu de :	lire :
262	relation (1)	$= \frac{P}{EI}$	$= - \frac{P}{EI}$
263	relation (6)	yT_o	y_{T_o}
263	relation (7)	yM_o	y_{M_o}
264	première relation (9)	$= \frac{\varpi R^2}{Ee}$	$= - \frac{\varpi R^2}{Ee}$
264	lignes 3 et 5 2 ^e colonne	yT_o	y_{T_o}
265	relation (17) (expression de M)	$\frac{\varpi h}{2\beta^2} e^{-\beta x} \sin \beta x$	$- \frac{\varpi h}{2\beta^2} e^{-\beta x} \sin \beta x$
265	relation (18)	$M_o = K^3$	$M_o = K\varpi h^3$
272	relation (22)	$\frac{1}{(2\beta h)^2} \sin \beta x$	$\frac{1}{2(\beta h)^2} \sin \beta x$
272	ligne 25 2 ^e colonne	... de (23) il résulte que $\varphi_{o \max} = \frac{\pi}{2}$... de (23') il résulte que $\psi_{o \max} = \frac{\pi}{2}$
273	ligne 23 1 ^{re} colonne	... en y substituant à K_1 en y substituant à k_o ...
273	ligne 1 2 ^e colonne	... la valeur $\psi_1 = \beta x_1$ de (26'') la valeur $\psi_1 = \beta x_1$ tirée de (26'') ...
275	relation (36)	$M' = \dots = \varpi h R e \frac{\sqrt{2} e^{-\frac{\pi}{4}}}{4\sqrt{3} (1 - \nu^2)}$	$M' = \dots = \varpi h R e \frac{\sqrt{2} e^{-\frac{\pi}{4}}}{4\sqrt{3} (1 - \nu^2)}$
276	ligne 5 1 ^{re} colonne	l'abscisse x_1	l'abscisse x'_1
278	lignes 25 et 27 1 ^{re} colonne	yT_o, yM_o	y_{T_o}, y_{M_o}
Figures 1, 3a, 4, 7, 9, et 11		ω	ϖ
12b		401 tm/m 1291 tm/m	401 kgm/m 1291 kgm/m

Reconnaissance des sols en place



Dans la note technique n° 18 éditée précédemment, nous nous sommes posés la question de savoir « Quels services attendre du pénétromètre ? » L'intérêt suscité par cette note prouve que le

problème de la reconnaissance des sols destinés à supporter des ouvrages est un des soucis majeurs du constructeur. Nous nous proposons donc de reprendre aujourd'hui ce problème de la reconnaissance des sols en place.

* *
*

Le constructeur dispose, pour reconnaître un sol, de moyens qui ne sont pas interchangeables, mais se complètent les uns les autres. Il faut donc choisir, avec discernement, parmi ceux-ci, celui qui correspond au problème posé.

Les essais de laboratoire destinés à déterminer les caractéristiques physiques et mécaniques des sols ne peuvent pas toujours s'appliquer :

— Il peut être difficile de prélever un échantillon sans le remanier. Même pour certains sols graveleux, en particulier ceux comportant des éléments de diamètre supérieur à 0,5 cm, les essais de laboratoire sont impossibles.

— Le sol à reconnaître présente bien souvent un profil irrégulier : dépôts formés de poches de constitution différente ou à structure erratique. Il est alors quelquefois vain de rechercher la

précision qu'apporte l'essai de laboratoire en chaque point de reconnaissance s'il n'est représentatif que d'une infime portion du terrain intéressé par la fondation.

Il est donc souvent recommandé, pour l'ensemble des raisons énumérées ci-dessus, d'effectuer des sondages mécaniques simples, très rapprochés, susceptibles de fournir des renseignements continus en profondeur, les essais en place répondant d'ailleurs au désir du constructeur d'avoir des renseignements rapides et économiques sur la force portante des sols.

La pénétration dynamique ou statique est aujourd'hui un des principaux instruments de reconnaissance du sol en place. Nous signalons au passage l'existence du pressiomètre, appareil de conception récente.

ESSAI PAR PENETRATION DYNAMIQUE SONDEUSE A MOUTON

Principe de l'essai.



L'essai consiste à battre un pieu de modèle réduit dans le sol, et à mesurer, d'une part, l'enfoncement, d'autre part, l'énergie nécessaire pour provoquer cet enfoncement.



Sondeuse à mouton

Appareillage.

L'appareillage est simple. Il est composé des éléments suivants :

1. Une sonnette constituée par une petite charpente métallique et un mouton capable de tomber en chute libre mais guidée d'une hauteur constante sur la tête du pieu à enfoncer.
2. Un moteur assurant la remontée du mouton par l'intermédiaire d'un câble.
3. Le pieu lui-même en éléments de 1 à 3 m de long et de 3 à 5 cm de diamètre. L'ensemble monté à l'arrière d'un fourgon tôlé est ainsi rendu mobile, mais on peut, en cas de besoin, faire porter le matériel par quatre hommes et l'installer à terre.



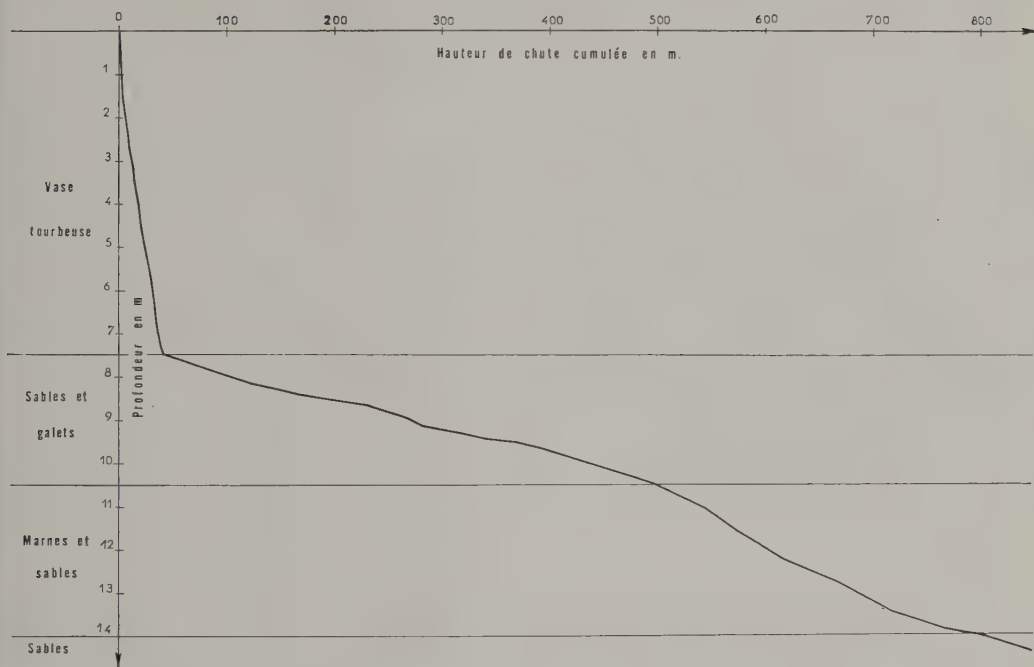
Présentation et interprétation des résultats.

On porte sur un graphique, en abscisse, les distances cumulées parcourues par le mouton en chute libre et, en ordonnées, l'enfoncement (fig. 1).

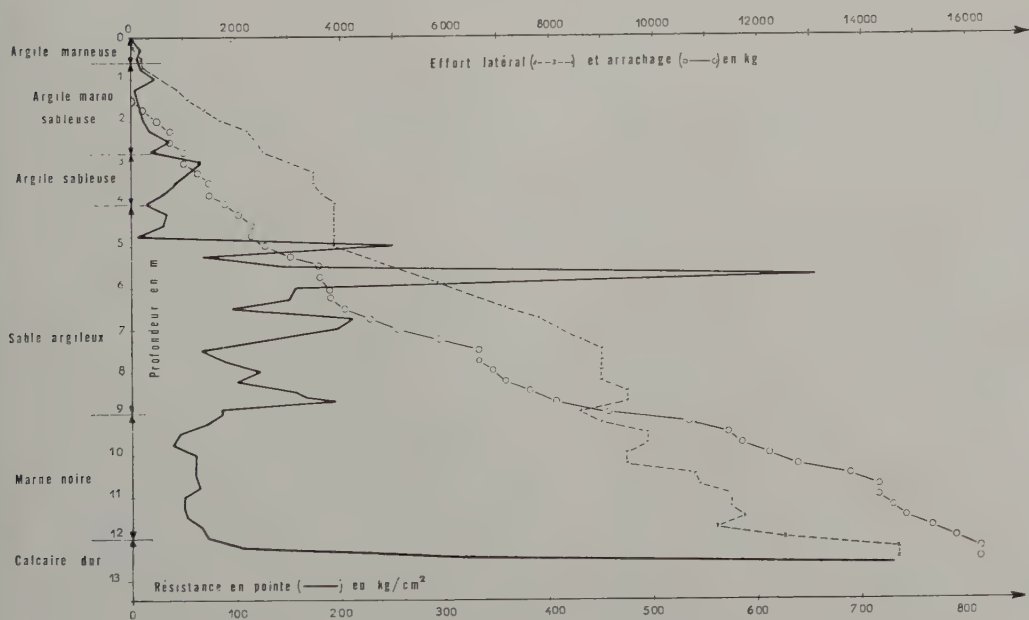
On conçoit que, si l'enfoncement est proportionnel à la distance parcourue par le mouton sur une partie assez longue de la courbe, c'est-à-dire, si pendant un certain temps à chaque coup de mouton le pieu s'enfonce de la même longueur, on peut en déduire que le pieu traverse une couche de sol homogène et de résistance constante.

Le diagramme renseigne donc rapidement sur la succession des zones de différentes résistances du sol. En outre, il est possible, partant de ces résultats, de déterminer, sinon les caractéristiques de cisaillement du sol, du moins la force portante du pieu pour chaque couche traversée.

En pratique, pour plus de sûreté, ces essais de pénétration dynamique sont doublés en quelques points par des prélèvements et essais de laboratoire, ce qui permet une identification précise des couches traversées et, en quelque sorte, l'étalonnage de la courbe pénétrométrique.



(Fig. 1) Graphique d'un essai de pénétration dynamique

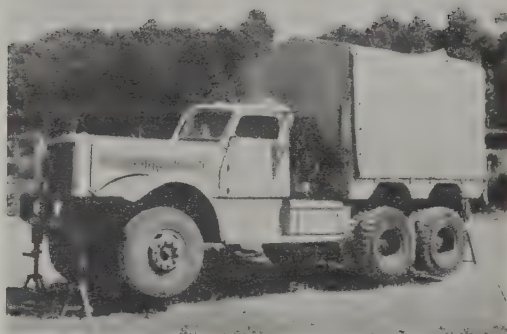


(Fig. 2) Graphique d'un essai de pénétration statique

ESSAI PAR PENETRATION STATIQUE PENETROMETRE

Principe de l'essai.

L'essai consiste à enfoncer dans le sol par pression statique, c'est-à-dire sans choc, un pieu de modèle



Camion-Pénétromètre

réduit à pointe conique, conçu de telle façon qu'à chaque instant on puisse mesurer séparément l'effort de pointe et le frottement latéral. Rappelons que l'effort de pointe est égal à l'effort de poinçonnement du sol à chaque niveau. Le frottement latéral fournit en totalité ou en partie la butée du sol sur la paroi du pieu.

Description sommaire de l'appareillage.

On peut y distinguer trois parties, les deux premières constituant le pénétromètre à proprement parler.

1. Le pieu lui-même avec sa pointe et les appareils de mesure des efforts. Les fragments de pieu ont 0,75 m de long et 60 mm de diamètre. (1)

2. Le système d'application de la charge constitué par les vérins hydrauliques.

3. Un camion rendant l'ensemble mobile et fournissant la réaction de l'effort de pénétration dans le sol. Celle-ci atteint, pour l'appareil le plus puissant, vingt-deux tonnes, ce qui donne une résistance en pointe exceptionnelle de 800 kg/cm² qui peut être mobilisée dans certains terrains particulièrement résistants comme les sols graveleux compacts.

Présentation et interprétation des résultats.

Les résultats sont portés sur un graphique indiquant les efforts latéraux et de pointe en fonction de la profondeur (fig. 2). Ce graphique peut être utilisé de différentes façons :

1. Utilisation directe.

La simple lecture du diagramme renseigne sur les zones de différentes résistances du sol. On conçoit, en effet, que plus l'effort de pointe est grand, plus la couche rencontrée est résistante.

2. Utilisation semi-directe.

Dans le cas où le système de fondation choisi est constitué par des pieux, on considère l'essai au pénétromètre comme un essai sur modèle réduit.

On peut passer alors des résultats obtenus sur pénétromètre au pouvoir portant des pieux réels suivant certaines modalités longues à exposer dans le détail, exigeant également une grande pratique de la question. Il serait dangereux de vouloir le faire avec une simple règle de trois.

3. Calcul de l'angle de frottement interne φ et de la cohésion.

Il est possible de déterminer avec une certaine approximation les caractéristiques mécaniques de chaque couche traversée à partir de ce graphique.

En fait, là encore, il est prudent de contrôler en quelques points, par des prélèvements et essais de laboratoire, les résultats obtenus pour éviter des erreurs.

(1) Certains appareils ont un diamètre de 35 mm.

PRESSIOMETRE

Cet appareil nouveau doit permettre théoriquement de mesurer directement le module de déformation sous des efforts perpendiculaires à la direction du sondage.

Son principe est le suivant : dans un sondage de faible diamètre, on descend une sonde déformable qui développe dans le sol un champ uniforme de contraintes radiales croissantes et on enregistre la courbe pression-déformation.

Pour que les résultats soient significatifs, il faut pouvoir réaliser des sondages sans remanier le matériau du pourtour.

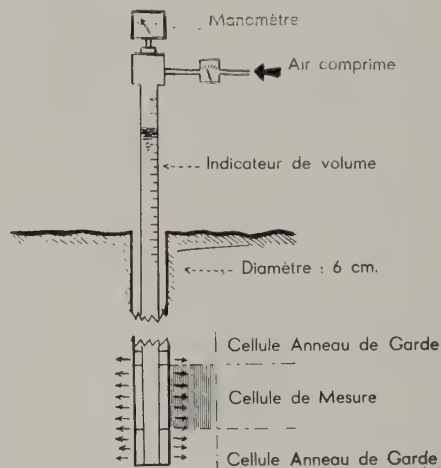


Schéma du pressiomètre

* * *

En guise de conclusion, indiquons les avantages de la reconnaissance des sols en place. Elle permet d'obtenir des renseignements sur le sol tel qu'on le trouvera réellement à la construction, d'avoir une idée continue de la résistance du sol alors que l'échantillon est le plus souvent discontinu, de donner une image parlante de la résistance relative des différentes couches.

La pénétration, elle, est la méthode idéale pour calculer le pouvoir portant d'un pieu. Il faut signaler à ce sujet que les formules les plus récentes donnant le pouvoir portant d'un pieu ont été

établies à partir d'essais faits avec des petits pénétromètres. Il est préférable de faire un essai de pénétration dans le sol à étudier qui est le plus souvent hétérogène plutôt que d'utiliser des formules valables en milieu homogène seulement. Ajoutons que le pénétromètre donne des renseignements plus complets que la sondeuse à mouton, mais son appareillage est plus complexe et son utilisation plus coûteuse. Sur le même chantier, on peut être amené à combiner judicieusement l'emploi de ces deux appareils.

* * *

QUOI DE NEUF ?

matériaux

● AMIANTE CIMENT RECOUVERT DE RESINES POLYESTER.

Pour revêtir les murs des salles de bains, salles d'eau, cuisines, EVERIGLAS, nouveau revêtement mural composé d'une feuille d'amiante ciment sur laquelle a été déposée une pellicule de résine polyester.

Existe en neuf coloris - Facile à mettre en œuvre. Se présente en plaques de 2,50 m × 1,20 m, épaisseur 5,5 mm. Aspect brillant.

● AU C. S. T. B.

Le C.S.T.B. vient d'édicter les règles d'agrément des blocs en béton cellulaire léger traité à l'auto-clave.

● POUR FAÇONNER LES RONDS A BETON.

Une gamme de machines est présentée sur le marché par STEFANOX pour le façonnage à grandes vitesses des étriers, boucles, cadres d'armatures métalliques pour le béton armé. On peut plier, dérouler, redresser, couper directement les fils en couronnes. Convierait pour gros chantiers de barrages, ponts ou aires de préfabrication.

● DU NOUVEAU DANS LES POLYESTERS.

SAINT-GOBAIN - VITREX viennent de lancer sur le marché deux nouveaux polyesters translucides armés de fibre de verre et de nylon.

1. *Type Escalier* — En forme de Z convient particulièrement pour balustrades, balcons, rampes d'escaliers, toitures, etc...

2. *Type Diamanté* — En plaque plane « Pointe de diamant », donne un heureux effet décoratif.

● POUR LES APPAREILS DE LEVAGE.

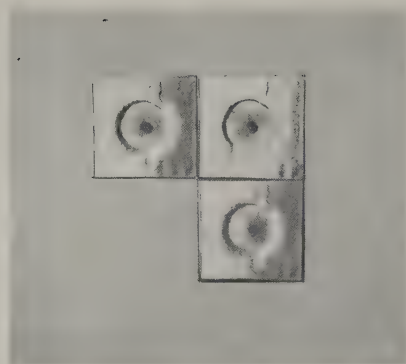
Le Syndicat National des Industries d'Equipeement M.T.P.S. vient de mettre au point un projet sur les règles de calcul des charpentes des appareils de levage.

● POUR ARRACHER LES CLOUS.

On a remarqué à la Foire de Paris une nouvelle machine à arracher les clous. VETO convient pour retirer les clous des bois de coffrages, madriers, emballages. Evite ainsi sur les chantiers de nombreux accidents causés par des clous qui dépassent des planches traînant au sol. Les clous sont souvent récupérables.

● CIVES DE VERRE POUR DECORATION.

La cive de verre « Eclat » (carreau de verre plus épais au centre que sur les bords) présentée sous forme de carré de 25 cm de côté, 12 mm de feuillure et 3 cm d'épaisseur sur le bulbe, et la dalle de verre « Eclat » sont tout indiquées pour la construction de murs et cloisons translucides. Elles existent dans une gamme très étendue de teintes et ont l'avantage d'être d'un prix modique. Les dalles se vendent au kg, les cives à l'unité.



études au centre expérimental

● CHAUFFAGE CENTRAL : BRUITS PROVENANT DES POMPES.

Ces bruits désagréables se propagent à la fois dans les parois des canalisations et dans le liquide.

On cherche s'il est possible d'arrêter leur propagation en intercalant, après la pompe, un tronçon de canalisation de forme spéciale, en matériau différent, etc...

● LES SILICONES.

Les essais effectués ont montré que les produits hydrofuges à base de silicones sont très efficaces, mais il faut se méfier de certaines peintures émulsion dites aux silicones dont les concentrations en silicones sont si faibles qu'elles sont sans effet.

relations publiques techniques

NOUVELLES NOTES TECHNIQUES ET D'INFORMATION

Notes d'information :

40. Moules en carton.
42. Règles de construction.
43. Quelques définitions de calculs statistiques (Première partie).
44. Classification des pierres de taille d'après la mesure de la vitesse de propagation du son.
45. Mortiers et bétons à l'acétate de polyvinyle.
46. Attention au garde-corps.
47. Savoir apprécier l'importance d'une fissure.
48. Comment faciliter l'intervention des pompiers ?
49. L'acoustique en images.

Nous regrettons que trop peu d'entrepreneurs aient suivi la suggestion, formulée dans la note d'information n° 40, de remplir des cubes en carton pour nous permettre de faire des essais en laboratoire sur la compression du béton.

Notes techniques :

38. Ciments aux cendres volantes.
39. Hydrofugation des façades par les silicones.
40. Altération des peintures et taches de moisissures.
41. Efflorescences de briques.
42. Temps de malaxage des bétonnières.

ACTUALITÉS **SRT**

Bâtiment et Travaux Publics

● « MAISON ARLEQUIN ».

La réalisation à Saint-Rémy-les-Chevreuses, pour le compte d'une Société Immobilière ayant des attaches avec la profession du Bâtiment, d'un PAVILLON individuel utilitaire est actuellement l'occasion d'études assez complètes auxquelles collaborent les Organismes Techniques de la Profession ainsi que diverses Chambres Syndicales intéressées.

Ces études portent, notamment, sur les plans et détails d'exécution, la préparation du travail, l'installation du chantier, la conduite des travaux, etc...; ceci en vue d'aboutir à l'exécution la plus parfaite, la plus facile et la plus économique possible.

Le PAVILLON individuel dont il s'agit, étant susceptible de constituer un premier prototype, est l'occasion d'études de produits nouveaux et de techniques nouvelles variés, d'où le nom de « MAISON ARLEQUIN ».

La Société Immobilière et les Organismes Techniques, qui collaborent avec elle, pensent pouvoir tirer de cette première réalisation des résultats facilitant l'utilisation rationnelle des matériaux et de la main-d'œuvre et permettant d'obtenir un confort meilleur et un prix modique pour ce type de bâtiment.

Dès à présent, des solutions intéressantes ont été trouvées à certains problèmes, notamment en ce qui concerne l'installation électrique. Une note technique va paraître prochainement à ce sujet.

● L'AUREC (KLE. 48-20).

La mécanisation des chantiers devenant de plus en plus importante, la Fédération Nationale du Bâtiment a créé l'Association pour l'Utilisation Rationnelle des Engins de Chantier (AUREC). Suivant une formule voisine du S.R.T., l'AUREC aide

et conseille les entreprises pour l'entretien, la conduite, l'installation et le choix du matériel. Dans le cadre de ses activités, sur la base de la réciprocité des services, l'AUREC organise et normalise des prêts d'engins entre les entreprises.

● RAVALEMENT DES FAÇADES.

Depuis les récentes mesures prises par Monsieur SUDREAU, ministre de la Construction, le ravalement des façades des immeubles est devenu le problème n° 1.



A paraître prochainement une brochure technique précisant l'esprit dans lequel doit être envisagé un ravalement ainsi que les points sur lesquels il doit porter. Cette brochure, destinée plus particulièrement aux propriétaires et d'une manière générale aux responsables d'immeubles (gérants, architectes, etc...), doit leur permettre de décider et de suivre plus facilement les travaux à effectuer.

● LE C. I. M. U. R.

Plusieurs syndicats intéressés dans l'industrie des murs-rideaux ont décidé de constituer le C.I.M.U.R. (Comité d'Information pour le développement des panneaux de façade et murs-rideaux) dans le but de mieux faire connaître les avantages de cette nouvelle technique.

● PARMI LES QUESTIONS POSEES.

— Tout le monde cherche un enduit qui assure l'étanchéité d'une façade, sur lequel la poussière ne colle pas, mais surtout qui dure !

Peu de fabricants se sont fait connaître !

— Les questions sur les murs-rideaux deviennent de jour en jour plus nombreuses.

DERNIERES NOUVELLES

De « source bien informée », il ne sera bientôt plus permis d'utiliser des tuyaux d'eau comme prise de terre.

Dans l'intérêt des entrepreneurs, nous avons jugé utile de créer un fichier des règles techniques de construction que nous tenons à jour régulièrement.

CE FICHIER EST A VOTRE DISPOSITION.

Appelez POI. 25-25 et vous connaîtrez les références des lois, décrets ou normes qui régissent la construction.

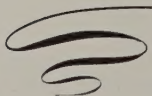
SRT

Bâtiment et Travaux Publics

*a mis récemment à la disposition de ses correspondants
une deuxième ligne téléphonique :*

POIncaré 25-25

POIncaré 25-26



ANNONCES (suite)

CENTRE DE HAUTES ÉTUDES DU BÉTON, DU BÉTON ARMÉ ET DU BÉTON PRÉCONTRAINT C. H. E. B. A. P.

Le 15 juin 1959 a eu lieu, au siège de la *Fédération des Travaux Publics*, rue Berri, à Paris, une brève cérémonie présidée par M. E. Fougea, président du Conseil d'Administration du Centre de Hautes Études de la Construction, assisté de M. A. Lentz, Directeur, au cours de laquelle les diplômes de fin d'études ont été remis aux Ingénieurs-Élèves dont les noms suivent : MM. Asselin, Benedetti, Besson, M^{lle} Bloud, MM. Bourdel, Danielou, Delnatte, Depagne, Dufour, Gauthier, Gillet, Grenier, Lasgouttes, Leduc, Le Gall, Liminana, Martin, Michel, Morice, Robert, Saurel, Simard, Taberlet, Varjabedian, Vidal, ainsi qu'ingénieurs étrangers MM. Brandt, Fastag, Korsak, Ramirez.

Après une courte allocution, le Président Fougea a retracé ce que venait de vivre cette année d'études de haute spécialisation, examiné les perspectives de l'ouvrage et a donné quelques précieux conseils aux élèves de cette promotion à la veille de leur entrée dans la profession.

UNION SPÉCIALE SUR LA NORMALISATION, LA COORDINATION MODULAIRE ET LE COMMERCE INTERNATIONAL Genève 17 et 18 juin 1959.

Cette réunion spéciale avait pour objet d'examiner comment faire passer la normalisation dans chaque pays et internationalement et d'encourager le commerce international des matériaux de construction.

Les nombreuses recommandations formulées par cette réunion ont été reprises ensuite par le Comité de l'Habitat, il convient de noter celle qui, avant le mois de mars 1960 un accord entre les techniciens de l'Ouest de l'Europe sur la détermination des dimensions des éléments préfabriqués de la construction.

Il apparaît, en effet, qu'un tel accord était nécessaire pour sauvegarder les possibilités futures d'échanges commerciaux, à un moment où la France, les pays de l'Est et plusieurs pays occidentaux, notamment la France et l'Italie, orientent délibérément une partie importante de leur production de construction vers l'emploi de grands éléments, qu'il s'agisse de murs plus ou moins lourds en béton ou d'éléments légers tels que murs-rideaux ou les cloisons préfabriquées.

A été demandé à M. Blachère, représentant la France à cette commission, d'organiser les contacts nécessaires avec l'appui du Secrétariat des Nations Unies à Genève.

GROUPE DE COORDINATION DES TEXTES TECHNIQUES (DTU) (Documents Techniques Unifiés).

À la fin du mois d'avril 1958, le Président de la *Fédération Nationale du Bâtiment*, le Président de l'*Ordre des Architectes*, le Président de l'*Union Nationale Interprofessionnelle des Matériaux de Construction et Produits de Carrière*, conviaient l'*Association Française de Normalisation*, les *Bureaux Veritas* et *Securitas*, le *Centre Scientifique et Technique du Bâtiment*, le *Centre Technique du Bois*, la *Fédération des Fabricants de Tuiles et Briques*, à constituer avec eux un *Groupe de Coordination* qui devait poser les principes de l'unification des textes techniques et de la coordination de la recherche technique concernant le bâtiment, puis passer à la réalisation dans ces deux domaines.

Le Ministre de la Construction est représenté au sein de ce Groupe par le C.S.T.B. Un certain nombre d'Administrations ou de Services Publics participent aux travaux, notamment la Direction de l'Équipement Scolaire, Universitaire et Sportif et la S.N.C.F., le Génie Militaire délègue un observateur.

Ces maîtres d'ouvrage ou tuteurs de maîtres d'ouvrage ont décidé ou envisagé de rendre obligatoire l'emploi des documents techniques unifiés dans les marchés de bâtiment de leurs ressorts.

Le premier problème abordé fut l'unification des textes techniques, et spécialement celle des règles de calcul et des Cahiers des Charges. Le 22 juillet 1958 fut signé par l'AFNOR, la F.N.B., le C.S.T.B., le C.T.B., l'U.N.I., la F.F.T.B., les Bureaux Veritas et Securitas et l'Ordre des Architectes, un protocole qui définit les engagements de chacun en matière d'établissement de textes techniques : en substance, les membres du Groupe s'interdisent des actions isolées dans ce domaine.

Aussitôt, le Groupe de Coordination des Textes Techniques a entrepris l'examen et la rénovation des Cahiers des Charges et des Règles de Calcul, afin de constituer aussitôt que possible, avec des textes existants ou nouveaux, un ensemble complet et cohérent de Cahiers des Charges applicables aux travaux de bâtiment, et destinés à être utilisés dans les marchés.

Une revue générale des textes existants a permis de retenir certains textes à titre définitif, d'autres à titre provisoire (c'est-à-dire à revoir en deuxième urgence), et enfin de constater dans certains domaines des lacunes que le Groupe a entrepris de combler en première urgence.

Les documents acceptés par le Groupe portent la désignation : Document Technique Unifié ou D.T.U., et le Groupe lui-même est couramment désigné par l'expression : Groupe D.T.U.

Les participants du Groupe publieront dans leurs revues la liste tenue à jour de ces documents D.T.U. (on la trouvera ci-dessous).

En outre le Groupe procède à l'examen des documents techniques édités par ses membres ou sous leur autorité et qui sont autres que des Cahiers et des Règles de Calcul, et s'il y a lieu, il reconnaît que ces documents sont conformes aux documents D.T.U.

Liste arrêtée au 1^{er} juillet 1959 des Cahiers des Charges et règles de calcul D.T.U.

DÉNOMINATION	ÉTABLI PAR	PUBLIÉ
des définissant les effets de la neige et des vents sur les constructions (dites règles N. V. 46).	Commission spéciale présidée par M. Caquot.	I. T. B. T. P. et C. S. T. B. janvier 47.
des Charges applicables aux travaux de maçonnerie, béton armé, plâtrerie.	C. S. T. B.	Édité par le C. S. T. B. — 2 ^{ème} édition du cahier 134. — juin 58.
des Charges applicables aux travaux effectués en béton armé à granulats lourds sans éléments fins.	C. S. T. B.	Cahier du C. S. T. B. 272 — Livraison 33
des Charges applicables aux travaux effectués en béton armé à granulats lourds avec éléments fins.	C. S. T. B.	Moniteur 135 — 18/10/1958.
des d'utilisation du béton armé (dites B. A. 1945).	Commission spéciale présidée par M. Caquot.	Cahier du C. S. T. B. 322. — Livraison 40.
des d'utilisation des ronds crénelés et lisses pour béton armé limite d'élasticité supérieure ou égale à 40 kg/mm ² (règle ronds n ^o 40-60).	Commission spéciale présidée par M. Caquot.	Documentation Technique du Bâtiment et des T. P. — Édition de mars 1948.
des Charges applicables aux travaux d'enduits.	Extrait du cahier correspondant S.N.C.F.	I. T. B. T. P. — Édition d'octobre 1948.
des Charges applicables aux travaux de plafonds suspendus en éléments de terre cuite.	Groupe D.T.U.	Cahier du C. S. T. B. 314. — Livraison 39.
des recommandations de mise en œuvre et règles de calcul mécanique et thermique des blocs creux de terre cuite de grand format à perforations horizontales pour murs extérieurs enduits.	F. F. T. B. et C. S. T. B.	Cahier du C. S. T. B. 313. — Livraison 39.
des prescriptions techniques générales applicables aux travaux de charpente et escaliers en bois.	C. S. T. B.	4 ^{ème} document du cahier du C. S. T. B. 298. — Livraison 37. — Moniteur 143. — 13/6/1959.
des règles C. M. 56).	Commission spéciale présidée par M. Caquot	Cahier du C. S. T. B. 164. — Livraison 17.
des Charges des revêtements de sols scellés applicables aux locaux d'habitation, bureaux et établissements d'enseignement.	C. S. T. B.	Documentation Technique du Bâtiment et des T. P. — Édition de janvier 1956.
des prescriptions techniques générales applicables aux travaux de peinture, nettoyage de mise en service, vitrerie, plâtrerie, papier de tenture.	C. S. T. B.	Cahier du C. S. T. B. 244. — Livraison 29.
des Charges applicables aux travaux de plomberie sanitaire pour bâtiments à usage d'habitation.	C. S. T. B.	Moniteur 132. — 15/3/1958.
des modes de calcul des déperditions thermiques des locaux en régime continu (dites règles CORMAT).	Groupe D. T. U.	Cahier du C. S. T. B. 139. — Livraison 14.
	A. I. C. V. F.	Cahier du C. S. T. B. 321. — Livraison 40.
		Association pour le progrès par la vulgarisation du chauffage et de la ventilation en France.

SONDAGES DE RECONNAISSANCE

La Chambre Syndicale des Entrepreneurs de Sondages et Forages a établi un projet de représentation schématique unifiée des sols de fondation qui a été adopté par le Comité français de la Mécanique des Sols.

Tous les entrepreneurs français de Sondages et Forages, ainsi que beaucoup d'entrepreneurs de Bâtiment et Travaux publics qui peuvent avoir à présenter une coupe de forage utiliseront cette représentation.

Les principaux symboles sont en cours d'édition sur papiers transparents collants, ce qui fera gagner beaucoup de temps aux bureaux de dessin et permettra une homogénéité encore plus parfaite des représentations entre les divers entrepreneurs.

Pour tous renseignements, s'adresser à la Chambre Syndicale des Entrepreneurs de Sondages et Forages, 3, rue de Berri, Paris (8^e).

COLLECTION DE L'INSTITUT TECHNIQUE DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS

VIENT DE PARAÎTRE

LIBÉRATION ET UTILISATION DE L'ÉNERGIE NUCLÉAIRE

par Louis JAUNEAU

du Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique
Docteur ès Sciences.

De plus en plus les entrepreneurs seront appelés à participer à des travaux importants de génie civil pour l'utilisation de l'énergie nucléaire et notamment à la construction de centrales atomiques.

Beaucoup n'ont pu acquérir une information suffisante sur ces questions. C'est pourquoi l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics a pensé qu'il serait intéressant de présenter à ses adhérents cet aspect de l'actualité scientifique au cours d'une série de trois conférences prononcées à son Centre d'Études Supérieures en novembre et décembre derniers par M. Louis JAUNEAU du Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique. Ces séances qui ont été suivies par un grand nombre d'auditeurs ont été organisées avec la Société des Ingénieurs Civils de France et la Société Technique pour la Production et l'Utilisation de l'Énergie Nucléaire (A.T.E.N.).

Pour répondre aux demandes qui ont été formulées, ces conférences ont été réunies dans une brochure qui constitue la base des connaissances permettant d'assimiler les techniques nouvelles qui en découlent et imposent les dispositions particulières adoptées pour la construction des ouvrages de génie civil.

Extraits de la table des matières. — I. Notions de physique nucléaire. — II. L'énergie nucléaire et sa libération. — III. Réacteurs nucléaires. — IV. Rayonnements atomiques et problèmes de détection et de protection.

Un volume 14 × 22,5, 128 pages, 29 figures. Broché. 450 F

Franco. 535 F

En vente à la DOCUMENTATION TECHNIQUE du BATIMENT et des TRAVAUX PUBLICS, 6, rue Paul-Valéry. PARIS (16^e) C.C.P. Paris 8524-12.

VIENT DE SORTIR

FISSUROMÈTRE

Règle en plastique transparent sur laquelle sont tracés des repères de différentes largeurs (1/10 mm; 2/10 mm; 3/10 mm; jusqu'à 1,5 mm). Placée en regard des fissures, elle permet d'apprécier leur largeur au 1/10 mm. On trouvera une reproduction du fissuromètre dans la note d'information 47 « Savoir apprécier l'importance d'une fissure ».

EN VENTE au prix de 500 F (franco port : 545 F) à la Documentation Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, 6, rue Paul-Valéry, Paris (16^e). — C.C.P. Paris 8 524-12.

BATIR

REVUE TECHNIQUE DE LA FÉDÉRATION NATIONALE DU BATIMENT ET DES ACTIVITÉS ANNEXES
PUBLIÉE AVEC LE CONCOURS DE L'INSTITUT TECHNIQUE ET DES LABORATOIRES DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS

SOMMAIRE

N° 87

JUILLET

A O U T

1959

- La réforme fiscale et l'homme aux quarante écus.
- Bâtir — actualités.
- Une technique révolutionnaire : « Immeuble, lève-toi ! »

PATHOLOGIE DE LA CONSTRUCTION

Bétonnage.

- Humour et construction.
- Au temps des cathédrales. Un personnage mystérieux : l'architecte.

— Quoi de neuf?

— Tribune Aproba.

- Fiches bibliographiques.
- Échos et informations.